

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ТВЕРСКОЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Абдулхамед Мохаммед Абдулкарим Номан

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ
ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ ИСПЫТАНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ НА
НАДЕЖНОСТЬ

Специальность 05.13.01 –Системный анализ, управление и обработка информации
(в промышленности)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель

к.т.н., доцент А.Ю. Русин

Тверь – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
АНАЛИЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ИСПЫТАНИЯМИ НА НАДЕЖНОСТЬ ..	11
1.1 Анализ методов системы испытаний оборудования на надежность	11
1.2 Анализ эксплуатационной надежности пассажирских вагонов	14
1.2.1 Оценка фактических показателей безотказности пассажирских вагонов.....	15
1.2.2 Сбор информации о функционировании системы.....	17
1.3 Модели анализа надежности сложной системы.....	20
1.4 Оценивание показателей надежности систем и определение их достоверности	25
1.5 Обработка статистических данных, полученных в результате наблюдений	28
1.5.1 Статистические распределения и оценивание неизвестных параметров	
законов распределений	30
1.5.2 Моделирование отказов оборудования на ЭВМ.	31
1.6 Постановка задачи исследования.....	32
ГЛАВА 2.....	34
МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ	
ОБОРУДОВАНИЯ ПАССАЖИРСКИХ ВАГОНОВ	34
2.1 Основные показатели оценки надежности оборудования на надежность	34
2.2 Оценка точности показателей надежности для экспоненциального закона	
распределения.....	38
2.3 Оценка точности показателей надежности для распределения Вейбулла	40
2.4 Оценка параметров экспоненциального распределения на основе выборочных	
цензурированных данных.....	42
2.5 Оценка параметров распределения Вейбулла на основе выборочных	
цензурированных данных.....	43
2.6 Выводы	46
ГЛАВА 3.....	48

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАДОПОДОБИЯ ПРИ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЯХ	48
3.1 Исследование цензурированных выборок.....	48
3.2 Применение метода максимального правдоподобия для оценивания параметров законов распределения.....	51
3.3 Моделирование однократно цензурированных справа выборок наработок на отказ.....	54
3.4 Исследование точности оценок параметров законов распределения, полученных методом максимального правдоподобия.....	57
3.5 Выводы.....	61
ГЛАВА 4.....	62
РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ, ПОЛУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ И ПРОВЕРКА ИХ ЗНАЧИМОСТИ ПУТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЭВМ.....	62
4.1 Экспериментальные исследования зависимости точности оценок метода максимального правдоподобия от характеристик выборки наработок на отказ...	62
4.2 Параметры, характеризующие структуру выборки.....	65
4.3 Объем и количество генерируемых на ЭВМ выборок случайных величин	68
4.4 Регрессионный анализ, оценка эффективности полученных уравнений регрессии.....	69
4.5 Построение уравнений регрессии и исследование эффективности методики определения оценок параметров законов распределения отказов оборудования пассажирских вагонов.....	72
4.6 Результаты исследований эффективности методики	77
4.7 Экспериментальные исследования надежности оборудования железнодорожных вагонов.....	84
4.7.1 Экспериментальные данные для расчета средней наработки до отказа	84
4.7.2 Проверка однородности выборки на основе анализа экстремальных значений	85
4.7.3 Выбор закона распределения отказов оборудования	87

4.7.4 Расчет средней наработки до отказа тележек пассажирских вагонов	95
4.8 Выводы	98
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	103
Приложение А	111
Приложение Б	112
Приложение В	114

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертации

Большая продолжительность испытаний оборудования на надежность и низкий уровень их обоснованности уменьшают эффективность системы управления качеством продукции, которая выпускается, (как серийной, так и опытной), что, в итоге, требует увеличения затрат на контроль заделов и выбраковку продукции, изготовленной по данным техническим условиям, значительно сдерживает темпы роста ресурсов технических изделий.

Уменьшение времени получения необходимой информации по результатам ресурсных стендовых испытаний и ускорение процесса доработки изделий на заданный ресурс оказывается возможным при условии проведения ускоренных испытаний (УИ), позволяющих максимально эффективно распознавать производственные - конструктивно дефекты, которые проявляют себя в процессе наработки.

В результате успехов, которые достигнуты научно-исследовательскими, опытно-конструкторскими и эксплуатирующими организациями за последнее время, повысилась ресурс надежность систем, оборудования, продукции. Средняя наработка на отказ новых машин и оборудования, их деталей и отдельных узлов может доходить до нескольких лет, поэтому существующие методы испытаний опытных образцов недостаточно эффективны из-за большой продолжительности. Методы определения и продления ресурса, которые основаны на сборе и отработке информации о надежности систем, оборудования, продукции в период их доводки на стенде, а также путем выполнения продолжительных эксплуатационных испытаний, требуют значительного времени и становятся неприемлемыми за счет того, что они не обеспечивают достоверность рассчитанных показателей надежности. Большой вклад в изучение проблемы оценки надежности систем оборудовании по результатам испытаний внесли

русийские и зарубежные ученые: Долгунин В. Н., Аронов И.З., Бурдасов Е.И., Тихомиров С.Г., Павлов В.И., Агапов А.С., Пронин В. А., Баталова З.Г., Шубин Р.А., Степанов А.Ю., Заренин Ю.Г., Скрипник В.М., Billman B.R., Antle C.E., Bain L.J., Harter H.L., Moore A.H., и др.

Достоверность оценок показателей надежности определяется точностью математических методов обработки информации, которые применяются в данном случае. Чем больше достоверность оценок, тем более точным будет прогноз появления отказов оборудования и вероятных аварийных ситуаций. Повышения экономической эффективности системы испытания оборудования в, том числе и системы управления оборудованием на надежность, добиваются сокращением времени испытаний или уменьшением количества испытываемых образцов. При уменьшении времени испытаний увеличивается степень цензурирования выборки, а при уменьшении количества испытываемых образцов становится меньше объем выборки наработок на отказ оборудования. Сокращать время испытаний можно только в том случае, если применяемые методы обработки информации позволяют получить достоверные показатели надежности. Для получения достаточного количества статистических данных по отказам, необходимо проведение испытаний в течении 5-10 лет (при нормальных условиях). За это время результаты устареют и будут уже не актуальны, а сами испытания потребуют больших денежных затрат. Сокращение времени испытаний оборудования на надежность является актуальной задачей. Для уменьшения времени получения требуемой информации при проведении стендовых и эксплуатационных испытаний и для ускоренной доработки оборудования на заданный ресурс необходимо совершенствование математических методов определения количественных значений показателей надежности.

Использование законов математической статистики, общей теории планирования эксперимента на ЭВМ с помощью комплекса программ позволяет сократить время испытаний и сохранить актуальность результатов.

Цель и задачи диссертационной работы. Сокращение времени испытания оборудования (количества испытываемых образцов), за счет совершенствования

математических методов определения количественных значений его показателей надежности.

Для достижения цели, которая была поставлена, сформулированы и решены следующие задачи.

1. Анализ предметной области: особенностей информационных потоков в системе, процесса возникновения отказов оборудования, методик и моделей проведения испытания оборудования на надежность. Обоснование математического аппарата.

2. Разработка алгоритма формирования выборок случайных величин по исследуемому плану испытаний.

3. Исследование возможности применения метода максимального правдоподобия для расчета оценок параметров законов распределения (экспоненциального, Вейбулла) по исследуемому плану испытаний.

4. Разработка методики оценки параметров законов распределения: экспоненциального, Вейбулла для повышения точности оценок, полученных методом максимального правдоподобия при определении показателей надежности оборудования.

5. Разработка и исследование эффективности методики обработки информации для повышения точности и достоверности оценок надежности оборудования.

Объектом исследования является система испытания оборудования на надежность.

Предмет исследования – математические методы обработки информации в системе испытания оборудования на надежность.

Научная новизна заключается в:

- построении алгоритма формирования выборок случайных величин по исследуемому плану испытаний на ЭВМ, отличающегося в том, что он обеспечивает адекватность моделируемых выборок с учетом результатов наблюдения за параметрами эксплуатируемого оборудования.

- разработке алгоритма экспериментального исследования точности оценок

максимального правдоподобия законов распределения (экспоненциального, Вейбулла), отличающегося возможностью расчета параметров, характеризующих ее структуру по каждой выборке.

- разработке методики повышения точности и достоверности оценок максимального правдоподобия, которые рассчитаны по малым, однократно цензурированным справа выборкам;

- разработке математических моделей для исследуемых законов распределения: экспоненциального, Вейбулла - в виде уравнений регрессии, которые определяют зависимость между отклонением оценок максимального правдоподобия от истинных значений и параметрами, которые характеризуют структуру выборки;

- разработке алгоритма проверки эффективности и значимости разработанных математических моделей. Отличие алгоритма в том, что для проверки моделей генерируется новая совокупность выборок и при этом для каждой выборки параметры законов распределения рассчитываются на основе генератора случайных чисел.

Практическая значимость работы заключается в разработке алгоритмов и комплекса программ, позволяющих вводить поправки к оценкам максимального правдоподобия, полученным по однократно цензурированным справа малым выборкам для законов распределения: экспоненциального, Вейбулла. Это повышает точность оценок и позволяет сократить время проведения испытаний или количество испытываемых образцов.

Теоретическая значимость работы заключается в развитии математических методов определения количественных значений показателей надежности сложных систем и в разработке методики оценки параметров двух законов распределения, которая повышает точность максимального правдоподобия оценок, полученных по однократно цензурированным справа выборкам.

Методология и методы исследования в работе используются методы системного анализа; методы регрессионного анализа; теория надежности;

статистические методы.

Положения, выносимые на защиту:

- алгоритм формирования выборок случайных величин по плану испытаний $[N, U, T]$ на ЭВМ с помощью комплекса программ обеспечивает адекватность моделируемых выборок, выборкам, формирующихся в результате наблюдения за оборудованием пассажирских вагонов.

- экспериментальные исследования точности оценок параметров двух законов распределения: экспоненциального, Вейбулла, рассчитанных методом МП по сформированным путем компьютерного моделирования на ЭВМ выборкам случайных величин.

- методика оценки параметров законов распределения: экспоненциального, Вейбулла, заключающаяся в том, что к оценкам максимального правдоподобия вводится поправка. Методика разработана для плана ускоренных испытаний $[N, U, T]$. Поправки рассчитываются по разработанным в работе математическим моделям.

- вычислительный эксперимент по моделированию выборок случайных величин на ЭВМ с помощью комплекса программ обеспечивает адекватность моделируемых выборок, выборкам, формирующихся при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$.

- регрессионные математические модели, которые устанавливают зависимость между относительным отклонением оценок параметров законов распределения от параметров, характеризующих структуру выборок. Они позволяют улучшить управление процессом эксплуатационных или стендовых испытаний оборудования пассажирских вагонов на надежность и добиться уменьшения затрат на их проведение путем сокращения времени испытаний или числа испытываемых образцов.

Обоснованность и достоверность научных результатов, выводов и рекомендаций диссертации основана на использовании методов математической статистики; большим объемом статистических экспериментальных исследований, которые выполнены путем моделирования на ЭВМ; положительными

результатами проверки эффективности предложенных математических моделей.

Связь с научными программами. Результаты диссертационного исследования использованы в ЗАО НО «Тверской институт вагоностроения» при разработке методики подконтрольной эксплуатации пассажирских двухэтажных вагонов и методики проведения ускоренных стендовых испытаний по оборудованию железнодорожного подвижного состава.

Апробация результатов работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях Российской научно-технической конференции “Энергосбережение в электро- и теплоэнергетических, металлургических установках”, г. Тверь, 2010 г., материалы VII всероссийской научно-практической конференции «Проблемы и перспективы развития вагоностроения», Брянск, 2016 и IV междунар. науч. конф. технические науки в России и за рубежом (г. Москва, январь 2015 г.). — Москва, 2015.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 10 печатных работ, и 1 электронный ресурс, в том числе 5 статей в изданиях, рекомендуемых ВАК РФ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 81 наименование.

Диссертация изложена на 114 страницах, содержит 24 рисунка и 9 таблиц.

ГЛАВА 1

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ИСПЫТАНИЯМИ НА НАДЕЖНОСТЬ

1.1 Анализ методов системы испытаний оборудования на надежность

Сроки службы оборудования могут исчисляться месяцами и годами. Поэтому один из основных путей оценки показателей надежности на этапе проектирования – применение метода ускоренных испытаний.

Задача разработки и внедрения во все отрасли промышленности методов ускоренных испытаний на надежность, как и многие другие сложные вопросы машиностроения, требует комплексного подхода. Лаборатория ускоренных испытаний, которая осуществляет общее руководство по стандартизации методов контроля и повышения надежности машин и приборов, выполняет разнообразные исследования ускоренных испытаний - одного из наиболее перспективных подходов при оперативном контроле уровня надежности.

К настоящему времени сложилась система стендовых испытаний, которая в определенной мере себя оправдывает. Новые виды испытаний и новые стенды должны быть увязаны с существующими; цель их внедрения – приближение условий испытания оборудования на стенде к условиям его работы в эксплуатации. В ГОСТ 2682–81 намечены первые шаги в этом направлении; введены новые виды испытаний тяговых машин на выборочность и климатические испытания.

Опыт исследования показывает [51, 41], что существенные технические и методологические трудности возникают при создании испытательных, комплексов для исследования виброустойчивой, выборочности, тепло- и холодоустойчивости оборудования подвижного состава, поскольку необходимо учитывать случайный характер действующих факторов в их взаимосвязи. Выбор режима стендовых испытаний и конструкция стенда определяется следующим условием: эффект одновременного действия моделируемых в процессе стендовых

испытаний факторов должен быть в отношении надежности эквивалентен их действию в эксплуатации.

На надежность оборудования в эксплуатации влияет много разнообразных факторов и их различные сочетания, зависящие от типов оборудования, условий его эксплуатации.

В силу сложности происходящих при этом процессов, до сих пор не изученных полностью, фактическую надежность оборудования оценивают по результатам испытаний на воздействие только тех факторов, которые, исходя из опыта эксплуатации, оказывают на нее наиболее сильное влияние, а именно на воздействие электрических нагрузок, вибраций и ударов, тепла, запыленности, влажности и температуры охлаждающего воздуха [51].

Комплекс технических средств для ускорения испытаний оборудования обычно состоит из вибрационного стенда, камеры холода, системы вентиляции с устройством регулирования запыленности и влажности охлаждающего воздуха, устройств регулирования электрической нагрузки, уровня напряжения испытуемого объекта и информационно-измерительной системы.

В процессе стендовых испытаний эксплуатационные нагрузки не воспроизводят, а моделируют на основе статистических характеристик эксплуатационных нагрузок и выбранных критериев подобия [21]. Для вновь разрабатываемого оборудования исходным материалом при моделировании нагрузок могут служить, в первом приближении, данные об эксплуатационной надежности оборудования, близкого по конструктивным параметрам к проектируемому. Чтобы получить значения параметрических показателей надежности испытываемого оборудования, необходимо иметь возможность, моделировать на стендах, как весь комплекс действующих факторов, так и его отдельные составляющие.

В основу классификации установок для ускоренных испытаний целесообразно положить, во-первых, назначение испытаний и, во-вторых, принцип моделирования влияния внешних факторов на работоспособность оборудования.

Такой принцип классификации не только отражает существующую систему испытаний оборудования, но и показывает пути их совершенствования. В наибольшей степени он был реализован в США, где полностью отсутствует шаблонный подход при выборе форм испытаний в каждом отдельном случае, поскольку предполагается, что любое предприятие уникально и нет двух одинаковых [65].

Для того, чтобы подходить текущему уровню науки и техники программа ЭВМ для проведения ускоренных испытаний оборудования и обработки их результатов испытаний должна выполнять следующие функции:

- накопление и хранение информации об отказах оборудования и отдельных его конструктивных элементов. Определение закона распределения наработок до отказа оборудования и расчет его параметров;

- создание и ведение нормативно-информационной базы для различных типов оборудования и отдельных, наиболее часто отказывающих, его элементов.

Главные принципы определительных испытаний:

- 1) ускоренные испытания в форсированном режиме;
- 2) ускоренные испытания в нормальном режиме [14].

Ускорения испытаний в форсированном режиме достигают экстраполяцией по наработке до отказа или рабочих циклов.

Уплотнение рабочих циклов осуществляют за счет:

- 1) сокращение перерывов в работе;
- 2) устранение работы вхолостую;
- 3) устранение времени простоя;
- 4) уменьшение времени, которое необходимо для вспомогательных работ;
- 5) исключения нерабочих климатических периодов, и т.д.

Ускоренные испытания оборудования на надежность проводятся в рабочем режиме с повышенными нагрузками и представляют собой разновидность метода физического моделирования [16]. В целом можно сделать вывод, что физическое моделирование очень дорого и получение выборок наработок на отказ без цензурированных результатов приведет к очень большим затратам.

1.2 Анализ эксплуатационной надежности пассажирских вагонов

Общие положения. Тверской институт вагоностроения был образован на базе филиала Всесоюзного научно – исследовательского института вагоностроения (г. Москвы), который был создан в 1962 г. для решения совместно с заводами проблем пассажирского вагоностроения.

Одно из основных направлений его деятельности – это проведение испытаний по оценке надежности, работоспособности узлов и систем жизнеобеспечения пассажирских вагонов.

Структура института отрабатывалась в течение ряда лет с учетом выполняемых работ, таких как экспериментальные исследования вагонов и сертификационные испытания и включает лабораторию прочностных испытаний вагонов, лабораторию исследования надежности вагонов, лабораторию стендовых испытаний.

Большое внимание уделяется повышению качества и надежности машиностроительной продукции. Это в полной мере относится к пассажирским вагонам.

Качество продукции охватывает все стадии создания и изготовления продукции. В этих условиях значение статистической информации о работоспособности пассажирских вагонов играет все большую роль, т.к. на основе ее можно оценить качество и надежность выпускаемой продукции.

К настоящему времени проведены исследования по оценке показателей надежности пассажирских вагонов на стадии их эксплуатации. На основании проведенных исследований и статистического материала о работоспособности пассажирских вагонов, получаемого от группы надежности главного управления вагонного хозяйства, производится оценка показателей безотказности пассажирского вагона и его составляющих узлов.

1.2.1 Оценка фактических показателей безотказности пассажирских вагонов

Наблюдение за новыми вагонами выборочной совокупности производится только первые два года [59]. На основе этой информации проводится анализ и определение фактических показателей безотказности вагонов. Однако показатели безотказности комплектующих изделий вагона значительно превосходят этот срок и их подтверждение является весьма трудной задачей.

Группами надежности производился сбор статистической информации о работоспособности пассажирских вагонов, выпускаемых Тверским вагоностроительным заводом. Сбор данных осуществлялся в соответствии с РТМ [59]. Под наблюдением находились пассажирские вагоны. На момент обработки информации значительная часть вагонов уже прошла деповской ремонт. Информация по ним, при обработке, использовалась выборочно, с учетом ее полноты. Наблюдение велось за вагонами, находящимися в различных климатических зонах железных дорог, что в соответствии с работой [56] отражает основные условия эксплуатации генеральной совокупности вагонов.

В связи с тем, что наблюдение за работой пассажирских вагонов носит характер пассивного эксперимента, а на формирование объема выборочной совокупности влияют различные объективные факторы, то после определения фактического объема исследуемой совокупности оценивалась точность нахождения оценок показателей надежности вагонов.

Статистическая информация о работоспособности пассажирских вагонов в процессе их эксплуатации собиралась работниками групп надежности главного управления вагонного хозяйства министерства путей сообщения с ежеквартальной передачей ее лаборатории надежности КФ ВНИИВ (в настоящее время Тверской институт вагоностроения).

Для обеспечения указанных требований сбор информации осуществлялся в

строгом соответствии с РТМ [59]. При определении показателей безотказности пассажирского вагона, например, вагон модель 61 - 425, его отдельных систем, узлов, часть данных, только отражающих неисправность рассматриваемых элементов не может быть использована. Оценка безотказности производится, если информация позволяет квалифицировать представленные данные, как отказ.

Тверской институт вагоностроения провел исследование надежности узлов и систем вагонов, 127 вагонов находились под наблюдением с начала ввода в эксплуатацию. На момент определения показателей безотказности вагоны имели различную наработку. В таком случае, результаты наблюдений представляется возможным спланировать по одному из стандартных планов наблюдений, которые используется при оценке надежности исследуемого узла. В зависимости от вида принятого плана испытаний для определений показателей надежности применялся метод максимального правдоподобия.

Интенсивности отказов вагона. Для оценки рассматриваемого показателя использовался метод максимального правдоподобия. Результаты наблюдений планировались по плану $[N, U, T]$, т.е. ограничивается период наблюдения T . В соответствии с рекомендацией [59] определялась точечная оценка интенсивности отказов вагонов по формуле:

$$\lambda = \frac{d}{\sum_{i=1}^d li + (N - d)L}, \quad (1.1)$$

где li – значение наработки до отказа;

d – количество отказов;

N – количество вагонов, поставленных на испытание;

L – установленная продолжительность наблюдения.

Наработка до первого отказа, ее значение рассчитывается по формуле:

$$L = \frac{1}{\lambda}$$

Тогда показатели надежности могут быть определены по многим узлам вагона. Ниже в табл. 1.1. приведены количественные значения пробега до отказа отдельных узлов вагона [56].

Еще 1986 г. в Тверском институте вагоностроения были созданы автоматизированные системы обработки информации для анализа результатов эксплуатации опытных узлов, на основании которых принимается решение о их серийном внедрении. Были разработаны программы определения точечных оценок параметров закона распределения по плану $[N, U, T]$ [56].

Таблица 1.1 - Количественные значения пробега до отказа отдельных узлов вагона

Наименование узла	Количество отказов	Средний пробег до отказа тыс.км.	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент вариации
Привод ТРК (текстурно-редукторно-карданный)	71	356,8	171,3	0,48
Продольный поводок	163	280,3	137,3	0,49
Цепь включения кипятильника	34	437,0	232,1	0,53
Цепь включения преобразователя	60	290,8	194,8	0,67

1.2.2 Сбор информации о функционировании системы

Сбор информации и данных является одним из основных этапов изучения системы с целью управления и обработки информации.

Решение сформулированной в диссертации задачи – изучение и анализ ее

компонентов, структуры системы, всех взаимосвязей между ее отдельными элементами - преследует цель отобразить статическое состояние всей системы. В тоже время, при проведении исследования методами системного анализа актуальными остаются вопросы, которые касаются изучения свойств системы. Они решаются в процессе ее функционирования - в процессе ее динамического поведения [10]. Построение модели системы, которая могла бы отражать все характеристики и все свойства системы, которые возникают в процессе ее функционирования, предполагает, кроме знания структуры системы, и знание ее отдельных параметров. Поэтому следующий этап мероприятий при проведении системного анализа – это сбор данных о функционировании системы.

Основное содержание этого этапа предполагает определение параметров системы для того, чтобы включить их в модель. Этот этап связан с нахождением параметров системы в виде числовых значений в режиме ее работы. Выделяют два вида параметров системы: внешние и внутренние.

Внутренние параметры системы – это характеристики, показывающие особенности конструктивных технических решений, которые приняты при создании системы и некоторых технических средств, которые включены в состав системы, а также в совокупность внутренних параметров систем. К таковым относятся:

а) свойства и характеристики сигналов, которые представляют информацию в существующих каналах связи – в момент, когда происходит обмен информацией между отдельными составными частями системы [15];

б) способ кодировки информации;

в) вид приоритета при приеме в обработку информацию от разных источников;

г) быстродействие конкретных элементов.

Ограничения, которые накладываются на различные параметры внутри системы, связаны со скоростью электромагнитных волн, которая конечна, а также с определенным количеством элементов аппаратуры системы, с дискретностью числа ячеек, которые запоминают устройство и т.д. Деление параметров на

внешние и внутренние носит весьма условный характер. Традиционно к внешним относятся параметры, которые имеют ограничения, определяемые назначением системы или вызваны определенными границами ее функционирования[15].

Внешние параметры системы – это характеристики работы системы, которые являются показателями качества ее работы как единого объекта [14, 16], таких внешних параметров могут рассматриваться параметры автоматизированной системы, такие как:

- а) суммарная производительность системы по обработке данных;
- б) общий объем информации;
- в) достоверность получаемой информации в результате эксперимента;
- г) количество аппаратуры, установленной в системе (общее количество всех внешних устройств, объем оперативной памяти, количество всех преобразователей информации и т.д.), время запаздывания от поступления исходных данных в систему до момента выдачи заключительных результатов;
- е) количественные характеристики надежности системы;
- ж) стоимость системы, которая включает разработку математического и программного обеспечения, показатели ремонтпригодности и, в целом, в эффективности системы в эксплуатации.

При описании всех параметров системы следует определить качественные характеристики, диапазон изменения, номер параметра, единицы измерения, а также место его использования в модели.

Определение параметров, отражающих свойства системы, происходит по-разному. Так, например, не вызывают затруднений в определении такие параметры как способ кодирования информации, количество внешних устройств, объем памяти, стоимость системы, вид приоритета при получении и обработке информации. Их можно получить на основе ознакомления с документацией по системе. Другой ряд параметров определяется на основании обработки информации, которая получена в процессе наблюдения за работой системы [7].

К этим параметрам относятся те, которые описывают точность полученных количественных результатов, надежность системы, качество ее

функционирования, и т.п.

Наблюдения для получения данных могут проводиться в процессе работы системы. Также для получения данных возможна организация отдельных исследований путем проведения эксперимента [10].

В первом случае можно говорить о том, что данные собраны в результате проведения пассивного эксперимента. Во втором случае получены специальные экспериментальные данные в результате проведения активного эксперимента, в основе которого отдельно составленный план с применением методов, которые относятся к методам планирования эксперимента. В этом случае, возможно изменение входных параметров, которые влияют на работу системы. При этом изучается изменение выходных характеристик системы в функции входных параметров.

Результаты испытаний, которые получены, фиксируются при помощи измерений - отображений результатов опыта в виде чисел, номеров. Измерение – это операция, проводимая с помощью алгоритмов, которая конкретному изучаемому состоянию процесса или системы устанавливает определенное обозначение: номер, число. Такое соответствие показывает то, что в полученных результатах измерений содержится информация об исследуемой системе. Нужная информация в виде значений параметров получается преобразованием результатов, проведенных измерения, другими словами - с помощью обработки данных, полученных при проведении эксперимента [10].

Сегодня получили широкое распространение статистические измерения, т.е. оценивание функционалов распределения вероятностей в процессе наблюдения значений.

1.3 Модели анализа надежности сложной системы

Основным видом моделей являются имитационные модели. К имитационному моделированию исследователь обращается в случаях, когда дело

касается математических моделей, не позволяющих заранее предсказать или вычислить результаты [19]. В таком случае для вычисления поведения реальной сложной системы прибегают к эксперименту - исследованию на модели при различных начальных параметрах. Имитационное моделирование - это метод проведения эксперимента на ЭВМ с математическими моделями, которые позволяют изучить поведение сложной системы на заданном временном интервале. Поведение составляющих сложной системы и их взаимодействие внутри имитационной модели описывается набором алгоритмов, которые представлены на языке, который используется при моделировании. При создании имитационной модели, которая используется в исследовании, прежде всего, интерес представляет возможность вычисления функционала, который задан на множестве реализаций процесса функционирования изучаемой системы.

Рассмотрим существующие имитационные модели, которые используются при анализе надежности систем [10].

Создание имитационной модели всей системы в целях определения характеристик надежности систем начнем с изучения стратегии и структурной схемы системы ее функционирования. Пусть в моменты времени $T_k, 2T_k, \dots, nT_k$ производятся контрольные проверки, которые направлены на поиск неисправностей отдельных элементов системы. Если в момент осуществления этого контроля фиксируется отказ, то проводятся восстановительные работы.

Вероятны ситуации, согласно которым при выполнении контрольных проверок отказ элементов не обнаруживается. В этом случае элемент находится в состоянии отказа до следующего контроля. Функционирование всей системы осуществляется до момента времени T_p , если в системе нет отказов, или до момента отказа. Момент времени T_p - начало плановых работ по профилактике, T_e — время восстановления элемента. Система обновляется полностью после выполнения профилактического обслуживания, и снова начинается процесс функционирования.

Будем считать заданным периоды между выполнением контрольных проверок T_k и период времени T_p , при достижении которого происходит

восстановление системы. Для того чтобы организовать процесс моделирования, необходимо указать вероятность нахождения отказа P_o и исходные данные, которые необходимы для восстановлений элементов и моделирования, а именно: закон и плотность распределения наработок до отказа каждого элемента в системе.

Итак, все исходные параметры заданы. Далее организуется процесс моделирования на ЭВМ. Процесс функционирования элементов системы представлен на рисунке 1.1. [11]. На рисунке в виде ступенек показаны периоды, в которых система функционирует исправно, линиями - периоды простоя элементов, когда они их состояние неисправно до момента обнаружения отказа; заштрихованная ступенька обозначает время восстановления элемента после обнаружения отказа.

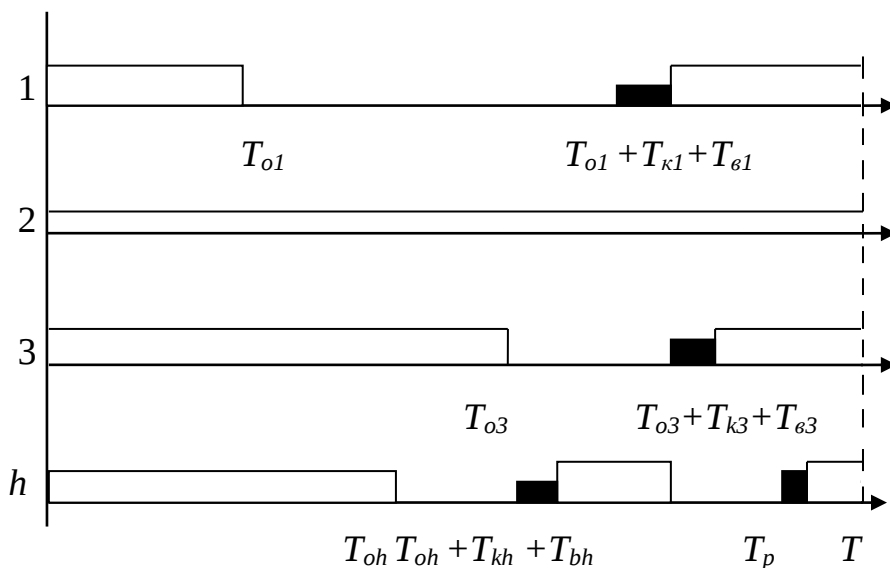


Рисунок 1.1 - Процесс функционирования элементов системы

Определение вероятности безотказной работы исследуемой системы предполагает следующую схему: для каждого элемента системы моделируется на ЭВМ случайная наработка до отказа T_{io} , Моделирование выполняется с использованием известной плотности распределения наработок до отказа $f_{oi}(\theta_t, t)$. После этого, по заданной вероятности обнаружения отказа моделируется событие,

которое заключается в следующем - обнаружен или не обнаружен отказ. Если отказа фиксирован, то после ближайшего момента контроля к наработке до отказа этого элемента выполняется ремонт и восстановление отказавшего элемента. Время, которое затрачивается на восстановление элемента, является случайной величиной и моделируется с помощью заданной плотности распределения для времени восстановления. После окончания процесса моделирования наработок до отказа и времени восстановления всех элементов из полученной выборки наработок T_{oi} , выбирают те, для которых истинно соотношение $T_{oi} < T$. При этом необходимо отметить, что происходят изменения состояния элементов. Поэтому для нахождения отказа системы необходимо просматривать только изменения в состояниях элементов. Поэтому для каждого T_{oi} , для которого является истинным соотношение $T_{oi} < T_p$,

$$\left. \begin{aligned} T_{oi} < T_{ol} < T_{oi} + T_{ki} + T_{ei} \\ T_{ol} < T_{oi} < T_{ol} + T_{kl} + T_{el} \end{aligned} \right\}$$

проверяем выполнение условия по всем, $l = \overline{1, h}$ где h - общее количество всех элементов в системе. Проверка этого условия заключается в обнаружении элементов, которые находятся в состоянии отказа в отрезок времени, когда i -й элемент был в состоянии отказа. Введем понятие идентификатора состояния элемента p_l . Дадим определение его следующим образом: $p_l = 0$. Если в данный период $[T_{oi}, T_{oi} + T_{ki} + T_{ei}]$ элемент находился в состоянии отказа и для $p_i = 1$ если элемент находился в работоспособном состоянии. Естественно, что в момент $[T_{oi}, T_{oi} + T_{ki} + T_{ei}]$, когда выполнялась проверка i -го элемента, он находился в состоянии отказа и для него $p_l = 0$. Сформировав массив $\{p_l\}$, на основании существующей функции работоспособности, устанавливаем, происходил ли в данном интервале времени отказ системы.

Если был, то $p_c = 0$, если отказ не было, $p_c = 1$.

Если в рассматриваемый промежуток времени отказ не обнаружен, рассматриваем следующий интервал времени.

Процесс длится до тех пор, пока величина p_c не будет равна нулю. Если на каком-либо из проверяемых периодов величина p_c приняла значение 0, это значение запоминается и далее осуществляется следующая итерация моделирования. Если же ни на каких из анализируемых отрезков времени до момента T_p величина p_c не принимала значение 0, то отказов в системе не было, и значение p_c в рассматриваемом испытании равно 1. Оценку вероятности безотказной работы системы определяем по формуле

$$p_c(T) = 1/N \sum_{j=1}^N p_{cj} , \quad (1.2)$$

где p_{cj} - значение величины p_c в j -м испытании.

Рассмотренная выше модель - это концептуальная модель. Поэтому после ее составления переходим к созданию программ для ее реализации и выполнению исследований модели на ЭВМ.

Общеизвестно, что в основе для проведения любого исследования необходим эксперимент, а для создания модели объекта необходимо собрать информацию о нем. В настоящее время широко распространены статистические измерения – расчет параметров распределений вероятностей по параметрам случайного процесса.

Методом обработки результатов наблюдений, которые фиксируются при выполнении эксперимента, генерируется информация, с целью дальнейшего усовершенствования модели. Это дает возможность переводить модель на более качественный уровень.

При обработке результатов классических наблюдений предполагается, что в каждом испытании будет реализован наблюдаемый признак [10]. При проведении испытаний объектов на надежность все объекты наблюдаются до отказа. Как правило, на предприятии существует система предупредительных профилактических мероприятий, цель которых – добиться минимального количества отказов изделий в процессе их работы. Даже при проведении специальных экспериментов по определению характеристик надежности испытываемой продукции не представляется возможным довести всю партию до

отказа, так как это требует значительного времени для проведения эксперимента.

Подобные данные поступают на обработку и в других областях проводимых исследований. Но, даже если, часть объектов исследования не доводится до отказа, эта часть становится источником полезной информации, используемой в процессе обработки результатов наблюдений. Результаты наблюдений, у которых есть неопределенность при реализации наблюдаемого признака, называются цензурированными. Цензурирование задается двумя способами:

1. Цензурирование для группы одинаковых объектов задается в одной точке.
2. Могут возникать реализации, в ходе которых цензурирования проводятся в разных точках.

В настоящем исследовании исследуются цензурированные выборки, возникающие при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$ [3,6].

Согласно плану $[N, U, T]$ наблюдение производится за N объектами, длительность наблюдений равна T , по окончании которого испытание прекращается независимо от того, какое количество элементов отказало.

В случае, если происходит отказ m из N объектов, то для оставшихся $(N-m)$ объектов время наблюдения T является цензурировано величиной T , т.е. на интервале $[0, T](N-T)$ отказа данных объектов не было, и, вероятно, их отказы произойдут на промежутке (T, ∞) .

1.4 Оценивание показателей надежности систем и определение их достоверности

Для решения задач создания моделей исследуемых систем актуальность приобретает получение исходной информации о параметрах всех элементов, которые входят в состав системы [41]. Достоверность и точность исходной информации определяет целый ряд параметров: точность расчетов при оптимизации различных стратегий при функционирования системы, точность оценок рассматриваемых параметров системы; решение различных проблем,

связанных с прогнозированием работы системы в будущем. При получении первичной информации о параметрах элементов системы, как правило, основу представляет информация, формирующаяся при исследовании системы и изучении опыта ее эксплуатации. Другими словами, это сведения о функционировании комплектующих элементов системы в процессе ее работы.

Анализ начальных показателей составных частей, элементов, узлов, проводимый на этапах эксплуатации, испытаний, направлен на решение ряда вопросов [10]:

- 1) Определение реальных значений изучаемых характеристик составных частей и комплектующих элементов при их эксплуатации в реальных условиях;
- 2) Установление взаимосвязи исследуемых характеристик элементов и воздействующих параметров при их эксплуатации, анализ влияния внешних воздействий на изучаемые показатели;
- 3) Прогнозирование надежности узлов и деталей вновь создаваемого оборудования.

Таким образом, для решения поставленных задач, необходимо организовать наблюдение за работой оборудования при его эксплуатации. Получаемая при эксплуатации объектов информация может быть использована для разработки моделей исследуемых систем.

При выполнении экспериментальных исследований большую роль играет информация, которая получена при наблюдениях за объектами, состояние которых имеет вероятностный характер. Исследование таких систем выполняется по полученным значениям выходных параметров, которые являются случайными величинами. Общая характеристика, которая показывает поведение случайной величины - это плотность ее распределения $f(t)$. Если известна плотность распределения случайной величины, то можно определить следующие характеристики: вероятность возникновения отказа, интенсивность его возникновения, среднюю наработку на отказ. Ниже приведены формулы, по которым можно рассчитать соответствующие показатели [10].

Вероятность отказа за время t рассчитывается следующим образом

$$Q(t) = F(t) = \int_0^t f(t)dt. \quad (1.3)$$

Где $f(t)$ – плотность распределения.

Вероятность безотказной работы определяется с помощью функции распределения:

$$P(t) = 1 - F(t). \quad (1.4)$$

Среднюю наработку на отказ можно определить по формуле [10]:

$$T_{\sigma} = \int_0^{\infty} tf(t)dt = \int_0^{\infty} p(t)dt. \quad (1.5)$$

Интенсивность отказов рассчитывается согласно формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}. \quad (1.6)$$

Таким образом, знание плотности или функции распределения случайной величины, дает возможность перейти к определению параметров сложной системы. В действительности часто функция распределения неизвестна. Ее восстановление осуществляется согласно статистическим данным реализации случайной величины. Поскольку статистка о результатах наблюдений зачастую носит ограниченный характер, можно говорить о возможности восстановления функции распределения с определенной долей достоверности. Поэтому, если функция распределения оценивается с некоторой ошибкой, то и расчет характеристик системы также будет осуществляться с погрешностями.

Пусть необходимо выполнить оценку определенного показателя $R(t)$. Покажем, как рассчитывается дисперсия в его оценке. Пусть этот показатель $R(t)$ находится через функцию распределения. Предположим, что значение функции распределения зависит от параметров α и β . Пример двухпараметрических функций - это нормальное распределение, логарифмически нормальное, распределение Вейбулла и некоторые другие. Итак, пусть

$$F(t) = F(t, \alpha, \beta). \quad (1.7)$$

При этом, для сложной системы, показатель, который оценивается, можно представить, как функционал от

$$\begin{aligned} F(t) &= F(t, \alpha, \beta) \\ R(t) &= R[F(t, \alpha, \beta)] = R(t, \alpha, \beta). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Разложим оценку $\hat{R}(t)$ в ряд Тейлора в точке α, β и ограничимся тремя членами [10]:

$$\hat{R}(t) = R(t) + \frac{\partial R(t)}{\partial \alpha} (\hat{\alpha} - \alpha) + \frac{\partial R(t)}{\partial \beta} (\hat{\beta} - \beta). \quad (1.9)$$

К обеим частям данного выражения применим операцию вычисления линейной дисперсии

$$D[\hat{R}(t)] = \left[\frac{\partial R(t)}{\partial \alpha} \right]^2 D[\hat{\alpha}] + \left[\frac{\partial R(t)}{\partial \beta} \right]^2 D[\hat{\beta}] + 2 \frac{\partial R(t)}{\partial \alpha} \frac{\partial R(t)}{\partial \beta} \text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}), \quad (1.10)$$

где $\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ - ковариация между параметрами $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$.

Следующий важный вопрос, требующий решения - это оценивание параметров выбранного закона распределения. С этой целью в настоящем исследовании используется метод максимального правдоподобия. Этот метод является предметом рассмотрения второй главы диссертации.

1.5 Обработка статистических данных, полученных в результате наблюдений

Статистические данные - это числовые или не числовые характеристики изучаемых объектов, полученные в результате наблюдений определенного числа признаков у каждой единицы выборки из данной генеральной совокупности.

Объем выборки n равен числу наблюдаемых единиц из генеральной совокупности. Любой метод предъявляет свои требования к объему выборки; объем выборки определяет ограничения на выбор методы обработки данных.

Различают выборки малого и большого объемов [17], выборка считается большого объема, если для поставленных целей число n принято в качестве большого объема выборки. Например, в зависимости от распределения вероятностей, применяемого вычислительного алгоритма, априорных предположений задают некоторое предпочтительное число n_0 . Объем выборки можно считать большим при $n \geq n_0$. Каждому алгоритму соответствуют требования при определении величины n_0 . Точный объем n выборки учитывается, если $n \leq n_0$, либо если имеются точные аналитические результаты, уточняющие результат обработки.

Минимальное число наблюдений для оценки среднего значения и среднего квадратического отклонения. Если заданы абсолютная точность Δ вычисления среднего значения $\bar{x}$, относительная точность ε вычисления среднего квадратического отклонения $\bar{s}$ и уровень значимости α , то минимальные числа наблюдений определяются с помощью приближенных формул [21]

$$\begin{aligned}\bar{n}_x &\approx \left(\frac{u_\alpha}{\Delta} \sigma \right)^2; \\ \bar{n}_s &\approx 1 + 0,5 \left(\frac{u_\alpha}{\varepsilon} \right)^2,\end{aligned}\tag{1.11}$$

где u_α - квантиль уровня α стандартного нормального распределения; σ - среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности.

В результате испытаний полная и цензурированная выборка изделий предстают в виде набора реализованных количественных характеристик какого-либо свойства, составляющего надежность конкретных изделий выборки. Если для каждого изделия выборки упомянутая количественная характеристика полностью определена, то набор их представляет полную выборку. Если же для

части изделий выборки рассматриваемая характеристика не определена полностью, то имеет место цензурированная выборка.

Цензурированные выборки возникают при некоторых планах испытаний, таких как $[N, U, T]$.

1.5.1 Статистические распределения и оценивание неизвестных параметров законов распределений

В научных исследованиях, технике и промышленности, как правило, при неизменных условиях многократно повторяются опыты, операции и явления. Изучаемое статистическими методами случайное рассеивание имеет важное практическое значение. Только знание законов распределения и их надлежащий учет в инженерных, экономических и других расчетах может обеспечить в подобных случаях надежную работу устройств, рациональный выпуск изделий по размерам [43].

Распределение вероятностей случайной величины однозначно определяется функцией распределения. Она задает значение вероятности того, что случайная величина X будет меньше или равна x . Определяется для всех действительных значений x и монотонно возрастает от нуля до единицы.

Известно, что на практике исходным объектом статистических исследований является выборка $x_i, i = \overline{1, n}$, из распределения, которое полностью или частично неизвестно. В математической статистике в качестве основных традиционно выделяют два класса задач: оценка неизвестных параметров по выборке; проверка статистических гипотез [12].

Задачи первого класса возникают, когда по выборке нужно оценить какую-нибудь неизвестную числовую характеристику распределения, т. е. указать функцию от выборки $\Theta^* = f(x_i)$, предназначенную для использования вместо параметров Θ в качестве его приближения. Величину Θ^* называют оценкой параметра Θ .

Точечная оценка параметра распределения осуществляется с помощью выбранного метода оценивания. Полученные оценки должны удовлетворять таким важным свойствам, как состоятельность, несмещенность, эффективность, устойчивость.

Основным методом для цензурированных выборок является метод максимального правдоподобия МП [10].

В данной диссертационной работе был исследован метод МП. Результаты исследований приведены в третьей и четвертой главах.

1.5.2 Моделирование отказов оборудования на ЭВМ.

Наличие ЭВМ, позволяющих экономично и быстро моделировать характеристики сложных систем, привело к широкому распространению метода случайных испытаний, заключающегося в (построении) большого числа систем с помощью ЭВМ и численной оценке характеристик таких моделируемых систем.

Методы формирования случайных чисел с различными законами распределения используют нормированные случайные величины, имеющие равномерное распределение в интервале (0,1) или нормальное распределение $N(0,1)$.

Методика получения случайных величин, которые имеют других распределения, с помощью нормированных случайных величин, распределенных по нормальному закону, основана на следующем подходе.

Известно, что интегральная функция распределения любой непрерывной случайной величины равномерно распределена в интервале (0,1), т. е. для любой случайной величины Y с плотностью распределения $f(y)$ случайная величина

$$F(y) = \int_{-\infty}^y f(x) dx \quad (1.12)$$

имеет равномерное распределение в интервале (0,1) или функции $F(y)$ соответствует плотность распределения [10].

$$q[F(y)] = 1, 0 \leq F(y) \leq 1$$

Равномерное распределение [10]. При моделировании на ЭВМ случайных величин используется непрерывное распределение, которое называется равномерным. Плотности равномерное распределение на интервале (a, b) , имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x < a, x > b \end{cases} \quad (1.13)$$

Много способов моделирования на ЭВМ случайных величин основано на использовании псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале $(0,1)$. В математической статистике существует следующая теорема: если у случайной величины x плотность распределения $f(x)$, то случайная величина $y=f(x)$ будет иметь равномерное распределение в интервале $(0, 1)$

Если задана функция распределения $F(x)$, нужно выбрать случайное значение Y из равномерного распределения на интервале $(0,1)$ и рассчитать значение аргумента, при котором $F(x)=Y$. Смоделированная случайная величина x будет распределена по заданной функции распределения $F(x)$ [10].

1.6 Постановка задачи исследования

В диссертационной работе поставлена задача разработки математических моделей и алгоритмов, позволяющих улучшить управление процессом эксплуатационных или стендовых испытаний оборудования пассажирских вагонов на надежность и добиться уменьшения затрат на их проведение путем сокращения времени испытаний или числа испытываемых образцов.

При сокращении времени испытаний оборудования пассажирских вагонов или времени наблюдения за отказами при его эксплуатации будет увеличиваться степень цензурирования выборки наработок на отказ, а при уменьшении

количества образцов, поставленных на испытания, уменьшается объем N выборки наработок оборудования. Сокращать время испытаний или количество образцов можно только в том случае, если методы обработки информации позволяют получить достоверные показатели надежности.

Целью исследования является

- исследование точности оценок, полученных методом МП при оценке показателей надежности пассажирских вагонов по плану $[N, U, T]$ по двум законам распределения: экспоненциального, Вейбулла.
- разработка моделей оценки параметров законов распределения: экспоненциального, Вейбулла, при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$, для повышения точности оценок, полученных методом максимального правдоподобия с целью сокращения времени определения показателей надежности пассажирских вагонов.
- исследование эффективности разработанной методики с помощью проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ.

На основании выполненного анализа были сформулированы следующие основные задачи исследования.

1. Проведение моделирования на ЭВМ случайного процесса отказов оборудования пассажирских вагонов.
2. Исследование точности оценок, которые получены методом максимального правдоподобия при определении параметров следующих законов распределения: экспоненциального, Вейбулла - при проведении испытаний по плану испытаний $[N, U, T]$.
3. Разработка методики оценки параметров двух законов распределения: экспоненциального, Вейбулла, при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$, с целью повышения точности оценок, полученных методом МП.
4. Исследование эффективности разработанной методики путем выполнения эксперимента по моделированию отказов на ЭВМ.

ГЛАВА 2

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ОБОРУДОВАНИЯ ПАССАЖИРСКИХ ВАГОНОВ

2.1 Основные показатели оценки надежности оборудования на надежность

Для расчета и исследования показателей надежности используются соответствующие законы распределения. Определение вида закона распределения и расчет его параметры выполняется при обработке статистических данных об отказах оборудования, которые получены в результате проведения испытаний на предприятии. Как было отмечено в предыдущей главе, анализ надежности при испытаниях оборудования пассажирских вагонов производится в ситуации, когда некоторая часть испытываемых объектов не отказывает за время наблюдения. Доступна лишь информация об отрезке времени, в котором произошёл отказ. Это вызвано тем, что отказы многих устройств фиксируются не сразу, а в некоторые, заранее установленные моменты времени, когда выполняется контроль исправности оборудования. В этих случаях возникает необходимость разработки методов статистического анализа надежности, на основе так называемых цензурированных выборок.

Кроме того, что выборки являются многократно цензурированными, они относятся к классу так называемых малых выборок. Это также влияет на точность оценки параметров распределения случайной величины. От достоверности и точности полученной исходной информации зависит точность и достоверность решений, которые принимаются.

Поэтому, задачи разработки и исследования методов расчета надёжности систем с учётом цензурированной информации при ограниченном объёме данных, то есть малых выборках об отказах оборудования, становятся актуальными.

В соответствии с принятым на вагоностроительных предприятиях регламентом технического обслуживания и ремонта оборудования, наблюдения можно выполнять по одному из представленных семи планов (табл. 2.1) [25].

Таблица 2.1- Рекомендуемые планы наблюдений

План наблюдения	Показатель надёжности	Распределение случайной величины
[N,U,N]	Средняя наработка до отказа, средний ресурс, гамма-процентный ресурс, средний срок службы, вероятность безотказной работы, гамма-процентный срок службы	Вейбулла, экспоненциальное, нормальное, логарифмически нормальное.
[N,U,r]	Гамма-процентный ресурс, вероятность безотказной работы, гамма-процентный срок службы	Неизвестное
[N,U,T]	Средняя наработка до отказа, средний ресурс, средний срок службы	Вейбулла, экспоненциальное, нормальное
[N,R,r],[N,R,T]	Средняя наработка на отказ	Экспоненциальное
[N,M,r]	Средняя наработка до отказа	Экспоненциальное
	Коэффициент готовности	Неизвестное
[N,M,T]	Средняя наработка на отказ	Экспоненциальное

Условные обозначения:

М – происходит восстановление работоспособности объектов после каждого отказа.

Третья буква указывает на признак окончания наблюдения: N- отказ всех N объектов;

N- объём выборки; U- это планы испытаний, при проведении которых объекты, которые отказали, не заменяются и не восстанавливаются; R –объекты после отказа заменяются новыми.

r – отказ объектов; T – по окончании времени (наработки) T

Как следует из табл.2.1 при использовании плана испытаний $[N, U, T]$ для оценки показателей надежности используются следующие законы распределения: экспоненциальный, Вейбулла и нормальный [10].

Плотность экспоненциального распределения определяется как

$$f_E(t) = \lambda \exp(-(\lambda t)) \quad (2.1)$$

Плотность распределения Вейбулла задается выражением

$$f_B(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) \quad (2.2)$$

где a – параметр масштаба (в теории надежности - среднее время наработки на отказ), b – параметр формы распределения Вейбулла [10].

В теории надежности основными показателями, характеризующими надежность технических средств, являются: интенсивность отказов, наработка на отказ, среднее время безотказной работы, вероятность безотказной работы.

Наработка на отказ - величина, (время или объём работы) принятая для измерения продолжительности работы аппаратуры.

Вероятность отказа оборудования за время t для экспоненциального закона распределения определяется из выражения

$$F_E(t) = p(T < t) = \int_0^t \lambda \exp(-\lambda t) dt = 1 - \exp(-\lambda t) \quad (2.3)$$

Вероятность отказа оборудования за время t для закона распределения Вейбулла определяется из выражения [10]

$$F_B(t) = p(T < t) = \int_0^t \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) dt = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) \quad (2.4)$$

В формулах (2.3), (2.4) величина $F(t)$ является функцией распределения случайной величины T для соответствующих законов распределения [13].

Безотказность можно определить, как вероятность того, что оборудование будет выполнять свои функции на определенном отрезке времени при определенных условиях. Вероятностью безотказной работы называется вероятность того, что на заданном интервале времени или в пределах указанной

наработки отказа объекта не произойдет [53]. Для экспоненциального распределения вероятность безотказной работы рассчитывается по формуле

$$P_E(t) = p(T \geq t) = \int_t^{\infty} \lambda \exp(-\lambda t) dt = \exp(-\lambda t) \quad (2.5)$$

Для закона распределения Вейбулла вероятность безотказной работы можно вычислить по формуле

$$P_B(t) = p(T \geq t) = \int_t^{\infty} \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) dt = \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) \quad (2.6)$$

Вероятность безотказной работы обратно вероятности отказа, т.е.

$$P(t) = 1 - F(t)$$

и вместе с интенсивностью отказов определяет безотказность оборудования.

Интенсивность отказов - это [10] условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, которая определяется при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник. Интенсивность отказов для экспоненциального закона распределения

$$\lambda_E(t) = \frac{f_E(t)}{P_E(t)} = \frac{\lambda \exp(-\lambda t)}{\exp(-\lambda t)} = \lambda \quad (2.7)$$

Для закона распределения Вейбулла интенсивность отказов определяется из соотношения [11]

$$\lambda_B(t) = \frac{f_B(t)}{P_B(t)} = \frac{\frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right)}{\int_t^{\infty} \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) dt} = \frac{b}{a} \left(\frac{1}{a}\right)^{b-1} \quad (2.8)$$

Здесь в формулах (2.7) , (2.8) $f(t)$ - функция плотности времени наработки на отказ, а $P(t)$ - вероятность безотказной работы; t - продолжительность периода времени функционирования изделия, в предположении, что изделие начинает работать в момент времени $t = 0$

Средняя наработка на отказ - это математическое ожидание работы системы до отказа [21]. Для экспоненциального закона распределения математическое ожидание (среднее время безотказной работы) можно записать следующим образом [10]:

$$T_{cp} = M[T]_E = \int_0^{\infty} t \lambda \exp(-(\lambda t)) dt = \frac{1}{\lambda} \quad (2.9)$$

Для закона распределения Вейбулла среднее время безотказной работы рассчитывается по формуле

$$T_{cp} = M[T]_B = \int_0^{\infty} t \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{b} + 1\right)}{a^{1/b}} \quad (2.10)$$

где $\Gamma(x)$ - гамма-функция.

2.2 Оценка точности показателей надежности для экспоненциального закона распределения

Таким образом, знание плотности или функции распределения случайной величины, дает возможность перейти к определению параметров показателей надежности оборудования. На практике часто значения параметров функция распределения неизвестны. Их восстановление осуществляется на основе статистических данных реализации случайной величины [60]. Поскольку статистка о результатах наблюдений зачастую носит ограниченный характер, можно говорить о возможности восстановления функции распределения с некоторой достоверностью. Поэтому, если функция распределения оценивается с некоторой ошибкой, то и расчет характеристик системы также будет осуществляться с некоторой погрешностью. Точность оценивания показателей надежности определяется дисперсией оценок параметров, определяющих закон распределения [19].

Пусть необходимо выполнить оценку точности определенного показателя, $\Pi(t, \lambda)$ основанного на экспоненциальном законе распределения. Для этого выполним разложение оценки показателя $\Pi(t, \hat{\lambda})$ в ряд Тейлора в окрестности значения параметра $\hat{\lambda}$ [10].

$$\hat{\Pi}(t) = \Pi(t) + \frac{\partial \Pi(t)}{\partial \lambda} (\hat{\lambda} - \lambda) \quad (2.11)$$

Используя выражение для полученного значения оценки показателя (2.11), рассчитываем дисперсию.

$$D[\hat{\Pi}(t)] = \left(\frac{\partial \Pi(t)}{\partial \lambda} \right)^2 D[\hat{\lambda}] \quad (2.12)$$

Определим значения дисперсии показателей надежности основанных на использовании экспоненциального закона распределения.

1) Оценка дисперсии показателя вероятности безотказной работы. Вероятность безотказной работы определяется выражением (2.5). Используя формулу (2.12) получаем значение дисперсии для его оценки [13].

$$D[\hat{R}_E(t)] = \left(\frac{\partial P_E(t)}{\partial \lambda} \right)^2 D[\hat{\lambda}], \quad (2.13)$$

где

$$\frac{\partial P_E(t)}{\partial \lambda} = -t \exp(-t\lambda)$$

2) Оценка дисперсии показателя интенсивности отказов. Вероятность интенсивности отказов определяется выражением (2.7). Используя формулу (2.12) получаем значение дисперсии для его оценки

$$D[\hat{\lambda}_E(t)] = \left(\frac{\partial \lambda_E(t)}{\partial \lambda} \right)^2 D[\hat{\lambda}] = D[\hat{\lambda}] \quad (2.14)$$

3) Оценка дисперсии средней наработки на отказ. Вероятность средней наработки на отказ определяется выражением (2.9). Используя формулу (2.12) получаем значение дисперсии для оценки ошибки показателя

$$D[\hat{T}_{cpE}(\lambda)] = \left(\frac{\partial T_{cpE}(\lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 D[\hat{\lambda}] = -\frac{1}{\lambda^4} D[\hat{\lambda}] \quad (2.15)$$

Как видно из выражений (2.13) – (2.15) дисперсии рассмотренных показателей зависят от дисперсии оценки параметра распределения $\hat{\lambda}$ [13].

2.3 Оценка точности показателей надежности для распределения Вейбулла

Далее определим значения оценок дисперсии показателей надежности основанных на использовании закона распределения Вейбулла. Закон этот двухпараметрический и зависит от параметров a и b . Для некоторого показателя $\Pi(t, a, b)$ выполним разложение оценки в ряд Тейлора в окрестности значения параметров $\hat{a}$ и $\hat{b}$. В результате получим

$$\hat{\Pi}(t) = \Pi(t) + \frac{\partial \Pi(t)}{\partial a} (\hat{a} - a) + \frac{\partial \Pi(t)}{\partial b} (\hat{b} - b) + 0 \left(\left| \hat{a} - a \right|^2 + \left| \hat{b} - b \right|^2 \right) \quad (2.16)$$

$$\text{Где } \left| \hat{a} - a \right| + \left| \hat{b} - b \right| \rightarrow 0.$$

К правой и левой части этого уравнения применим операцию вычисления дисперсии

$$D[\hat{\Pi}(t)] = \Pi(t) + \left(\frac{\partial \Pi(t)}{\partial a} \right)^2 D(\hat{a}) + \left(\frac{\partial \Pi(t)}{\partial b} \right)^2 D(\hat{b}) + 2 \frac{\partial \Pi(t)}{\partial a} \frac{\partial \Pi(t)}{\partial b} \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) \quad (2.17)$$

где $\text{cov}(\hat{a}, \hat{b})$ - ковариация между параметрами $\hat{a}, \hat{b}$.

Определим значения дисперсии показателей надежности основанных на использовании закона распределения Вейбулла [10].

1) Оценка дисперсии показателя вероятность безотказной работы. Вероятность безотказной работы определяется выражением (2.6). Определим сначала частные производные для выражения (2.8)

$$\frac{\partial P_B(t)}{\partial a} = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a} \right)^b \ln \frac{1}{a} \exp - \left(\frac{t}{a} \right)^b, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial P_B(t)}{\partial b} = - \left(\frac{t}{a} \right)^b \ln \frac{1}{a} \exp - \left(\frac{t}{a} \right)^b \quad (2.19)$$

Используя формулы (2.17) – (2.19) получаем значение дисперсии для

оценки ошибки показателя вероятности безотказной работы.

$$D[\hat{P}_B(t)] = P_B(t) + \left(\frac{\partial P_B(t)}{\partial a}\right)^2 D(\hat{a}) + \left(\frac{\partial P_B(t)}{\partial b}\right)^2 D(\hat{b}) + 2 \frac{\partial P_B(t)}{\partial a} \frac{\partial P_B(t)}{\partial b} \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) \quad (2.20)$$

2) Оценка дисперсии показателя интенсивность отказов. Вероятность интенсивности отказов определяется выражением (2.8). Определим сначала частные производные для выражения (2.8)

$$\frac{\partial \lambda_B(t)}{\partial a} = -\left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \lambda_B(t)}{\partial b} = \frac{t^{b-1}}{a^b} + \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \ln \frac{t}{a} \quad (2.22)$$

Используя формулы (2.17) и (2.21) – (2.22) получаем значение дисперсии для оценки ошибки показателя вероятности интенсивности отказов [10].

$$\hat{\lambda}_B(t) = \lambda_B(t) + \left(\frac{\partial \lambda_B(t)}{\partial a}\right)^2 D(\hat{a}) + \left(\frac{\partial \lambda_B(t)}{\partial b}\right)^2 D(\hat{b}) + 2 \frac{\partial \lambda_B(t)}{\partial a} \frac{\partial \lambda_B(t)}{\partial b} \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) \quad (2.23)$$

3) Оценка дисперсии показателя среднего времени наработки на отказ. Вероятность средней наработки на отказ определяется выражением (2.10). Вычислим сначала частные производные

$$\frac{\partial T_{cpB}(t)}{\partial a} = \int_0^\infty \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^b \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) dt \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial T_{cpB}(t)}{\partial b} = \int_0^\infty \left(\frac{t}{a}\right)^b \ln \frac{t}{a} \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) dt \quad (2.25)$$

Используя формулы (2.17) и (2.22) – (2.23) получаем значение дисперсии для оценки ошибки показателя вероятности средней наработки на отказ.

$$\hat{T}_{cpB}(t) = T_{cpB}(t) + \left(\frac{\partial T_{cpB}(t)}{\partial a}\right)^2 D(\hat{a}) + \left(\frac{\partial T_{cpB}(t)}{\partial b}\right)^2 D(\hat{b}) + 2 \frac{\partial T_{cpB}(t)}{\partial a} \frac{\partial T_{cpB}(t)}{\partial b} \text{cov}(\hat{a}, \hat{b}) \quad (2.26)$$

Анализ выражения (2.17) показывает, что дисперсии рассмотренных показателей, основанных на законе распределения Вейбулла, зависят от дисперсии оценок параметров распределения $D(\hat{a})$, $D(\hat{b})$ и ковариации оценок параметров распределения $\text{cov}(\hat{a}, \hat{b})$. Для их вычисления, а также для вычисления дисперсии оценки параметра распределения $D(\hat{\lambda})$ необходимо вычислить оценки

параметров распределения на основе статистических данных.

2.4 Оценка параметров экспоненциального распределения на основе выборочных цензурированных данных

При проведении испытаний формируется выборка объема $n = k + v$. Выборка содержит полные наблюдения длиной k и цензурированные - длиной v . Таким образом, имеем две последовательности: $(t_1, t_2, \dots, t_k)$ - полная выборка и $(t'_1, t'_2, \dots, t'_v)$ - цензурированная выборка. Для оценки параметров экспоненциального закона распределения воспользуемся методом максимального правдоподобия для выборки, содержащей полные и цензурированные справа наработки.

Использование метода максимального правдоподобия для оценки параметра λ экспоненциального закона распределения учетом формулы (2.1) позволяет записать функцию правдоподобия для выборки, содержащей полные и цензурированные справа наработки в следующем виде [12]

$$L_E(\lambda, t) = \prod_{j=1}^v \exp(-\lambda t'_j) \prod_{i=1}^k \lambda \exp(-\lambda t_i) = \lambda^k \exp(-\lambda \sum_{j=1}^v t'_j) \exp(-\lambda \sum_{i=1}^k t_i) \quad (2.27)$$

Используя функцию правдоподобия (2.41) вычислим логарифмическую функцию правдоподобия. В результате мы имеем

$$\ln L_E(\lambda, t) = k \ln \lambda - \lambda \left(\sum_{j=1}^v t'_j + \sum_{i=1}^k t_i \right) \quad (2.28)$$

Для определения максимума функции правдоподобия продифференцируем выражение (2.28) и приравняем результат к нулю. Решая полученное уравнение (2.29)

$$\frac{\partial \ln L_E(\lambda, t)}{\partial \lambda} = \frac{k}{\lambda} \left(\sum_{j=1}^v t'_j + \sum_{i=1}^k t_i \right) = 0 \quad (2.29)$$

Относительно параметра λ получим наиболее правдоподобное и эффективное значение его оценки

$$\hat{\lambda} = \frac{k}{(\sum_{j=1}^v t'_j + \sum_{i=1}^k t_i)}. \quad (2.30)$$

Таким образом, оценка параметра экспоненциального закона распределения выражается аналитически через наблюдаемые значения случайной величины [12].

Для того, чтобы вычислить дисперсию оценки параметра экспоненциального распределения $D[\hat{\lambda}]$ составим информационную матрицу Фишера, которая в данном случае имеет один элемент

$$a_{11} = -\frac{\partial^2 \ln L_E(\lambda, t)}{\partial^2 \lambda} = \frac{k}{\hat{\lambda}^2}.$$

Отсюда, значение дисперсия оценки параметра экспоненциального закона распределения определится как

$$D[\hat{\lambda}] = \frac{\hat{\lambda}^2}{k} \quad (2.31)$$

Зная дисперсию оценки параметра экспоненциального закона распределения $D[\hat{\lambda}]$ можно вычислить ошибки показателей надежности, которые определяются из выражений (2.9), (2.10), путём подстановки значения $D[\hat{\lambda}]$, вычисленного по формуле (2.30) и (2.31), на основе экспериментальных данных.

2.5 Оценка параметров распределения Вейбулла на основе выборочных цензурированных данных

Закон распределения Вейбулла, плотность вероятности которого описывается выражением (2.2), является двухпараметрическим. Для выборки, содержащей полные и цензурированные справа данные эксперимента, функция правдоподобия имеет вид

$$L_B(a, b, t) = b^k a^{-bk} \prod_{i=1}^k (t_i)^{b-1} \exp(-a^{-b} \sum_{j=1}^v (t'_j)^b) \exp(-a^{-b} \sum_{i=1}^k (t_i)^b) \quad (2.32)$$

Логарифмическая функция правдоподобия имеет вид

$$\ln L_B(a, b, t) = k \ln b + b k \ln a^{-1} + \sum_{i=1}^k (b-1) \ln t_i - a^{-b} \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b + \sum_{i=1}^k (t_i)^b \right) \quad (2.33)$$

Дифференцируя эту функцию правдоподобия (2.33) по a и b , и приравнявая результат к нулю, имеем систему двух нелинейных уравнений [12]

$$\begin{cases} k \left(\frac{1}{b} + \ln \frac{1}{a} \right) + \sum_{i=1}^k \ln t_i - a^{-b} \ln a^{-1} \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b \right) + \sum_{i=1}^k (t_i)^b - a^{-b} \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b \ln t_j' + \sum_{i=1}^k (t_i)^b \ln t_i \right) = 0 \\ kb - a^{-b} b \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b \right) + \sum_{i=1}^k (t_i)^b = 0 \end{cases}$$

Полученная система уравнений является трансцендентной и не имеет аналитического решения. Поэтому для нахождения корней системы уравнений $\hat{a}$ и $\hat{b}$ используем численный метод.

Положим

$$\begin{aligned} G_1(a, b) &\equiv k \left(\frac{1}{b} + \ln \frac{1}{a} \right) + \sum_{i=1}^k \ln t_i - a^{-b} \ln a^{-1} \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b \right) + \sum_{i=1}^k (t_i)^b - a^{-b} \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b \ln t_j' + \sum_{i=1}^k (t_i)^b \ln t_i \right) \\ G_2(a, b) &\equiv kb - a^{-b} b \left(\sum_{j=1}^v (t_j')^b \right) + \sum_{i=1}^k (t_i)^b \end{aligned}$$

С учетом сделанных обозначений систему нелинейных трансцендентных уравнений с неизвестными a и b можно записать в виде

$$\begin{cases} G_1(a, b) = 0 \\ G_2(a, b) = 0 \end{cases}$$

или, более коротко, в векторной форме

$$\mathbf{G}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (2.34)$$

где $\mathbf{u}$ - вектор неизвестных величин, $\mathbf{G}$ - вектор-функция

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_1(a, b) \\ G_2(a, b) \end{pmatrix} \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Алгоритм численного решения системы нелинейных трансцендентных уравнений (2.34) состоит из нижеперечисленных этапов:

1. Локализация корней уравнения.
2. Уточнение при помощи вычислительного алгоритма определенного выделенного корня с точностью, которая заранее задана.

На первом этапе определяются отрезки из области определения функции, внутри которых имеется только один корень решаемой системы уравнений. Локализация выполняется аналитическим способом [10]. В качестве начальных приближений $\hat{a}^0$ и $\hat{b}^0$ используются оценки, вычисляемые по методу моментов. В случае закона распределения Вейбулла эти оценки можно вычислить как корни системы уравнений [12]

$$\begin{cases} a\Gamma((1+b)/b) = m_1 \\ a^2 \Gamma(2/b+1) = m_2 \end{cases} \quad (2.35)$$

где m_1 и m_2 - соответственно первый и второй выборочные моменты

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^v t'_i + \sum_{i=1}^k t_i}{n}, \quad m_2 = \left(\frac{kS_1 + vS_2}{n} \right)^2, \\ S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (t_i - m_1)^2}{k}}, \quad S_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (t'_i - m_1)^2}{v}}, \quad (2.36)$$

$\Gamma(*)$ – гамма - функция. Система уравнений (2.35) также не имеет аналитического решения. Для численного решения этой системы воспользуемся методом минимизации невязок. Для этого сведем задачу поиска корней системы уравнений (2.35) к задаче математического программирования вида

Найти

$$\min_{a,b,\xi} \zeta \quad (2.37)$$

при условии:

$$a\Gamma((1+b)/b) - m_1 \leq \xi$$

$$a^2 \Gamma(2/b+1) - m_2 \leq \xi$$

$$\xi \geq 0$$

Здесь $\xi \geq 0$ - невязка.

С вычислительной точки зрения, наиболее эффективным средством решения подобных задач, является использования равномерно распределенных последовательностей. Среди известных в настоящее время равномерно распределенных последовательностей имеют хорошие характеристики

равномерности как при больших $N \rightarrow \infty$, так и при малых N - у предложенные Соболев И.М. ЛП_τ - последовательности [62]. Точки любой из таких последовательностей $P_0, P_1, \dots, P_r \dots$ легко вычисляются с помощью таблицы вспомогательных направляющих точек.

Для решения задачи (3.51) считаем, что точки ЛП_τ - последовательности принадлежат некоторому компакту в двухмерном пространстве параметров

$$\mathbf{u}^i \in K^2 \subset R^2, i=0,1,\dots,N.$$

Для вычисления j -ой компоненты вектора $\mathbf{u}^i$ используем выражение

$$u_j^i = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m [2\{i2^{-l}\}][2\{r_j^l 2^{k-1-l}\}] \right\} \quad (2.38)$$

Здесь $m = 1 + [lni/ln2]$, причем $[z]$ - целая часть числа z , $\{z\}$ - дробная часть; r_j^l - заранее рассчитанные числа (числители "направляющих чисел"). При этом j определяет размерность, $r_j^l, 2^l - 1$ - число точек.

Число точек ЛП_τ - последовательности можно увеличивать в окрестности субоптимального решения, изменяя границы компакта. Для определения границ отрезка, в котором лежат корни решения системы уравнений (2.36) используется признак монотонности функции на отрезке. Достаточным признаком монотонности функции на отрезке является сохранение знака производной функции. При аналитическом способе отделения корней используется теорема в [22].

2.6 Выводы

При разработке ускоренных испытаний оборудования пассажирских вагонов, за основу приняты математические методы обработки информации о надежности, которые установлены стандартом [25].

Выполненный анализ существующих моделей и алгоритмов обработки статистической информации о надежности оборудования пассажирских вагонов, полученной при ускоренных испытаниях, позволяет сделать вывод о том, что сокращение времени испытаний ставит задачу исследовать, как метод

максимального правдоподобия будет соответствовать малым, однократно цензурированным выборкам. Можно ли его использовать и какие границы его применения.

Совершенствование ускоренных испытаний оборудования должно проводиться по следующим основным направлениям:

- повышение точности расчета параметров моделей;
- разработка алгоритмов и программного обеспечения ускоренных испытаний на базе ПЭВМ.

На основании проведенного анализа сформулированы следующие основные задачи исследования.

1. Осуществление моделирования на ПЭВМ случайного процесса появления отказов оборудования пассажирских вагонов и проведение исследований точности метода максимального правдоподобия при определении оценок параметров законов распределения (экспоненциального, Вейбулла) по плану $[N, U, T]$.

2. Исследование эффективности предложенной методики путем проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ. В проведенных исследованиях разработанная методика использована для повышения точности определения оценок МП параметров двух законов распределения: экспоненциального и Вейбулла - при проведении испытаний оборудования по плану $[N, U, T]$.

ГЛАВА 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАДОПОДОБИЯ ПРИ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЯХ

3.1 Исследование цензурированных выборок

Классическая схема обработки результатов наблюдений за оборудованием пассажирских вагонов, заключается в том, что в каждом испытании реализуется наблюдаемый признак.

При испытании оборудования пассажирских вагонов на надежность каждый объект наблюдается до отказа. Эта схема является идеализацией исследований, которые проводятся реально. Для некоторой части объектов исследования не доводятся до конца. Но они содержат информацию, которую нужно использовать при обработке результатов наблюдений и расчете количественных показателей надежности. Такие данные, которые имеют неопределенность в наблюдениях за событиями, связанными с исследуемым объектом, называются цензурированными [41].

В задачах расчета показателей надежности в процессе испытания на надежность иногда случается, что некоторая часть объектов не имеет отказов за выбранный интервал наблюдения, а некоторая часть отказывает при неизвестных моментах. Для таких случаев необходимо проводить статистический анализ надежности на основании специфических выборок. Это называется цензурированными данными, а результаты выборки называются цензурированными выборками.

Цензурированная выборка – это выборка элементов, которая содержит как значения наработки до отказа, так и значения наработки до цензурирования [10]. Отказ объекта не происходит внутри интервала наблюдения. Этот интервал может быть ограниченным слева, и тогда мы говорим о цензурировании слева, или

неограниченным справа, и тогда мы говорим о цензурировании справа. В задачах определения показателей надежности, когда есть цензурирование слева, левая граница интервала равно нулю. Полной наработкой является наработка изделия до возникновения отказа, цензурированной наработкой является наработка изделия от момента начала наблюдений или испытаний до окончания. Рассмотрим некоторые причины возникновения цензурированных данных на обработке результатов наблюдений, проводимых для расчета показателей надежности объектов [10].

- Различное время постановки и снятие с эксплуатации однотипных объектов.

- Прекращение эксплуатации объектов из-за отказов их основных частей, показатели надежности которых не определяется в данных исследованиях.

- Переход объектов из одного состояния в другой при их испытаниях.

- Потребность оценки показателей надежности некоторых систем до возникновения отказов ее элементов.

- Существование постоянного контроля за работоспособностью объектов приводит к получению информации в отдельные моменты времени на интервалах наблюдений.

- Надежность устройств контроля, которые фиксируют отказы отдельных объектов.

Существует ряд стандартных планов наблюдений. Краткое обозначение плана состоит из трех элементов согласно [23].

Первый показывает количество объектов N , которые предназначены для наблюдений.

Второй – те действия, которые выполняются с отказавшими объектами: U – восстановления отказавших объектов или отсутствие замены; R – отказавшие объекты заменяют; M – отказавшие объекты восстанавливают.

Третий элемент может состоять из одной или двух букв и показывает признак окончания наблюдений: T – наблюдения оканчиваются по достижении времени; r – наблюдения оканчиваются при получении фиксированного

количества отказов или восстановлений; z – наблюдения прекращаются при достижении наработки каждого объекта t_i .

Цензурированные выборки возникают при некоторых планах испытаний, таких как $[N, U, T]$.

План $[N, U, T]$ соответствует цензурированию типа 1, при этом заранее определяется время осуществления наблюдений, число отказов является случайной величиной.

Определение показателей надежности оборудования пассажирских вагонов выполняется с начала эксплуатации за заданный период времени или на некоторый (текущий) момент. В первом случае мы получаем цензурирование слева по текущему моменту времени. Часть из невосстанавливаемых объектов к данному моменту времени может отказать, а другая часть будет продолжать функционировать. Это соответствует плану наблюдения $[N, U, T]$. Значения наработок оборудования, которое исправно, неизвестны, но ясно, что они больше интервала наблюдения. Во втором случае оценку надежности осуществляют по цензурированным выборкам справа (при этом время работы оборудования точно неизвестна) и слева, часть наблюдаемого оборудования может отказать к началу наблюдения и не рассматривается на периоде наблюдений, другая часть может отказать на во время наблюдений, а третья продолжит работу и после завершения наблюдений. В этих вариантах цензурирование происходит по определенным моментам времени, а число членов в выборке наработок на отказ является случайным [37].

Поэтому, формируемые в процессе эксплуатации пассажирских вагонов выборки наработок на отказ могут иметь:

- однократное цензурирование слева. Оно возникает, когда не известен момент начала наблюдения, а само наблюдение закончилось отказом;
- однократное цензурирование справа;
- цензурирование заданным интервалом, когда период проводимых наблюдений задается календарными сроками;
- многократное цензурирование слева;

- многократное цензурирование заданным интервалом.

Границы цензурирования (левая и правая) при этом определяются случайными событиями или моментами времени, например, моментом отказа какого-либо оборудования.

Методы обработки цензурированных выборок являются сложными методами математической статистики и, в настоящее время, находятся в процессе разработки.

Надо отметить, что большинство выборок результатов наблюдения за объектами являются цензурированными. Однако цензурирование надо учитывать только в тех случаях, когда интервал наблюдения сопоставим с наработкой на отказ и количество цензурированных наблюдений составляет большой процент в общем количестве.

3.2 Применение метода максимального правдоподобия для оценивания параметров законов распределения

При применении параметрических методов предполагается априорное знание закона распределения изучаемой случайной величины или его определение по экспериментальным данным. Метод МП применяется при оценивании параметров сложных систем. Например, при оценивании параметров некоторых законов распределения, имеющих большое значение в задачах системного анализа [10].

Применение параметрической оценки показателей надежности, которое выполняется по цензурированным выборкам, базируется на существующих методах математической статистики. Это такие методы как метод максимального правдоподобия, метод моментов, квантилей и ряд других.

Применение метода максимального правдоподобия для обработки многократно цензурированных выборок допускается при следующих условиях [25]:

$$6 \leq N < 10, q \geq 0,5$$

$$10 \leq N < 20, q \geq 0,3$$

$$20 \leq N \leq 50, q \geq 0,2.$$

Если эти ограничения нельзя выполнить, то допустимо рассчитывать только нижнюю доверительную границу параметров законов распределения.

Оценки, которые рассчитывают методом МП, при несильных ограничениях имеют следующие свойства - они асимптотически эффективны и не имеют смещения. Кроме того, они распределены асимптотически нормально.

Суть метода максимального правдоподобия заключается в том, что для известного закона распределения для полученной выборки случайных величин строится функция правдоподобия [18, 57].

$$L = A \prod_{i=1}^n f(t_i) \prod_{j=1}^m (1 - F(\tau_j)). \quad (3.1)$$

Где A - постоянный коэффициент;

t_i - наработка до отказа объекта;

τ_j - наработка до цензурированной;

n - количество отказов объектов;

m - число цензурированных наработок в выборке;

$F(t)$ - функция распределения;

$f(t)$ - функция плотности распределения.

Для расчета оценок МП в данной диссертационной работе для двух исследуемых законов распределения - экспоненциального, Вейбулла, надо решить уравнение [57].

$$\frac{\partial \ln L}{\partial t} = 0. \quad (3.2)$$

Функция и плотность распределения экспоненциального закона равны:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (3.3)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (3.4)$$

Функция правдоподобия имеет вид

$$L = f(t_1) \cdot f(t_2) \cdot \dots \cdot f(t_r) \cdot \bar{F}(\tau_1) \cdot \bar{F}(\tau_2) \cdot \dots \cdot \bar{F}(\tau_n). \quad (3.5)$$

После подстановки (3.3), (3.4) в (3.5) выполним логарифмирование функции правдоподобия

$$\ln L = r \cdot \ln \lambda - \lambda \left(\sum_{i=1}^r t_i + \sum_{j=1}^n \tau_j \right), \quad (3.6)$$

где λ - параметр экспоненциального распределения;

t - наработка до отказа;

τ - наработка до цензурирования;

r - число наработок до отказа;

n - число наработок до цензурирования в выборке.

Выполняя дифференцирование уравнения (3.6) по λ и приравнявая к 0, получаем

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{r}{\lambda} - \left(\sum_{i=1}^r t_i + \sum_{j=1}^n \tau_j \right) = 0. \quad (3.7)$$

Из уравнения (3.7) находим оценку параметра экспоненциального распределения

$$\lambda = \frac{r}{\sum_{i=1}^r t_i + \sum_{j=1}^n \tau_j}. \quad (3.8)$$

Оценки параметров m и f закона распределения Вейбулла определяют путем решения системы уравнений [57].

$$\begin{cases} \left(\frac{r}{f} + \sum_{i=1}^r \ln t_i \right) \left(\sum_{i=1}^r \ln t_i^f + \sum_{j=1}^n \tau_j^f \right) - r \cdot \left(\sum_{i=1}^r t_i^f \ln t_i + \sum_{j=1}^n \tau_j^f \ln \tau_j \right) = 0 \\ m = \left(\frac{\sum_{i=1}^r \ln t_i^f + \sum_{j=1}^n \tau_j^f}{r} \right)^{\frac{1}{f}} \end{cases} \quad (3.9)$$

3.3 Моделирование однократно цензурированных справа выборок наработок на отказ

Для проведения моделирования на ЭВМ случайного процесса возникновения отказов оборудования были разработаны математическая модель и вычислительный алгоритм [57].

При испытаниях, проводимых по плану $[N, U, T]$ формируются выборки наработок на отказ, однократно цензурированные справа. В диссертационной работе проведены экспериментальные исследования, путем моделирования на ЭВМ, точности получаемых оценок параметров двух законов распределения: экспоненциального и Вейбулла, которые рассчитаны методом МП по выборкам, которые являются малыми, однократно цензурированным справа.

Для выполнения исследований был разработан алгоритм и написана программа моделирования процесса возникновения отказов на ПЭВМ, которые возникают при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$.

Использован следующий алгоритм генерирования однократно цензурированной справа выборки:

1. Формируется, путем генерации на ЭВМ, случайная величина t , распределенная по исследуемому закону распределения.
2. Случайные величины, которые получены, сравниваются с заранее заданным временным интервалом проведения испытаний T .

К выборке, которая моделируется, добавляется случайная величина T , которая равна наработке до цензурирования, если $t > T$. Если $t < T$, то к выборке, которая моделируется, добавляется случайная величина t , которая равная наработке до отказа.

3. Процесс моделирования длится до тех пор, пока число случайных величин, которые сгенерированы, не станет равным заданному количеству членов выборки N .

Для того чтобы получить случайные числа, распределенные по исследуемым законам распределения использованы следующие датчики:

1. Для экспоненциального распределения использовался датчик случайного числа, приведенный в [29]. Случайная величина

$$z = -\frac{1}{\lambda} \ln R, \quad (3.10)$$

распределена по экспоненциальному закону.

Где R - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$.

2. Для распределения Вейбулла использовался датчик случайного числа, приведенный также в [29]. Случайная величина

$$z = m(-\ln R)^{1/f}, \quad (3.11)$$

распределена по закону Вейбулла с параметрами масштаба a и формы b .

Разработан алгоритм моделирования однократно цензурированной выборки наработки на отказ. Для начала выбирается последовательность псевдослучайных чисел. Далее происходит процесс формирования однократно цензурированной справа выборки случайных чисел, которые принадлежат к одной последовательности псевдослучайных чисел. Для смены последовательности псевдослучайных чисел в программе моделирования для генерации первого члена последовательности псевдослучайных чисел $R_1=R(x)$ используются случайные числа, сформированные с использованием параметров времени $x=R_t$.

Затем рассчитываются параметры исследуемого закона распределения для каждой из формируемых однократно цензурированных выборок.

Основными параметрами алгоритма моделирования выборки случайных чисел, являются значения параметров исследуемого закона распределения и цензурирующий закон распределения [33]. Эти параметры подбирались из принципа соответствия характеристик выборок, которые моделируются на ЭВМ, характеристикам выборок наработок на отказ оборудования пассажирских вагонов при эксплуатационных или стендовых испытаниях.

Наработки до отказа оборудования пассажирских вагонов не могут больше времени наблюдения (максимальной наработки) [54].

Цензурирование наработок на отказ по плану $[N, U, T]$ происходит в результате достижения наработки τ .

Для того, чтобы получить требуемые значения степени цензурирования, по данным, которые были получены в результате эксперимента, выбраны интервалы изменения значений параметров исследуемых законов распределения, и максимальная наработка изделий T .

Цензурирование наработок на отказ происходит в результате окончания наблюдений за оборудованием. При формировании цензурированных наработок с большой степенью вероятностью можно предположить, что в данных, которые состоят из выборок наработок на отказ, число которых равно V , количество выборок K_q со степенью цензурирования выборки $q = q_i$, максимально при $q=0,3$; $q=0,4$; $q=0,5$ и становится меньше при увеличении значения q . Можно предположить, что если $q \rightarrow 1$, то $K \rightarrow 0$. Учитывая это, по данным, полученным в результате эксперимента, были выбраны формулы для получения параметров цензурирующего и исследуемых законов распределения.

1. Экспоненциальный закон распределения. В качестве параметра исследуемого экспоненциального распределения и параметра масштаба t закона распределения, который использовался для цензурирования, использовались случайные числа, распределенные равномерно на интервале $(0,1)$.

2. Закон распределения Вейбулла. В качестве параметра масштаба a – использовались случайные величины, распределенные на интервале $(2; 3)$, параметра формы b – на интервале $(1; 2,5)$. Они определялись по формулам

$$x=R_t,$$

$$a=2+R(x),$$

$$b=1+1,5R(x),$$

где $R(x)$ – случайное число, имеющее равномерное распределение на интервале $(0, 1)$.

R_t – случайное число, которое получено с использованием системного времени ЭВМ. Это случайное число использовалось при моделировании для генерации числа $R(x)$ для перехода к другой последовательности псевдослучайных чисел.

3.4 Исследование точности оценок параметров законов распределения, полученных методом максимального правдоподобия

Один из важных показателей эффективного управления системой оценки показателей надежности пассажирских вагонов – достижение оптимальных затрат при проведении эксплуатационных или стендовых испытаний [3, 4].

Экономическая эффективность испытаний в значительной степени определяется точностью оценок параметров закона распределения отказов оборудования, поскольку функция распределения используется в математических моделях для расчета показателей надежности.

В данной работе проведены исследования, путем моделирования случайных отказов на ЭВМ, точности оценок МП для двух законов распределения: экспоненциального, Вейбулла. На ЭВМ генерировались однократно цензурированные справа выборки случайных величин объемом $N=5, 10, 15, 20$, для каждого закона распределения. Общее количество выборок, с конкретным значением количества членов выборки N , равно 3000.

Для каждой сгенерированной выборки методом максимального правдоподобия определялись оценки параметров закона распределения, который исследуется, и их относительные отклонения δ от значений, которые применялись при генерации данной выборки, то есть истинных значений.

$$\delta = \frac{\theta - \theta_{МП}}{\theta}$$

где θ - значение параметра закона распределения, которое использовалось при моделировании выборки, то есть истинное значение, $\theta_{МП}$ - оценка параметра закона распределения, полученная методом МП.

Оценки МП рассчитывались с помощью программы моделирования, разработанной в [57]. Она позволяет хранить в базе данных сгенерированные выборки, рассчитывать и хранить оценки МП, рассчитывать параметры, характеризующие структуру выборки, строить регрессионные зависимости. Структура программы приведена в приложении А.

По итогам моделирования были построены гистограммы относительных отклонений полученных оценок максимального правдоподобия [4, 5]. Вдоль оси ординат отложены проценты оценок, попавших в данный интервал, от общего их количества. Полученные результаты для законов распределения приведены на рисунках 3.4. – 3.6.

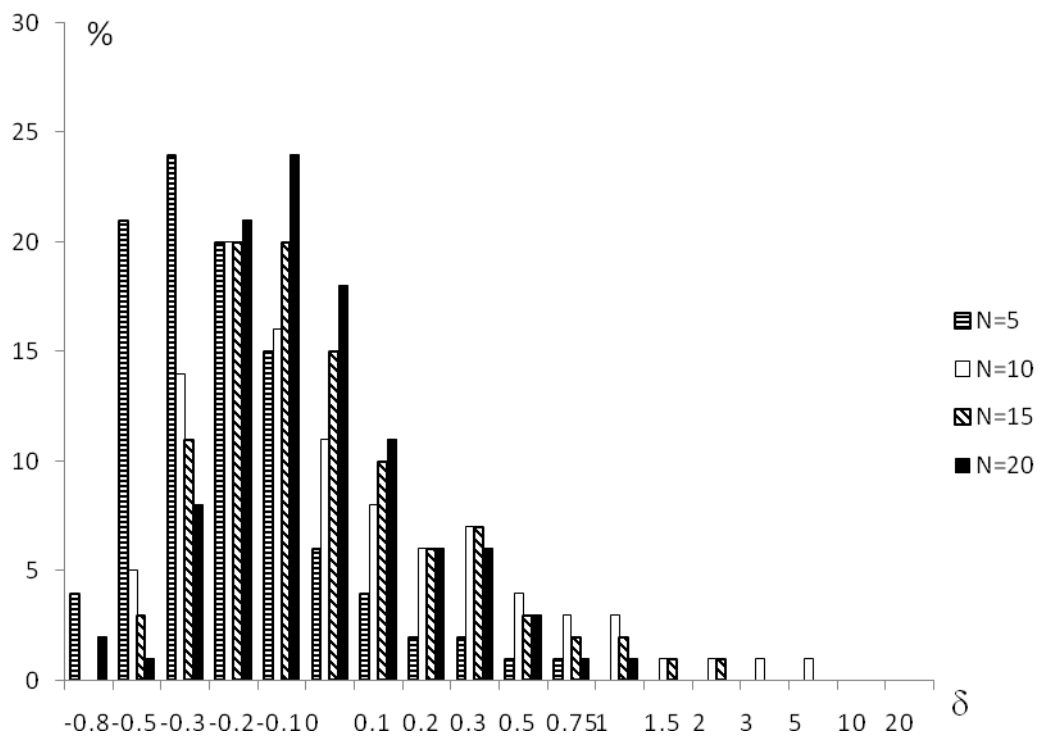


Рисунок 3.4 - Относительные отклонения оценки максимального правдоподобия параметра масштаба закона распределения Вейбулла

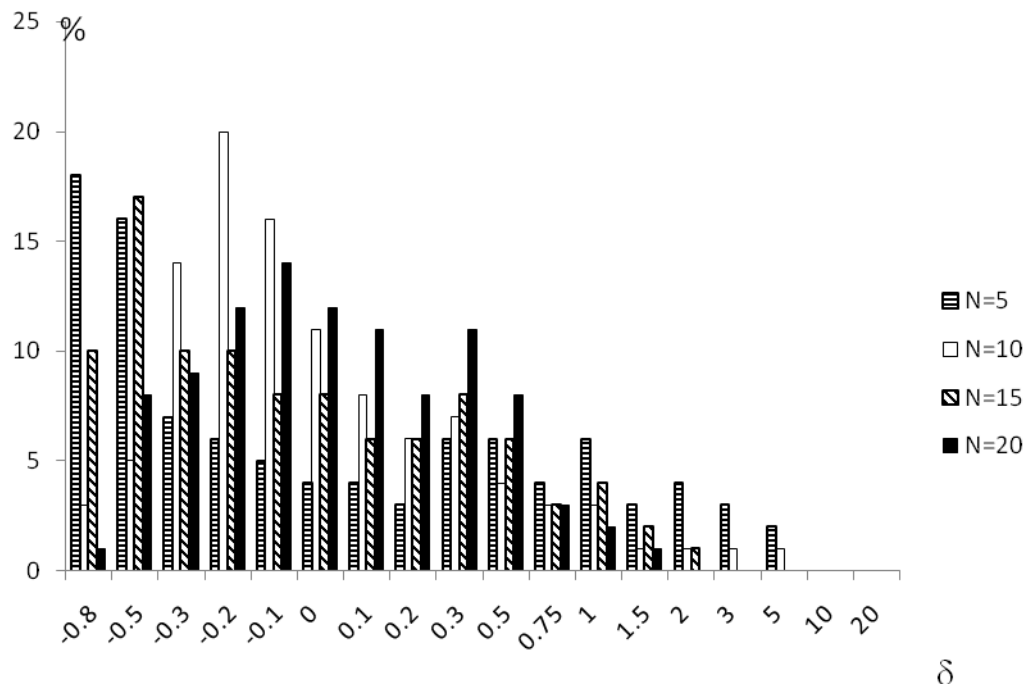


Рисунок 3.5 - Относительные отклонения оценки максимального правдоподобия параметра формы закона распределения Вейбулла

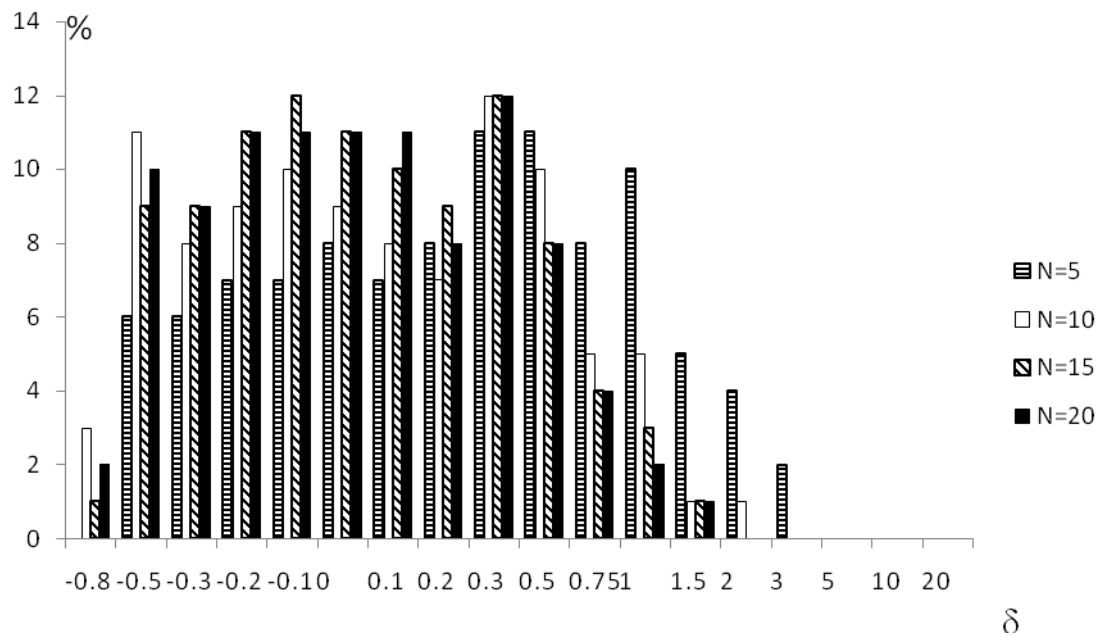


Рисунок 3.6 - Относительные отклонения оценки максимального правдоподобия экспоненциального закона распределения

При анализе данные эксперимента видно, что большое количество оценок максимального правдоподобия, полученных по однократно цензурированным справа малым выборкам, имеют значительные отклонения от их истинных значений. Например, рассмотрим параметр масштаба распределения Вейбулла при $N = 5$ (рис. 3.4). У, примерно, 25 % оценок относительные отклонения находятся в пределах от 0,2 до 0,35; у 22 % - относительные отклонения находятся в пределах от 0,3 до 0,5. Для 6 % относительные отклонения более 0,85. При увеличении числа членов выборки N точность оценок МП возрастает. При числе членов выборки $N = 20$ 75 % относительных отклонений оценок параметра масштаба не превышают 0,2. Но при этом надо отметить, что у 14 % оценок МП относительные отклонения составляют от 0,2 до 0,3; 8 % от 0,4 до 0,5; 9 % от 0,6 до 1.

Оценки максимального правдоподобия параметра формы для закона распределения Вейбулла имеют еще более низкую точность (рис. 3.5). При $N = 5$, 31 % оценок имеет относительные отклонения от 0,5 до 1; 9 % от 1 до 2 и 9 % более 2. Для $N = 20$ 65 % относительные отклонения оценок параметра формы не превышают 0,3. В то же время, 3 % оценок имеют относительные отклонения от 0,75 до 1; 2 % - от 1 до 1,5; 1 % - от 1,5 до 2.

Для экспоненциального распределения при $N=5$ 2 % оценок имеют отклонения от 3,5 до 5; 4 % - от 2 до 3,5; 5 % - от 1,5 до 2. При увеличении объема выборки N точность оценок МП возрастает. При объеме выборки $N=20$ относительные отклонения оценок МП экспоненциального закона распределения не превышают 1,5. При этом, все же, 4 % оценок имеют относительные отклонения от 0,74 до 1,2; 8 % - от 0,6 до 0,85; 12 % - от 0,35 до 0,55.

По полученным результатам проведенных исследований можно сделать вывод о том, что точность метода МП при значениях $N < 20$ недостаточна. Относительное отклонение оценок МП от их истинных значений может достигать значений 5 и более, а примерно половина от общего числа оценок имеет отклонения более 0,35 в зависимости от числа членов выборки N .

3.5 Выводы

1. Проанализированы характеристики выборок наработок на отказ, формирующихся по плану $[N, U, T]$ в результате наблюдений за работой оборудования. Видно, что выборки малые, однократно цензурированные справа.

2. Разработан алгоритм моделирования на ЭВМ случайных величин. Он обеспечивает адекватность выборок, формирующихся на ЭВМ, и выборок на отказ оборудования, образующихся в результате ускоренных испытаний оборудования пассажирских вагонов по плану $[N, U, T]$.

3. Проведены исследования точности оценок параметров двух закона распределения: экспоненциального и Вейбулла, рассчитанных методом максимального правдоподобия по сгенерированным выборкам случайных величин. По экспериментальным результатам показано, что точность метода МП при объеме выборки $N \leq 20$ низка. Относительное отклонение оценок МП от истинных значений достигает 1-го, а около половины оценок могут иметь относительные отклонения 2,5-5,5 в зависимости от числа членов выборки N , степени цензурирования и вида закона распределения.

ГЛАВА 4

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ, ПОЛУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ И
ПРОВЕРКА ИХ ЗНАЧИМОСТИ ПУТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА
ЭВМ**4.1 Экспериментальные исследования зависимости точности оценок
метода максимального правдоподобия от характеристик выборки наработок
на отказ**

Оценки МП, при испытании оборудования на надежность, имеют большое отклонение от истинного значения, это снижает экономическую эффективность системы испытания оборудования на надежность пассажирских вагонов.

В ранее опубликованных работах [15, 18] были выполнены исследования, которые позволили установить зависимость рассчитанных оценок параметров исследуемого закона распределения, полученных методом МП от характеристик конкретной выборки наработок на отказ оборудования. В этих исследованиях получены регрессионные зависимости смещения матожидания оценки МП от степени усечения q , коэффициента вариации V , и объема выборки N . В статье [15] был разработан метод введения поправок к оценке МП. Для исследуемых величин V , N , и q по построенным зависимостям находится смещение $\delta_{\text{см}}$ оценки МП p' . Несмещенную оценку p'_n рассчитывают по формуле

$$p'_n = \frac{p}{1 + \delta_{\text{см}}}.$$

В приведенных работах, которые проводились ранее, исследуется влияние на смещение оценки максимального правдоподобия незначительного количества характеристик выборки случайных величин, что не дает глубоко исследовать зависимость точности оценки максимального правдоподобия от характеристик выборки [57]. Кроме того, дополнительная информация об оценке параметров

закона распределения, которая содержится в структуре выборки, используется незначительно.

В данных исследованиях разработана методика повышения точности оценок параметров экспоненциального закона распределения и распределение Вейбулла при проведении испытаний оборудования по плану $[N, U, T]$, полученных методом максимального правдоподобия.

Для выполнения исследований разработаны алгоритмы, описываемые ниже. Структура вычислительного эксперимента приведена на рисунке 4.1.



Рисунок 4.1 - Структура вычислительного эксперимента

Цель проведения эксперимента заключается в следующем - разработка математических моделей, которые устанавливают зависимость между относительным отклонением оценок максимального правдоподобия от истинного значения параметров функции распределения, с одной стороны, и параметрами, которые характеризуют структуру выборки случайных величин, с другой стороны, для двух законов распределения: экспоненциального, Вейбулла.

Эти задачи решались следующим образом:

1. Проведение моделирования на ЭВМ по плану испытаний $[N, U, T]$ случайных величин, которые подобны в своей структуре выборкам наработок на

отказ, формирующихся в настоящем процессе возникновения отказов оборудования и расчет параметров выборок случайных величин, которые описывают структуру выборки.

Для характеристики структуры выборки в работе было использовано 10 параметров. Для того что бы описать структуру сгенерированной выборки случайных величин, в данной работе использовались стандартные параметры и их производные.

В исследованиях, которые были проведены, была поставлена задача построения универсальных моделей, которые можно было бы использовать для различного оборудования с разными значениями средних наработок на отказ. Для этого параметры a и b исследуемого закона распределения рассчитывались для каждой генерируемой выборки с помощью случайных чисел, которые равномерно распределены на интервале $[0,1]$ по формулам

$$b = 1.5 + \text{RAND}(), \quad a = 2 + \text{RAND}(),$$

где $\text{RAND}()$ – функция генерации случайного числа, равномерно распределено на интервале $[0,1]$.

Чтобы избежать повторения последовательностей псевдослучайных чисел, формирование каждой выборки начиналось с генерации случайного числа, которое формируется с использованием системного времени.

Для этого применялась стандартная функция $\text{RAND}()$, в которую передавался отрицательный аргумент - $\text{RAND}(-1)$. Для получения необходимой разницы в системном времени, при генерации выборок, выполнялась задержка времени до 30 миллисекунд, перед каждым циклом формирования однократно цензурированной выборки.

2. Для получения математических моделей, которые устанавливают связь между отклонением оценок максимального правдоподобия и параметрами, характеризующие структуру выборки, использовался математический аппарат построения регрессионных зависимостей. Исследуемый материал, полученный в результате моделирования, содержит большое число выборок, одинаковых по объему. Их число, которое экспериментально обосновано, равно 3000 [57]. При

этом величина отклонения оценки максимального правдоподобия и параметра выборки являются векторами - столбцами большой размерности.

Для построения математических моделей использовался метод регрессионного анализа.

Расчет зависимого параметра - отклонение оценки максимального правдоподобия от истинного значения - выполнялся по формуле

$$Y = \frac{\theta}{\theta_{\text{ОМП}}} ,$$

где θ - значение параметра закона распределения, которое использовалось при моделировании выборки, то есть истинное значение, $\theta_{\text{ОМП}}$ - оценка параметра закона распределения, полученная методом максимального правдоподобия.

4.2 Параметры, характеризующие структуру выборки

Что бы описать структуры сформированной выборки случайных величин в работе использовались 10 параметров [59, 58].

В качестве пяти параметров (X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5) использовались существующие стандартные характеристики выборки:

степень цензурирования,
эмпирический коэффициент асимметрии,
коэффициент эксцесса,
коэффициент вариации.

Остальные параметры - это математические выражения, которые составлены из существующих стандартных характеристик выборки.

Все параметры измеряются в относительных единицах и, поэтому, их значения не зависят от абсолютных значений случайных величин.

Использовались следующие параметры, характеризующие структуру выборки.

- степень цензурирования q – это отношение количества полных наработок до отказа k в выборке к общему числу членов выборки N

$$X_1 = q = \frac{k}{N}. \quad (4.1)$$

Где k – количество полных случайных величин, N – число членов выборки.

- коэффициент вариации, рассчитанный полных наработок [57]

$$X_2 = \frac{S}{\bar{Z}}, \quad (4.2)$$

где $\bar{Z}$ - математическое ожидание всех членов выборки; S - оценка среднеквадратического отклонения всех случайных величин в выборке.

- коэффициент вариации полных случайных величин

$$X_3 = \frac{S_n}{Z}, \quad (4.3)$$

где S_n - оценка среднеквадратического отклонения полных случайных величин.

- эмпирический коэффициент асимметрии

$$X_4 = \tilde{A} = \frac{(\overline{z - \bar{Z}})^3}{\left(\sqrt{\overline{(z - \bar{Z})^2}}\right)^3}. \quad (4.4)$$

Из формулы видно, что если в вариационном ряду больше величин, которые меньше $\bar{Z}$, то эмпирический коэффициент асимметрии меньше нуля. Это левосторонняя асимметрия. Если же в вариационном ряду больше величин, которые больше $\bar{Z}$, то эмпирический коэффициент асимметрии положителен - правосторонняя асимметрия.

- коэффициент эксцесса - это уменьшенное на 3 единицы отношение центрального момента четвертого порядка к четвертой степени среднего квадратического отклонения

$$X_5 = \tilde{E} = \frac{\tilde{\mu}_4}{S^4} - 3. \quad (4.5)$$

где $\tilde{\mu}_4$ - центрального момента четвертого порядка.

За стандартное значение эксцесса принимают нуль-эксцесс нормальной кривой.

Еще пять параметров представляют собой математические выражения, которые составлены из существующих стандартных характеристик выборки:

- отношение матожидания полных случайных величин к матожиданию всех членов выборки

$$X_6 = \frac{\overline{Z_{\Pi}}}{\overline{Z}}. \quad (4.6)$$

- отношение математического ожидания цензурированных случайных величин к математическому ожиданию всех членов выборки

$$X_7 = \frac{\overline{Z_{\Pi}}}{\overline{Z}}.$$

- относительное отклонение оценок матожидания от середины вариационного размаха

$$X_8 = \frac{\frac{R}{2} - \overline{Z}}{\overline{Z}}, \quad (4.7)$$

где $R = Z_{\max} - Z_{\min}$ - вариационный размах [54],

$Z_{\max}, Z_{\min}$ - соответственно максимальное и минимальное значения случайной величины.

- Отношение медианы к оценке математического ожидания

$$X_9 = \frac{\tilde{M}_e}{\overline{Z}}, \quad (4.8)$$

где $\tilde{M}_e$ - медиана - значение наработки на отказ, которое приходится на середину ранжированного ряда наблюдений. При этом медиана рассчитывается по формулам [57]

$$\tilde{M}_e = \begin{cases} z \left(\frac{N+1}{2} \right), \\ \frac{1}{2} \left[z \left(\frac{N}{2} \right) + z \left(\frac{N}{2} + 1 \right) \right], \end{cases} \quad (4.9)$$

где N - число членов выборки;

z - случайное число.

- Отношение моды к оценке математического ожидания

$$X_{10} = \frac{\tilde{M}_o}{\overline{Z}}, \quad (4.10)$$

где $\tilde{M}_o$ - мода - значение наработки на отказ, которое имело место наибольшее число раз. Мода определяется в подпрограмме по формуле [58]

$$\tilde{M}_o = a_o + h(m_o - m'_o)/(2m_o - m'_o - m''_o),$$

где a_o - начало модального интервала, т.е. такого, которому соответствует наибольшая частота;

m_o - частота модального интервала;

h - величина интервала вариационного ряда;

m''_o - частота интервала, который следует за модальным;

m'_o - частота интервала, который предшествует модальному.

Для того, чтобы определить оптимальный интервал h , в программе применяется формула Стэрджеса

$$h = (Z_{\max} - Z_{\min}) / (1 + 3,322 \cdot \ln N). \quad (4.11)$$

За начало первого интервала принимается величина

$$a_1 = Z_{\min} - h/2.$$

Все параметры измеряются в относительных единицах и, поэтому, не зависят от абсолютных значений случайных величин. Это сделано для того, чтобы можно было использовать полученные уравнения для оборудования со средними наработками на отказ разной величины.

4.3 Объем и количество генерируемых на ЭВМ выборок случайных величин

Результаты экспериментальных исследований показывают, что при $N > 20$ полученные математические модели, которые устанавливают зависимость между относительным отклонением оценок МП от истинного значения параметров функции распределения и параметрами, характеризующими структуру выборки случайных величин, являются незначимыми. При $N < 4$ информации, содержащейся в цензурированной выборке, мало для расчета достоверных оценок

МП параметров исследуемого распределения, в том числе и введения поправок к оценкам [57].

В проведенных исследованиях генерировались выборки случайных величин объемом $N=5,10,15,20$.

Статистические характеристики моделей показывают, что точность проводимых вычислений, в основном, определяется количеством испытаний.

Количество формируемых выборок случайных чисел V для каждого объема выборки N определены путем эксперимента. Параметр V - минимальное число выборок в базе данных, при котором отклонение в значимых коэффициентах уравнений регрессии для двух различных экспериментов, не превышают десять процентов. Согласно результатам опытов, значение V равняется 3000 [57].

Выполнение эксперимента, несомненно, является главным условием успеха исследования.

С одной стороны, не извлечь из эксперимента все, что нужно, – значит пренебречь нелегким трудом экспериментатора. С другой стороны, сделать утверждения, не следующие из эксперимента, – значит создавать иллюзии, заниматься самообманом.

Статистические методы обработки результатов позволяют нам не перейти разумной меры риска.

4.4 Регрессионный анализ, оценка эффективности полученных уравнений регрессии

В экспериментальных исследованиях, которые проведены, отклонения оценки МП от истинной величины определяются совокупностью параметров выборки, которые характеризуют ее структуру. В таком случае используется многомерный регрессионный анализ [57]. Допустим, отклонение оценки максимального правдоподобия - зависимая величина Y , а параметры $x_1, x_2, \dots, X_{11}$, характеризующие структуру выборки, независимые параметры. Для многомерного регрессионного анализа ситуацию можно описать следующим

образом: Y - независимые случайные величины со средним $M(Y/X = x_1, x_2, \dots, x_m)$ и постоянной дисперсией $\sigma_{\text{ост}}^2$; $x_1, x_2, \dots, x_m$ - линейно независимые векторы $x(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1v}), \dots, x_m(x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mv})$ [9, 35].

Общая задача регрессионного анализа формулируется следующим образом: по результатам количества выборок V значений Y и $x_1, x_2, \dots, x_{11}$ построить такую функцию

$$\bar{y}(x) = \bar{f}(\bar{x}), \quad (4.12)$$

которая решалась бы наилучшим видом определять значения зависимой переменной Y по имеющимся значениям переменных, которые независимы $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ [31].

Линейное уравнение регрессии

$$\bar{y}(x) = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_{11} x. \quad (4.13)$$

Коэффициенты $b_0, b_1, \dots, b_{10}$ в этом уравнении определяются методом наименьших квадратов [51, 52].

Исходные данные для расчета коэффициентов $b_0, b_1, \dots, b_{10}$ - это набор параметров $x_1, x_2, \dots, x_{10}$, которые описывают структуру выборки случайных величин, и отклонения оценки МП y , представленные в виде уравнении [52]

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{j1} & \dots & x_{m1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{j2} & \dots & x_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1V} & x_{2V} & \dots & x_{jV} & \dots & x_{mV} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_V \end{bmatrix}.$$

Составляется система нормальных уравнений

$$\begin{cases} Vb_0 + b_1 \sum_{i=1}^V x_{1i} + \dots + b_m \sum_{i=1}^V x_{mi} = \sum_{i=1}^V y_i, \\ b_0 + \sum_{i=1}^V x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^V x_{1i}x_{1i} + \dots + b_m \sum_{i=1}^V x_{1i}x_{mi} = \sum_{i=1}^V x_{1i}y_i, \\ b_0 \sum_{i=1}^V x_{mi} + b_1 \sum_{i=1}^V x_{1i}x_{mi} + \dots + b_m \sum_{i=1}^V x_{mi}x_{mi} = \sum_{i=1}^V x_{mi}y_i. \end{cases}$$

В используемых программных средствах система нормальных уравнений решается способом обратной матрицы [53].

Параметры уравнения регрессии можно рассчитать по формулам

$$b_j = \sum_{i=1}^n C_{ij}^{-1} A_{ij}, \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - \dots - b_m \bar{x}_m, \quad (4.14)$$

где $\mathbf{C}$ - матрица коэффициентов при неизвестных параметрах $b_0, b_1, \dots, b_{11}$

$\mathbf{C}^{-1}$ - матрица, обратная матрице $\mathbf{C}$;

C_{ij} - элемент, стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца матрицы $\mathbf{C}^{-1}$; n - количество уравнений в системе или строк в матрице $\mathbf{C}$;

$\bar{y}$ - среднее значение результирующего признака y ;

A_{ij} - выражение

$$\sum_{i=1}^V x_{ij} y_i - V x_j \bar{y} \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

Оценкой остаточной дисперсии $\sigma_{\text{ост}}^2$ является

$$s_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^V (y_i - y(x_i))^2}{V - m - 1}, \quad (4.15)$$

где y_i - отклонение оценки МП параметра функции распределения, определяется при моделировании как отношение истинного значения параметра к его оценке;

$y(x_i)$ - значение отклонения оценки МП, определенное по уравнению регрессии.

Полученные уравнения регрессии позволяют повысить точность оценки максимального правдоподобия введением поправки $\bar{y}(x)$ к оценке МП по формуле

$$\theta_{\text{кон}} = \theta_{\text{МП}} \cdot \bar{y}(x),$$

где $\theta_{\text{кон}}$ - конечная оценка параметра распределения.

После определения параметров уравнения регрессии в программе начинается расчет статистик t и F для оценки значимости соответственно коэффициентов уравнения регрессии и уравнения регрессии по формулам [54]

$$t_i = |b_j / s_{bj}|, \quad (4.16)$$

$$s_{bo} = s_{\text{ост}} \sqrt{1/n + \sum_m x_j x_k C_{ij}^{-1}}, \quad s_{bj} = s_{\text{ост}} \sqrt{C_{jj}^{-1}}, \quad (4.17)$$

$$j=0,1,2, \dots, m, i=1,2,\dots, n,$$

где C_{jj}^{-1} - диагональный элемент обратной матрицы.

$$F = (Q_1 / Q_{\text{ост}}) \cdot (k_2 / k_1), \quad (4.18)$$

где $Q_1 = Q - Q_{\text{ост}}$ сумма квадратов, характеризующая влияние признаков x ;

$Q_{\text{ост}}$ - остаточная сумма квадратов, характеризующая влияние неучтенных факторов;

Q - общая сумма квадратов отклонений результативного признака;

$k = V - m - 1, k = m$ - степени свободы.

$$Q = \sum_{i=1}^V (y_i - \bar{y})^2,$$

$$Q_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^V (y_i - y(x_i))^2.$$

4.5 Построение уравнений регрессии и исследование эффективности методики определения оценок параметров законов распределения отказов оборудования пассажирских вагонов

Построения регрессионных уравнений: значения коэффициентов регрессии, их F -статистик, t -статистик, уравнений регрессии, и значения дисперсий $Q, Q_{\text{пр}}, Q_{\text{ост}}$ - для двух законов распределения, которые исследуются, приведены в таблицах 4.1, 4.2.

Простое отбрасывание незначимых коэффициентов, как показано в работе, из-за их коррелированности приводит к отбрасыванию слишком большого числа коэффициентов [57]. В итоге снижается значимость уравнения регрессии. Это подтверждается теми экспериментальными данными, которые получены в данной диссертационной работе.

Таблица 4.1 - Экспоненциальное распределение

b	N			
	5	10	15	20
b_0	1,64	1,48	1,37	1,26
b_1	-1,20	-0,60	0,01	0,07
b_2	0,02	-0,18	0,06	-0,38
b_3	0,01	-0,09	-0,04	-0,26
b_4	-0,03	-0,02	0,07	-0,20
b_5	-0,26	0,12	-0,17	-0,95
b_6	-0,04	-0,12	-0,08	-0,13
b_7	0,02	-0,04	-0,03	-0,03
b_8	0,07	0,08	0,01	0,008
b_9	0,02	-0,17	-0,32	0,40
b_{10}	0,02	0,01	0,02	0,01
Q	827,19	571,14	345,87	282,001
$Q_{\text{пр}}$	301,32	146,20	68,44	52,22
$Q_{\text{ост}}$	525,86	424,93	277,42	229,78

Таблица 4.2 - Распределение Вейбулла

b	N							
	m				f			
	5	10	15	20	5	10	15	20
b_0	-1,92	-4,40	-5,60	-2,55	11,44	14,83	16,62	4,12
b_1	0,20	0,25	0,36	-0,50	-0,35	-1,64	-1,68	0,57
b_2	-1,89	-1,55	-2,03	-1,66	4,54	3,61	4,39	2,81
b_3	3,29	1,55	1,31	2,56	-2,61	-0,21	0,02	-3,71
b_4	0,10	1,89	2,57	0,94	-0,89	-3,78	-5,01	0,10
b_5	0,49	-1,94	-2,38	-0,23	8,27	10,33	10,84	0,78
b_6	0,08	-0,25	-0,42	-0,02	-0,37	0,51	0,80	-0,01
b_7	-0,14	-0,01	-0,11	-0,01	0,16	0,13	0,16	-0,01
b_8	-0,06	0,01	0,10	0,21	-0,08	-0,18	-0,14	-0,09
b_9	2,73	2,68	2,87	2,26	-9,97	-8,64	-9,29	-3,49
b_{10}	-0,02	-0,09	-0,02	0,04	0,42	0,47	0,27	0,11
Q	369,36	268,4	193,0	116,80	3132	1961	1527	300,80

$Q_{\text{пр}}$	243,53	210,01	151,05	83.75	2484	1462	1211	241,58
$Q_{\text{ост}}$	125,83	58,39	41,95	33.05	648	499	314	59,22

Исследование эффективности построенных уравнений регрессии.

Для проведения исследований эффективности полученных уравнений регрессии был создан алгоритм. Его блок-схема показана на рисунке 4.3. [57].

В программу вводятся начальные данные:

- закон распределения, который исследуется (экспоненциальный, Вейбулла);
- число членов выборки случайных величин N и число генерируемых выборок V , по которым выполняется оценка эффективности построенных уравнений регрессии.

По этим данным программа выполняет выбор уравнения регрессии, которое построено для соответствующего значения объема выборки N , из базы данных.

Для каждой, вновь сгенерированной выборки по плану испытания $[N, U, T]$ объемом N , согласно алгоритму, изображена на рисунке 4.2. [57], были рассчитаны:

1. Оценки максимального правдоподобия $\theta_{\text{МП}}$ параметров функции распределения закона распределения, который исследуется, и их относительные отклонения от истинных значений.

2. Параметры выборки, которые характеризуют ее структуру.

3. Поправки к оценке МП по полученным в исследованиях уравнениям регрессии

$$\bar{y}(x) = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_{10} x_{10}$$

4. Конечная оценка параметра распределения по выражению

$$\theta_{\text{КОН}} = \theta_{\text{МП}} \cdot \bar{y}(x)$$

где $\theta_{\text{КОН}}$ – конечная оценка параметра функции распределения, которая получена в результате применения разработанной методики;

$\theta_{\text{МП}}$ - оценка максимального правдоподобия;

$\bar{y}(x)$ - относительное отклонение оценки максимального правдоподобия от истинного значения, рассчитанное по уравнению регрессии.

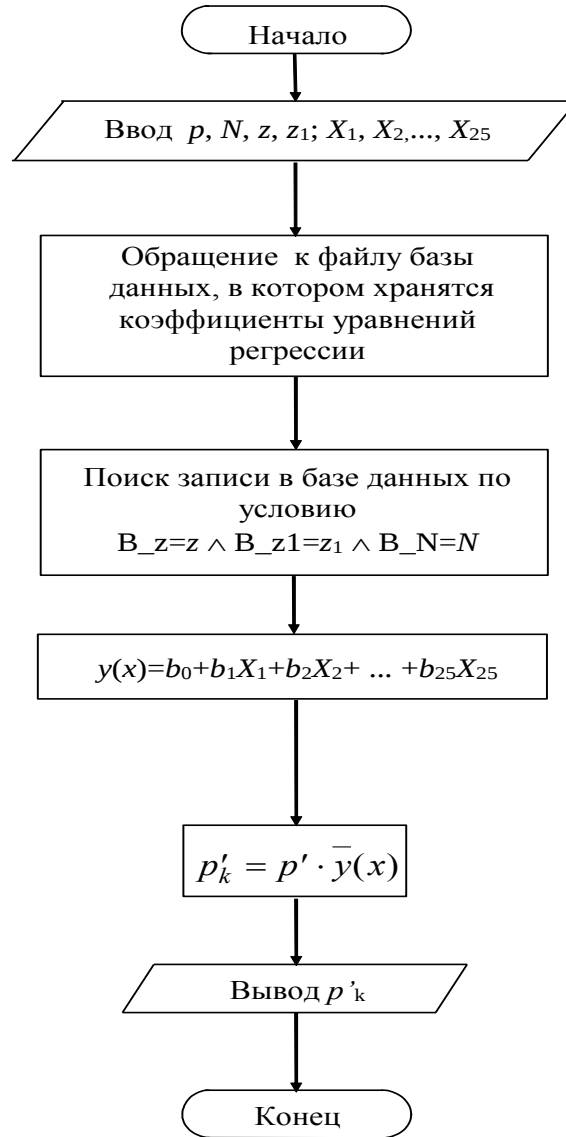


Рисунок 4.2. Блок-схема алгоритма расчета поправки и оценки параметра выбранного закона распределения

5. Осуществляется запись полученных результатов в базу данных.
6. Построены графики, проходящие через вершины гистограмм начальных

оценок максимального правдоподобия и конечных, полученных после введения поправок к оценкам.

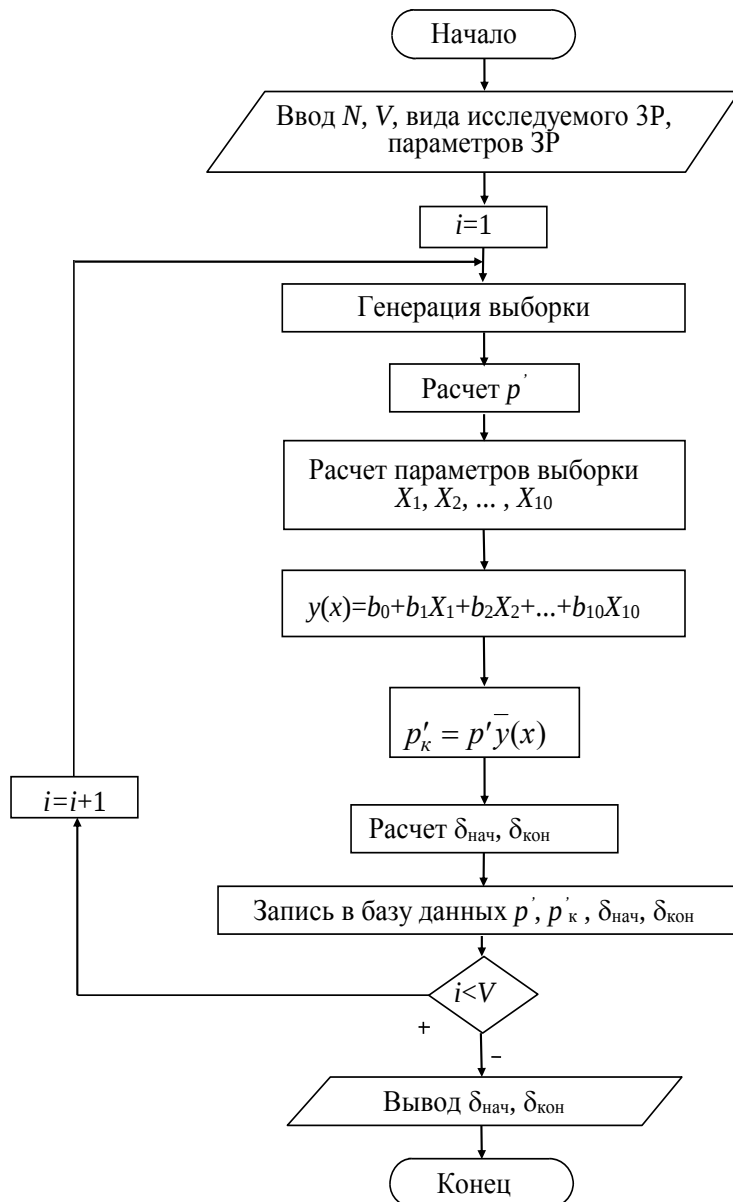


Рисунок 4.3 - Блок-схема алгоритма оценки эффективности уравнения регрессии

4.6 Результаты исследований эффективности методики

Результаты исследований эффективности для экспоненциального закона распределения, при применении построенных уравнений регрессии, показаны на рисунках 4.4. - 4.7. графики построены путем проведения кривой через вершины гистограмм, построенных для величин $\delta_{\text{нач}}$, $\delta_{\text{кон}}$.

Из графиков видно, что точность оценок МП после применения предложенной методики - расчета и введения поправки - значительно возрастает.

После введения поправки к оценке МП, их относительные отклонения от истинного значения параметров законов распределения не превышают 0,3 до 0,5. Конечное значение отклонения зависит от выбранного закона распределения, объема выборки, и степени цензурирования. При этом, в начале отдельные отклонения могут превышать 3.

Значительный эффект от введения поправок к оценкам МП для экспоненциального распределения получается при числе членов выборки $N=5$. По мнению автора, можно сделать вывод о том, что поправки дают возможность повысить точность оценок максимального правдоподобия в 1,5-2 раза. Окончательный эффект зависит от объема выборки, вида закона распределения и степени цензурирования.

Графики, показанные на рисунках 4.8 – 4.11 показывают, что точность оценок МП параметров закона распределения Вейбулла после применения полученных моделей и введения поправки также увеличивается. После введения поправки, относительные отклонения оценок МП от истинного значения параметров распределения не превышают 0,3 до 0,5. При этом отдельные начальные отклонения могут быть больше 2.

Результаты исследований эффективности применения построенных уравнений регрессии для закона распределения Вейбулла показаны на рисунках 4.8 – 4.11.

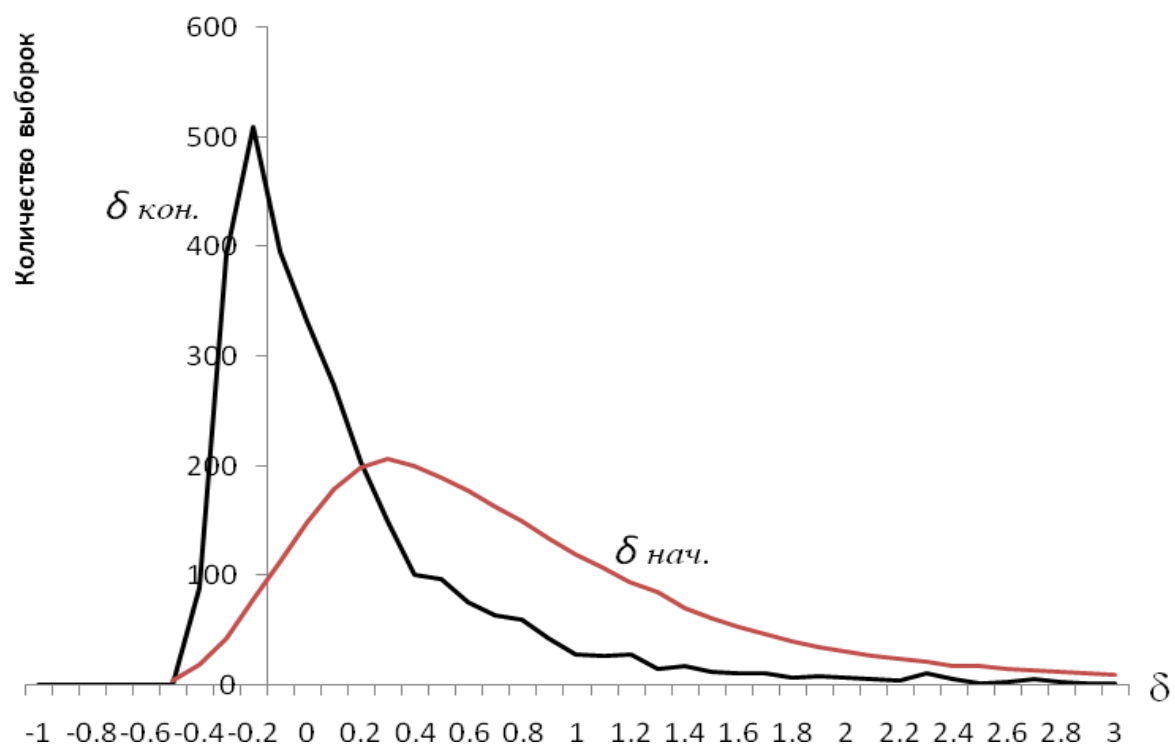


Рисунок 4.4 - Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=5$

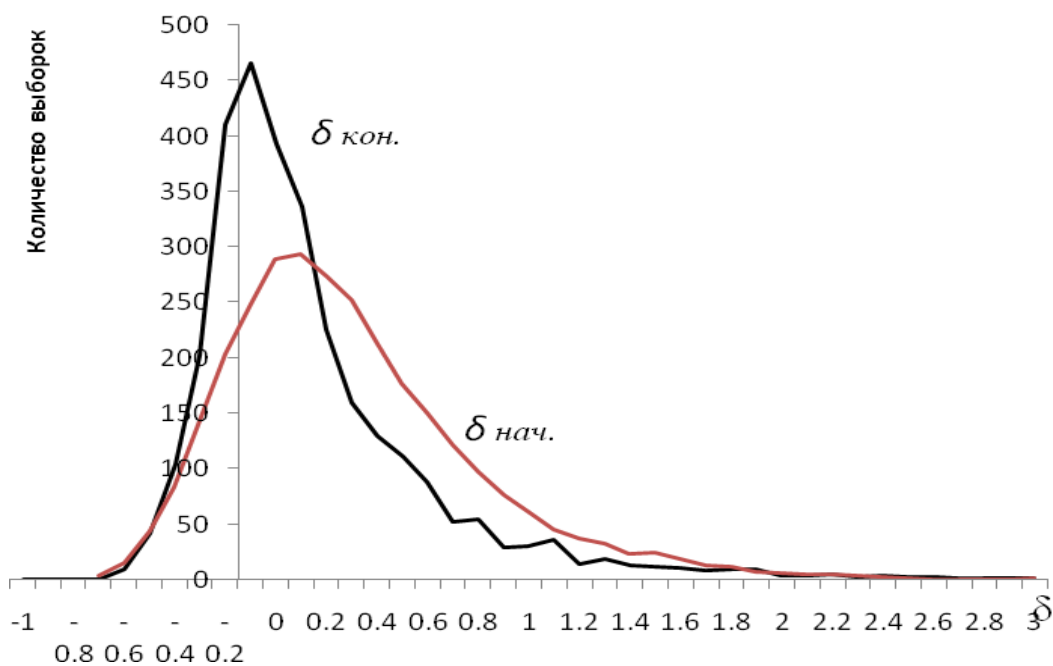


Рисунок 4.5 - Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=10$

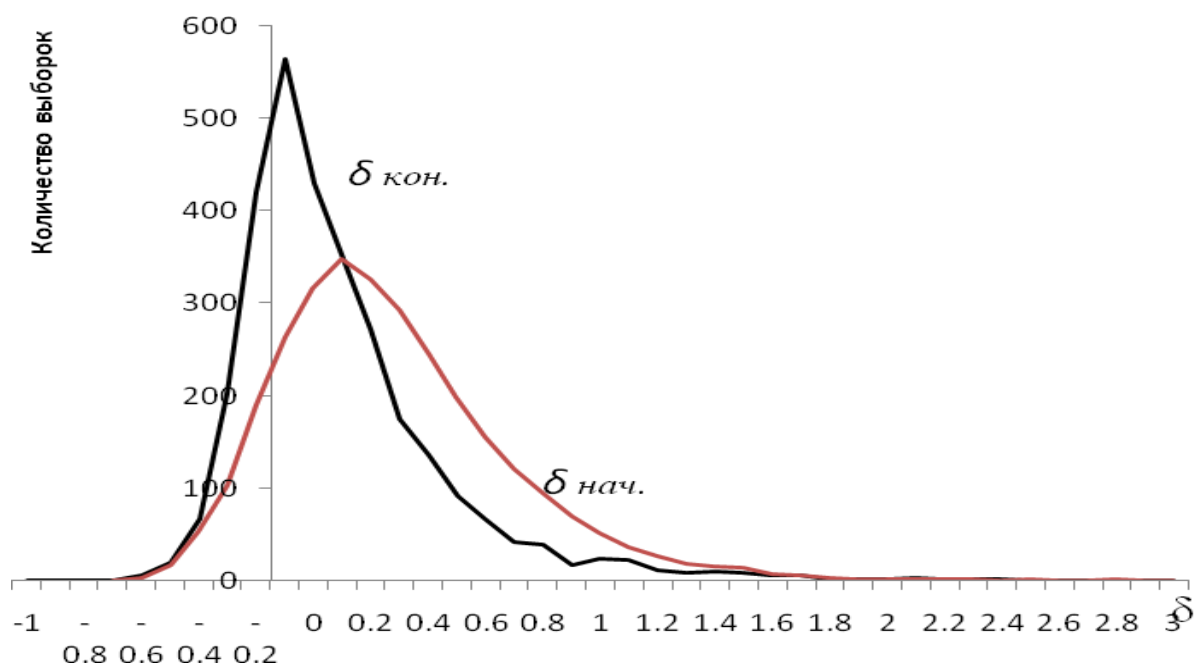


Рисунок 4.6 - Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=15$

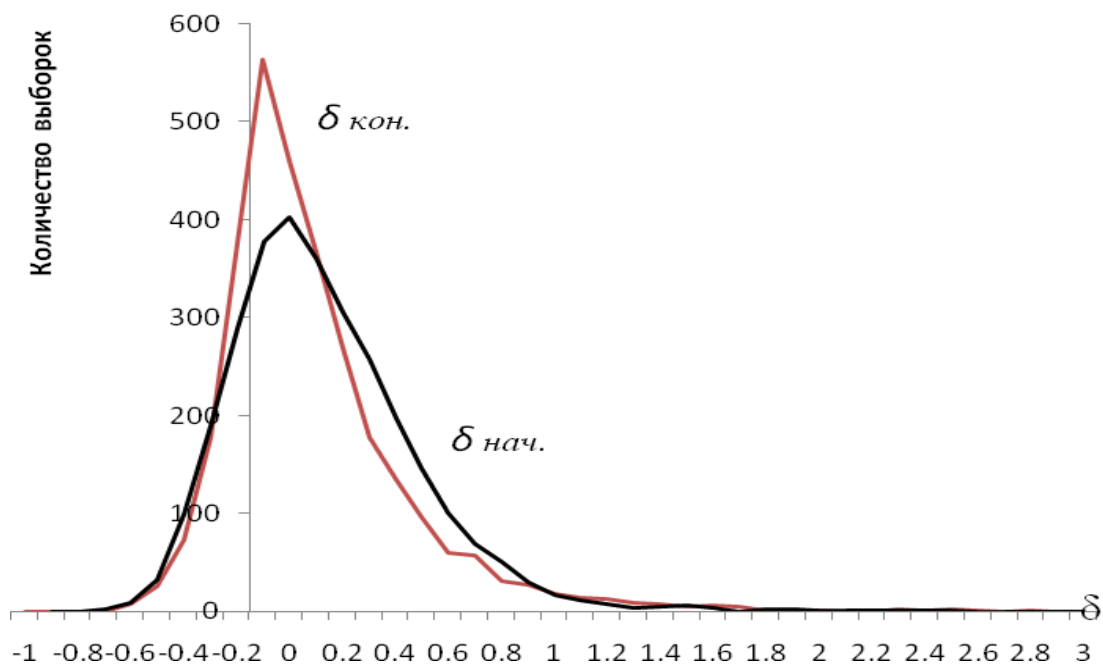
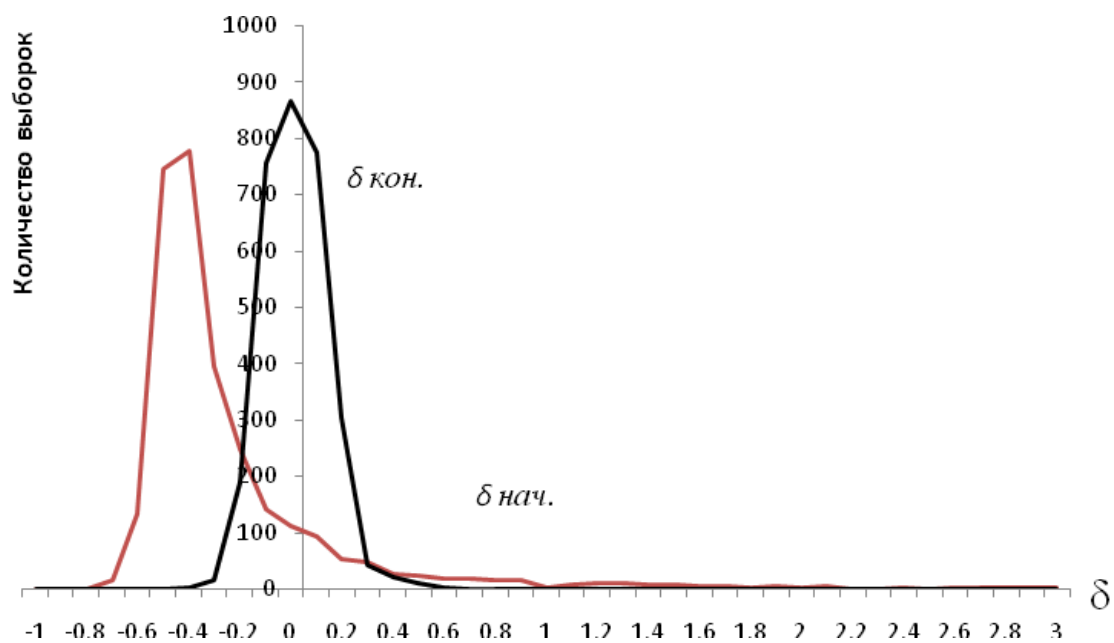


Рисунок 4.7 - Начальные и конечные отклонения оценок МП для $N=20$

(a)



(б)

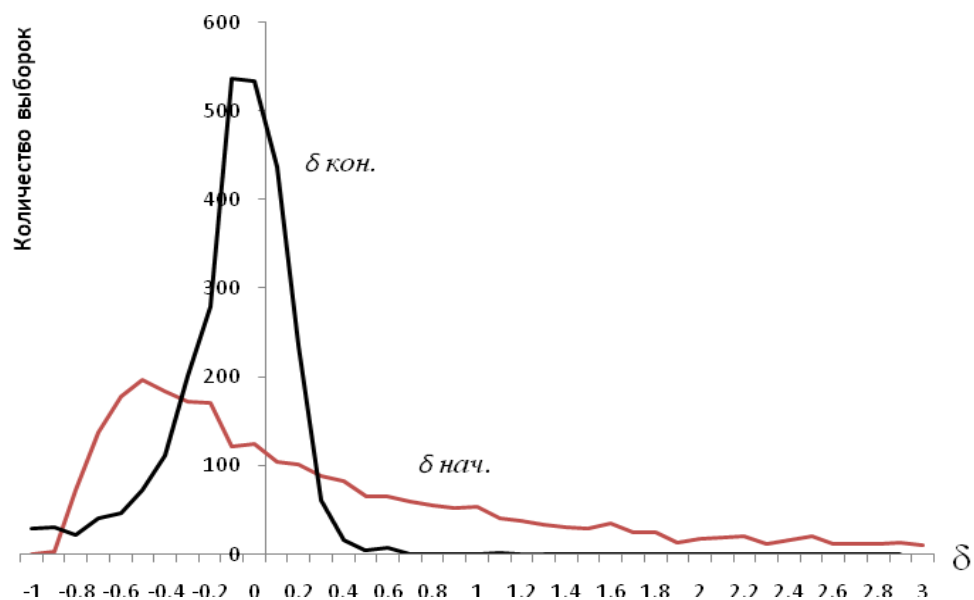
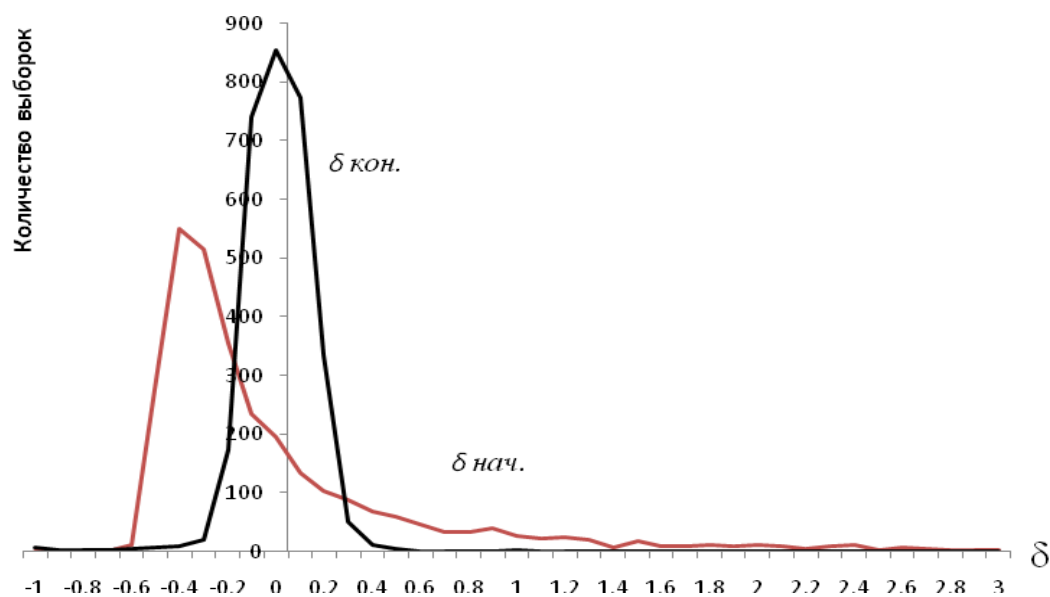


Рисунок 4.8 - Начальные и конечные отклонения оценок МП параметра масштаба (а) и формы (б) для $N=5$

(а)



(б)

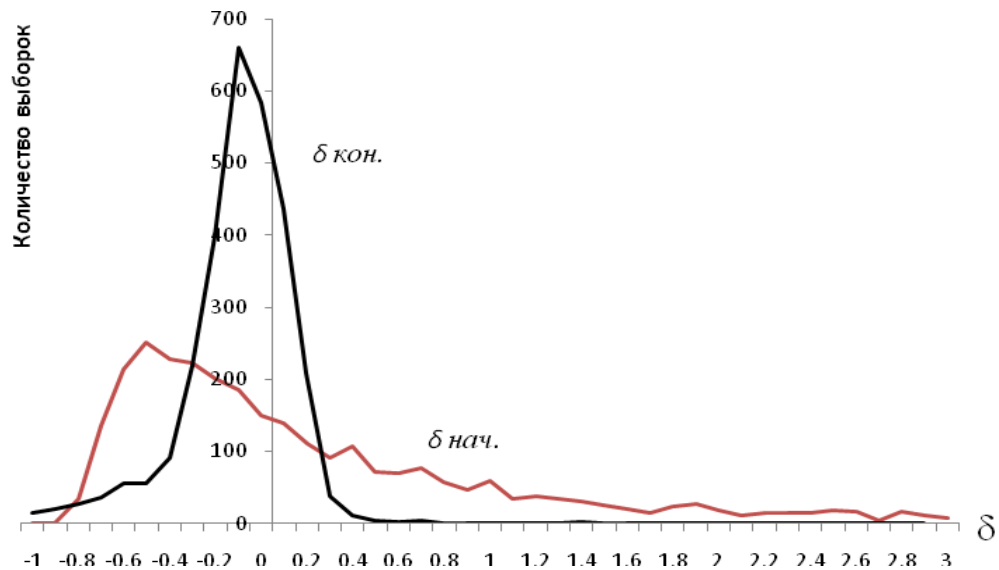
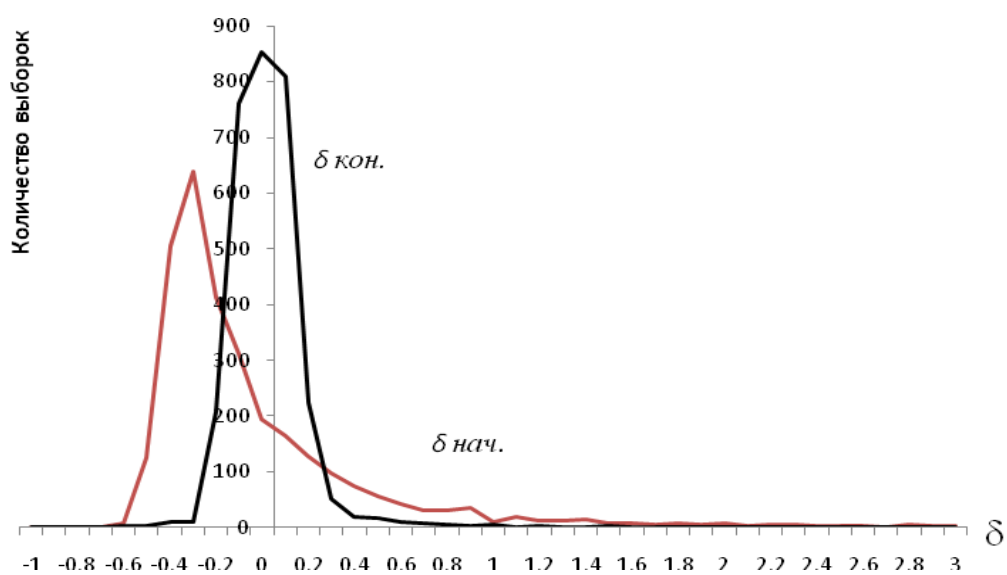


Рисунок 4.9 - Начальные и конечные отклонения оценок МП параметра масштаба (а) и формы (б) для $N=10$

(a)



(б)

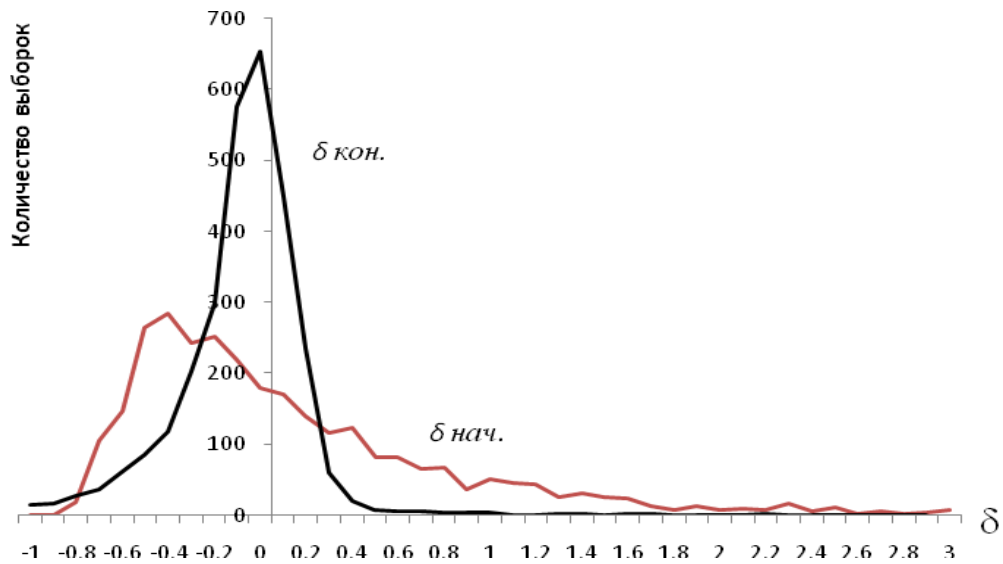
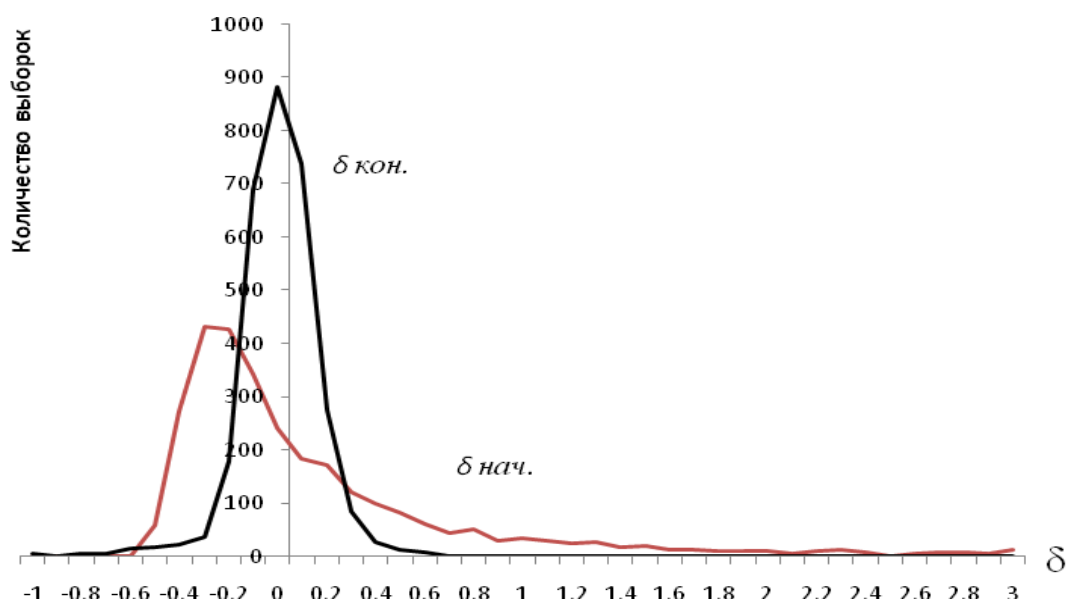


Рисунок 4.10 - Начальные и конечные отклонения оценок МП параметра масштаба (а) и формы (б) для $N=15$

(a)



(б)

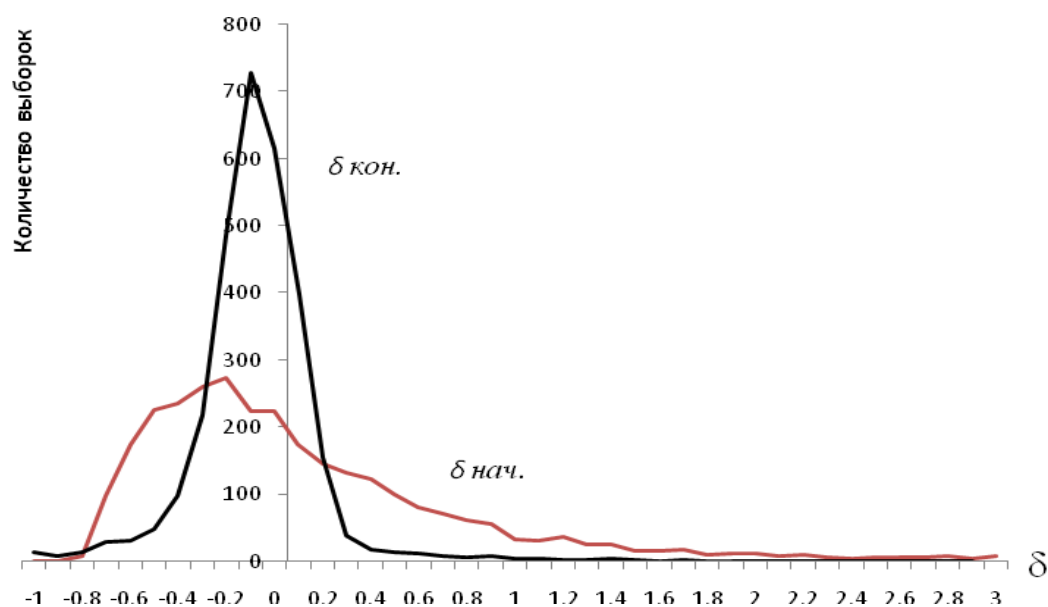


Рисунок 4.11 - Начальные и конечные отклонения оценок МП параметра масштаба (а) и формы (б) для $N=20$

4.7 Экспериментальные исследования надежности оборудования железнодорожных вагонов

4.7.1 Экспериментальные данные для расчета средней наработки до отказа

Для проверки предложенной методики повышения точности оценки метода максимального правдоподобия использованы экспериментальные данные ЗАО Научная организация «Тверской институт вагоностроения» (ЗАО НО «ТИВ»).

В 2013-2014 годах в ЗАО Научная организация «Тверской институт вагоностроения» проведены эксплуатационные наблюдения за новыми двухэтажными пассажирскими вагонами. Собраны данные по отказам колесных пар тележек пассажирских двухэтажных вагонов модели 68-4095 (исп. 4095.00.00.000.5-15, 4095.00.00.000.5-16). Эксплуатационные наблюдения проводились в течении календарного года, с 01.11.2013 г. по 30.10.2014 г. По результатам этих исследований был рассчитан средний пробег пассажирских вагонов до направления их на техническое обслуживание в депо [77].

Для проведения исследований работники ЗАО НО «ТИВ» ежемесячно выезжали в дальние командировки. На проведения этих исследований были затрачены значительные финансовые средства. Образец статистических данных по отказам колесных пар тележек приведен в приложении Б.

По этим экспериментальным данным сформированы выборки наработок на отказ, представленные в таблице 4.3. При формировании выборок наработок на отказ по плану $[N, U, T]$ время наблюдений сокращено до четырех месяцев – 2880 часов. В правой колонке таблицы показан вид наработки: 1-полная, 2-цензурированная.

Таблица 4.3 - Выборка наработок на отказ

№ п/п	Номер пассажирского вагона	Дата начала эксплуатации	Наработка на отказ, часы	Вид наработки
1	6273	01.11.2013	720	1
2	6281	01.11.2013	2880	2
3	6299	01.11.2013	1440	1
4	14004	01.11.2013	1440	1
5	14095	01.11.2013	2880	2
6	14152	01.11.2013	2880	2
7	14186	01.11.2013	1140	1
8	14277	01.11.2013	720	1
9	14491	01.11.2013	2880	2
10	14558	01.11.2013	2160	1
11	14590	01.11.2013	2160	2
12	14640	01.11.2013	2880	2
13	14665	01.11.2013	2160	1
14	14533	01.11.2013	1440	1
15	66038	01.11.2013	1440	1

4.7.2 Проверка однородности выборки на основе анализа экстремальных значений

В методике используется метод контроля резко выделяющихся значений элементов выборки, основанный на критерии Дарлинга [78, 38].

Для выборки, сформированной по плану $[N, U, T]$, наработки, превышающие продолжительность наблюдений T отсутствуют, а наработка T не

может рассматриваться в качестве резко выделяющегося значения. Поэтому контролю подлежит минимальная наработка в выборке t_1 .

Если значения $y_i = T(t_i)$, $i = \overline{1, N}$ равномерно распределены в интервале $[0, 1]$ то наблюдения y_i , $i = \overline{1, r}$, цензурированные в точке $y_T = F(T)$, равномерно распределены в интервале $[0, y_T]$. Плотность $\varphi(y)$ условного распределения величин y_i , $i = \overline{1, r}$ равна

$$\varphi(y) = \frac{f_p(y)}{F_p(y_T)} = \frac{1}{y_T},$$

где $f_p(y)$, $F_p(y)$ – плотность и функция равномерного распределения на интервале $[0, 1]$ соответственно.

Из последнего равенства следует, что случайные величины y_i , $i = \overline{1, r}$ равномерно распределены на интервале $[0, y_T]$ с функцией распределения $F_p(y)$.

$$F_p(y) = \frac{y}{y_T}.$$

Таким образом, случайные величины ξ_i , $i = \overline{1, r}$

$$\xi_i = 1 - \frac{y_i}{y_T}.$$

Равномерно распределены в интервале $[0, 1]$ и значит при справедливости нулевой гипотезы статистика Z

$$Z = \sum_{i=1}^r \frac{\xi_i}{\xi_1}$$

распределена асимптотически нормально с о средним $M(Z)$ и дисперсией $D(Z)$

$$M(Z) = \frac{N+1}{2}, \quad D(Z) = \frac{N-1}{12}. \quad (4.19)$$

Наработка t_1 бракуется с уровнем значимости α , если

$$Z > M(Z) + U_{\alpha} \sqrt{D(Z)}. \quad (4.20)$$

4.7.3 Выбор закона распределения отказов оборудования

После формирования цензурированной выборки наработок до отказа оборудования осуществляется выбор закона распределения.

Для однократно цензурированной выборки и плана проверка статистической гипотезы о согласии выбранного закона распределения с опытными данными выполняется по методу, изложенному в [78]. В качестве критерия согласия используется модифицированный критерий Мозеса.

Выражение для модифицированной статистики Мозеса имеет вид

$$R_{N,T} = \frac{1}{2F(T)} \left| \sum_{i=1}^r [2F(t_i) - F(T)] \right|.$$

В [78], получено распределение статистики и построена функция граничных значений статистики $\phi(N, F(T), \alpha)$, определяемая тремя параметрами N , $F(T)$, α ,

где N – объем выборки; $F(T)$ – значение функции распределения при наработке $t_i=T$; α – уровень значимости.

Критические значения статистики для уровня значимости $\alpha = 0,05$ приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 - Критические значения статистики $R_{N,T}$

N	Критические значения статистики $R_{N,T}$ при $F(T)$, равном								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10			0,676	0,648	0,634	0,619	0,605	0,590	0,576
15			0,648	0,620	0,617	0,604	0,588	0,570	0,564
20		0,642	0,633	0,618	0,607	0,592	0,575	0,568	0,555
25		0,637	0,621	0,609	0,593	0,577	0,570	0,561	0,552
30	0,640	0,620	0,606	0,589	0,572	0,566	0,556	0,550	0,543

Таблица 4.4 - Критические значения статистики $R_{N,T}$

N	Критические значения статистики $R_{N,T}$ при $F(T)$, равном								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
35	0,622	0,611	0,596	0,581	0,569	0,560	0,554	0,541	0,537
40	0,613	0,587	0,571	0,565	0,558	0,551	0,541	0,535	0,528
45	0,592	0,572	0,563	0,559	0,552	0,546	0,533	0,534	
50	0,577	0,567	0,556	0,549	0,540	0,530	0,523		

Критическое значение функции $\varphi(N, F(T), \alpha)$ определяется по данным таблицы 4.4 с помощью интерполяции по формулам Лагранжа [29].

Для многократно цензурированных выборок проверка статистической гипотезы о согласии выбранного закона распределения с опытными данными выполняется по методу, изложенному в [78, 80]. В качестве критерия согласия используется другая модификация критерия Мозеса.

Основные элементы алгоритма выбора закона распределения отказов показаны на рисунке 4.13.

Все наработки, и до отказа и наработки до цензурирования, строятся в вариационный ряд в порядке неубывания. Если какие-либо значения наработки до отказа равны отдельным значениям наработки до цензурирования, то в вариационном ряду сначала располагаются наработки до отказа, а затем - до цензурирования. Разработан алгоритм, по которому строится вариационный ряд. Его блок-схема приведена на рисунке 4.12.

Отличительной особенностью этого алгоритма является то, что для ускорения сортировки массива $T_H(i)$, $i=1,2,...,N$ в порядке возрастания его членов применяется временно созданный массив с такой же размерностью $T_{H1}(i)$, $i=1,2,...,N$. При этом, значение первого элемента массива $T_H(1)$ берется равным первому элементу массива $T_{H1}(1)$. После этого, для каждого следующего элемента массива $T_H(i)$ выполняется сравнение с предыдущим элементом массива $T_{H1}(i-1)$, $i=2,3,...,N$.

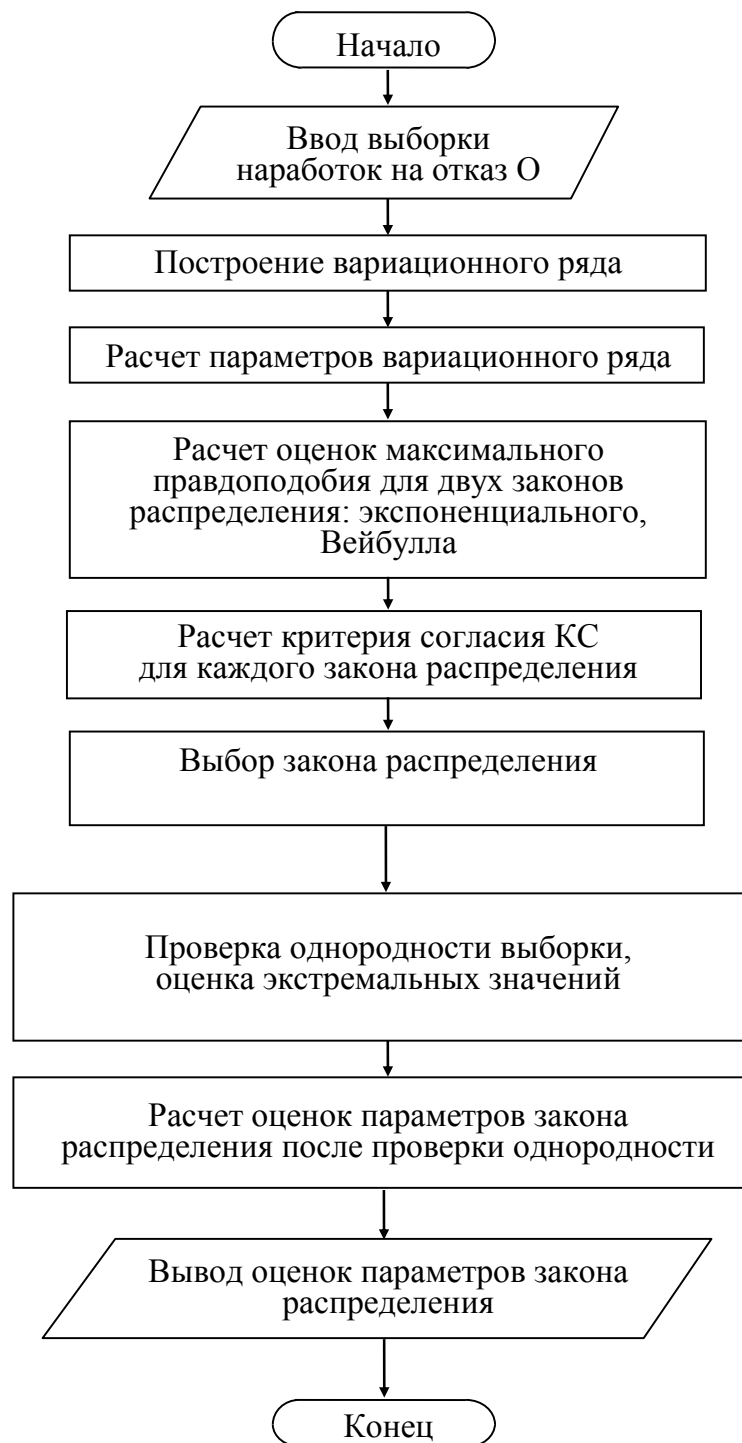


Рисунок 4.12 - Блок-схема алгоритма выбора закона распределения отказов оборудования и расчета оценок его параметров

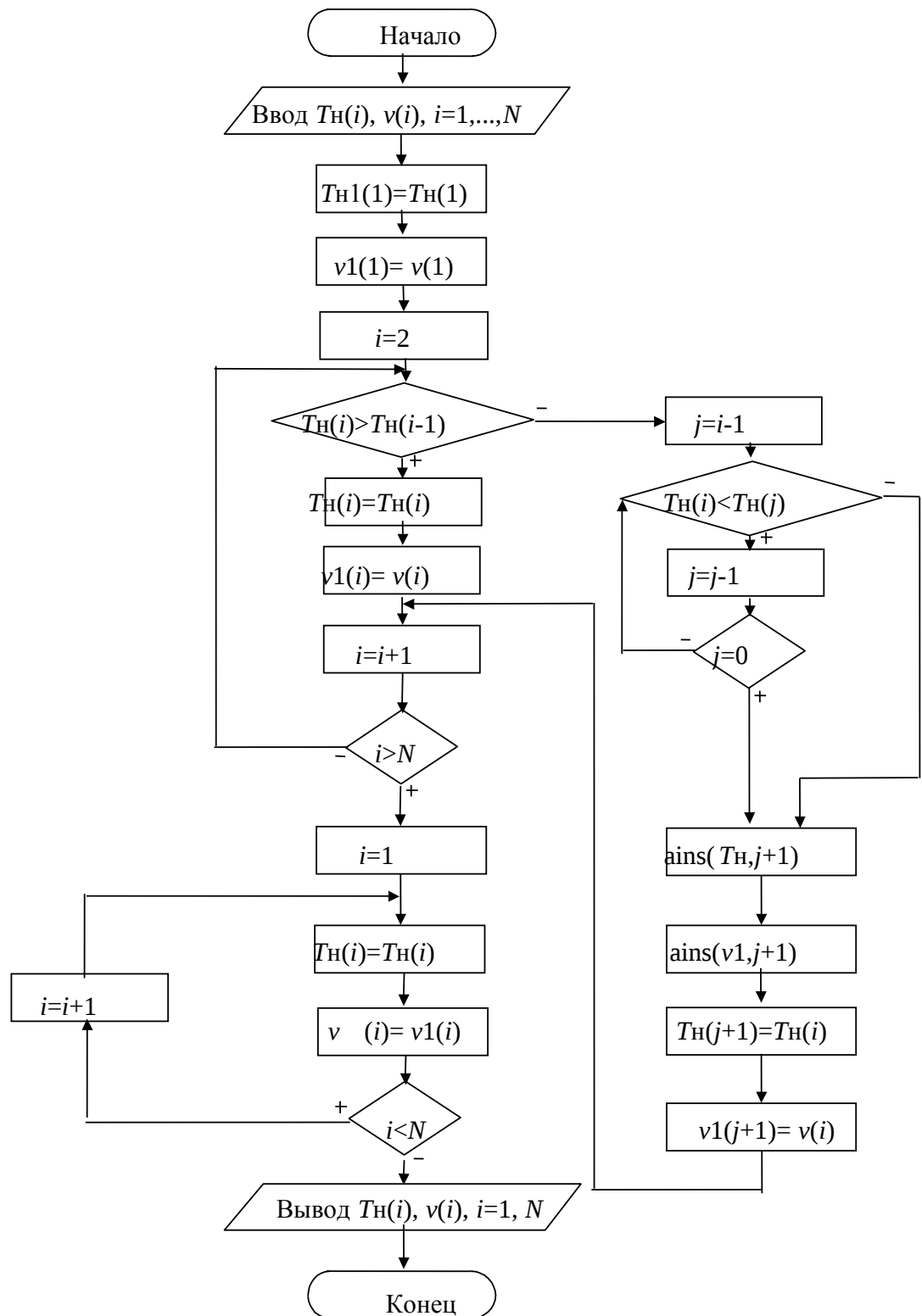


Рисунок 4.13 - Блок схема алгоритма построения вариационного ряда

Если $T_H(i) > T_H(i-1)$, то элементу временного массива $T_{H1}(i)$ присваивается значение $T_H(i)$, а если $T_H(i) < T_H(i-1)$, то в массиве $T_{H1}(i), i=1,2,...,N$, выполняется поиск элемента индекс которого равен j , для которого выполняется условие $T_{H1}(j) < T_H(i)$. Элементы массива $T_{H1}(i), i=1,2,...,N$, которые расположены после элемента $T_{H1}(j)$, сдвигаются на один элемент вправо, а элементу $T_{H1}(j+1)$ присваивается значение $T_H(i)$.

После того, как сортировка закончится все элементы массива $T_H(i), i=1,2,...,N$ заменяются на элементы массива $T_{H1}(i), i=1,2,..., N$.

По вариационному ряду, который построен, рассчитываются параметры p и q и количество интервалов наблюдения m .

Интервал наблюдений (вариационного ряда) – отрезок вариационного ряда, который состоит только из наработок до отказа и который расположен между наработками до цензурирования.

Для каждого интервала наблюдения рассчитывается число наработок до цензурирования n_{i-1} , число наработок до отказа r ($i=1,2,...,m$), которые лежат между $i-1$ и i -ым интервалами наблюдений. Все вместе эти значения должны удовлетворять условиям

$$\sum_{i=0}^m n_i = n, \quad \sum_{i=1}^r r_i = r,$$

где r - количество наработок до отказа;

n - количество наработок до цензурирования.

Если ряд, который является вариационным, начинается с наработки, которая является наработкой до отказа, то $n_0=0$, а если он заканчивается наработкой, которая является до отказа, то $n_m=0$.

Параметры p и q вариационного ряда определяются по выражениям

$$p_i = n_0 + \sum_{j=1}^{i-1} (n_j + r_j),$$

$$q_i = p_i + r_i.$$

Блок-схема алгоритма определения количества интервалов наблюдения и

расчета параметров вариационного ряда приведена на рисунке 4.14.

Для каждого закона распределения вычисляется критерий согласия рассматриваемого закона распределения с опытными данными. Блок-схема алгоритма расчета приведена на рисунке 4.15. Переменные z показывают об отказах изделий и приборов: если $z=1$ - это экспоненциальный закон распределения, $z=2$ - логнормальный, $z=3$ - Вейбулла.

После этого исходный вариационный ряд, построенный ранее, заменяют преобразованным вариационным рядом, который получается заменой каждого члена $T_H(i)$, $i=1,2,\dots, N$ в исходном ряду членом вида

$$x(i) = F(T_H(i), Q'_1, Q'_2),$$

где $F(x)$ - функция распределения выбранного закона;

Q'_1, Q'_2 - точечные оценки параметров закона распределения.

Для каждого интервала наблюдения m_i вычисляют величины

$$z_1(i) = (x(p_i) + x(p_{i+1})) / 2,$$

$$z_2(i) = (x(q_i) + x(q_{i+1})) / 2.$$

Где p_i , q_i - параметры вариационного ряда, если $p_1=0$, то принимается $z_1(1)=0$, если $q_m=N$, то принимается $z_2(m) = x(N)$.

Рассчитывается величина $R_{N,m,r}$.

$$R_{N,m,r} = \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{r_i(z_2(i) - z_1(i))} \left[\sum_{j=p_{i+1}}^{j=q_i} x(j) - r(i)z_1(i) \right] \right\}.$$

Рассчитывается величина критерия согласия

$$K = \left| \frac{R_{N,m,r} - r/2}{\sqrt{12r}} \right|.$$

Выбор закона распределения выполняется следующим образом. Гипотеза о согласии выбранного закона распределения с опытными данными на уровне значимости α отвергается, если величина k , которая получена, больше U_β , где U_β - квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности $\beta=1-\alpha/2$.

$$U_\beta = U_{0,95} = 1,645.$$

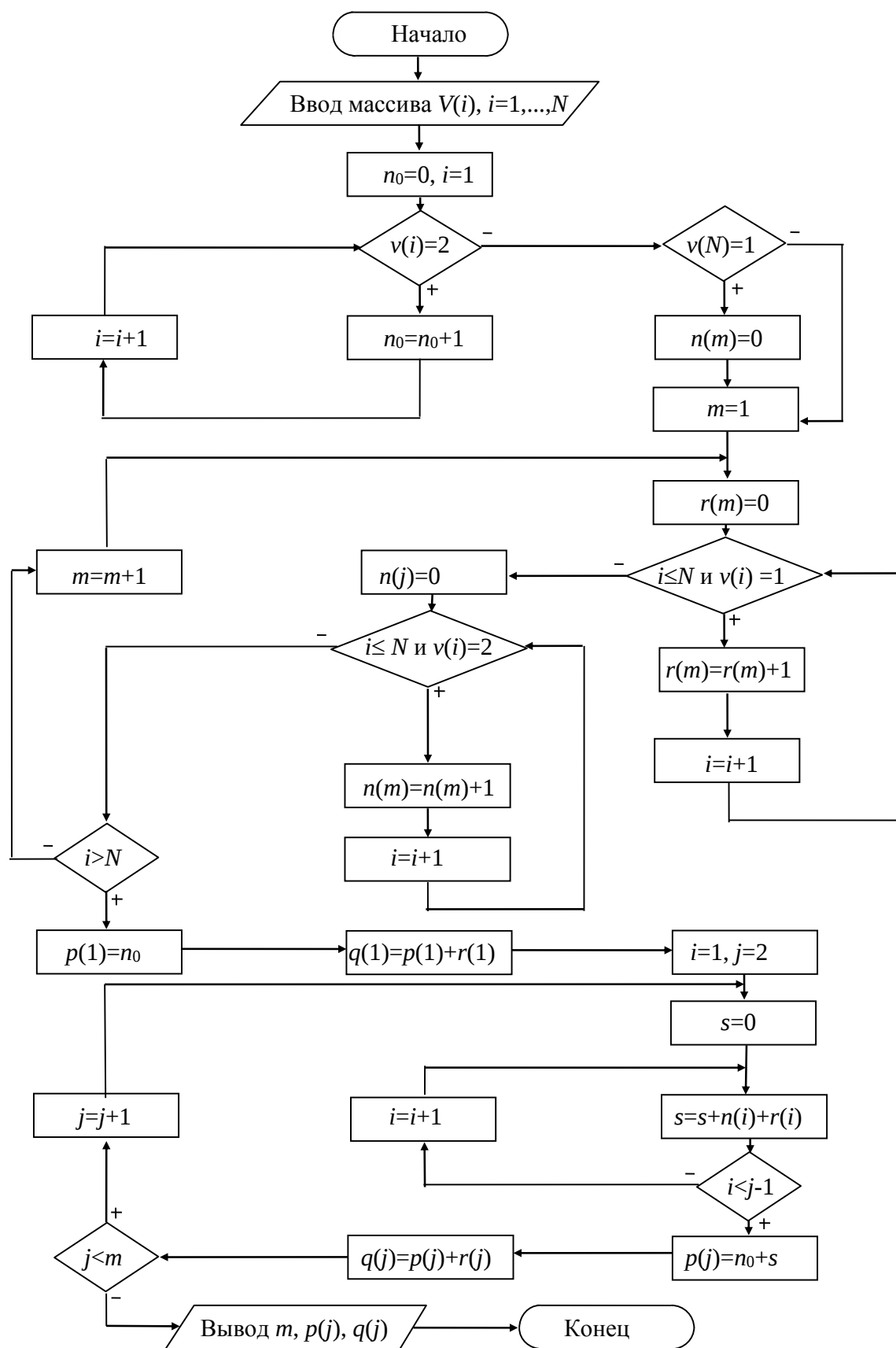


Рисунок 4.14 - Алгоритм расчета параметров вариационного ряда

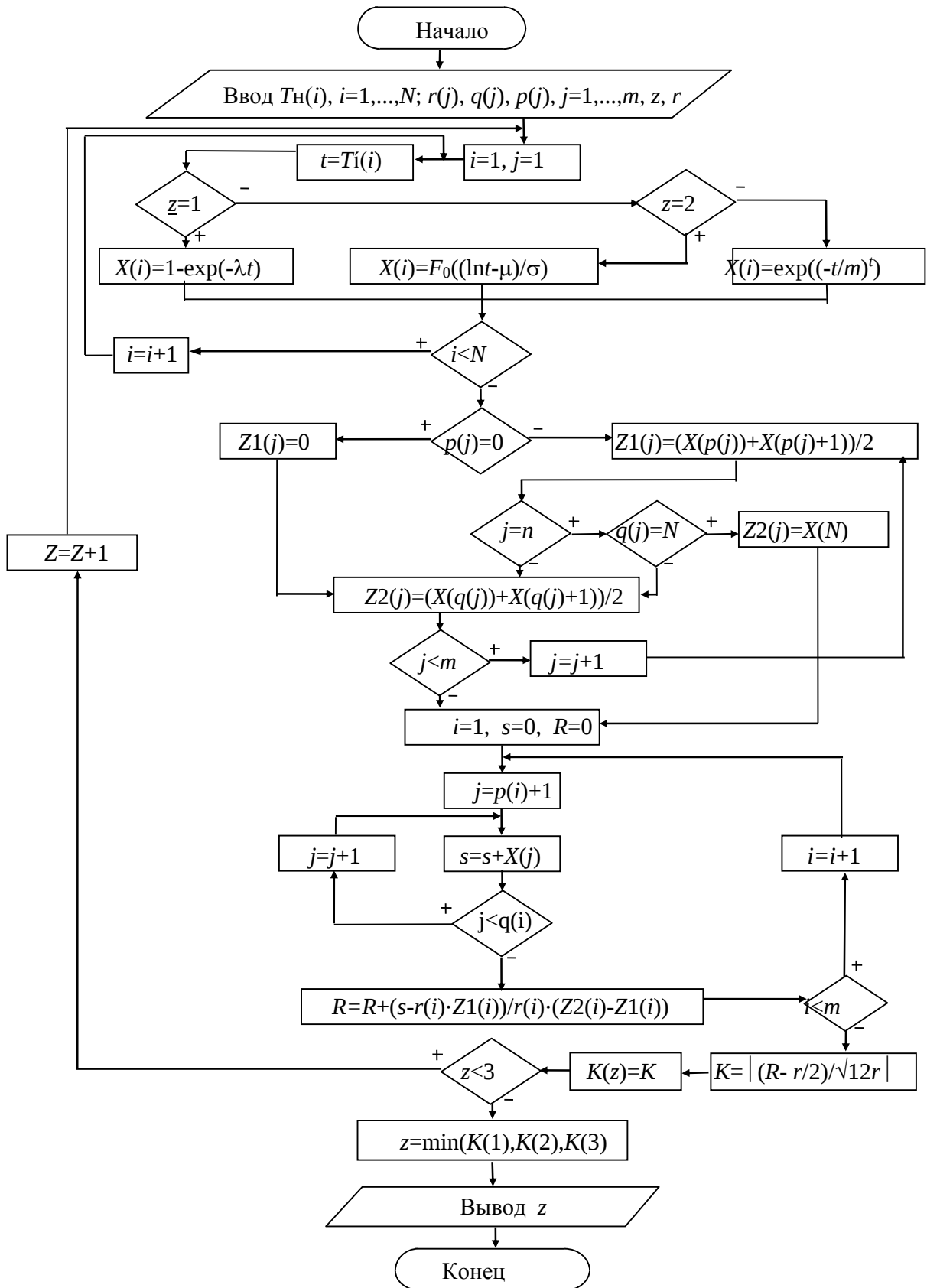


Рисунок 4.15 - Блок-схема алгоритма расчета критерия согласия.

В методике принято значение $\alpha=0,1$ при этом

если для нескольких законов распределения значение критерия согласия $K < 1,645$, то принимается закон распределения с меньшим значением критерия согласия.

4.7.4 Расчет средней наработки до отказа тележек пассажирских вагонов

Согласно [81] точечные оценки показателей надежности, если известен закон распределения, вычисляют по формулам таблицы 4.5.

Таблица 4.5.

Закон распределения	Формулы для вычислений
	Средняя наработка до отказа
Экспоненциальный	$\frac{1}{\lambda}$
Вейбулла	$a\Gamma(1+1/b)$

Где λ - оценка параметра экспоненциального распределения.

$\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Гамма-функция рассчитывается по формуле Стирлинга

$$\Gamma(x) = \left(\frac{A}{e}\right)^A e^{(1/(12A))} D\sqrt{2\pi A},$$

где A, D – коэффициенты, рассчитываемые по специальному алгоритму [29].

Интервальные оценки показателей надежности при экспоненциальном распределении рассчитывают по формулам, которые приведены таблице 4.6.

Таблица 4.6 - Формулы для вычисления интервальных оценок средней наработки на отказ.

Наименование показателя надежности	Формулы для вычисления доверительных границ	
	Нижней	Верхней
Средняя наработка до отказа	$\frac{1}{\underline{\lambda}}$	$\frac{1}{\bar{\lambda}}$

Значения $\bar{\lambda}, \underline{\lambda}$ для экспоненциального распределения вычисляют по формулам [77].

$$\underline{\lambda} = \frac{\lambda \chi_{1-q}^2(2N)}{2N},$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda \chi_q^2(2N)}{2N},$$

где N – число членов (объем) выборки,

$\chi_q^2(m)$ - квантиль распределения хи-квадрат.

Квантиль распределения хи-квадрат находится из уравнения

$$p = \int_0^{\chi_q^2} \phi_1(x) dx,$$

где ϕ_1 – плотность распределения хи-квадрат

$$\phi_1(x) = \frac{1}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{\frac{k-2}{2}} e^{-\frac{x}{2}},$$

где k – число степеней свободы.

Значения $\chi_q^2(m)$ определяются путем решения уравнений (4.19) и (4.20)

итерационным методом последовательного приближения с помощью деления

отрезка $[\chi_q^2(m)_1, \chi_q^2(m)_2]$ пополам. Определенный интеграл рассчитывается с помощью численного интегрирования методом Симпсона с делением отрезка $[0, \chi_q^2(m)]$ на 100 равных частей [29].

Интервальные оценки показателей надежности в случае закона распределения Вейбулла вычисляются по формулам таблицы 4.7.

Таблица 4.7 - Формулы для вычисления интервальных средней наработки на отказ для распределения Вейбулла

Наименование показателя надежности	Формулы для вычисления доверительных границ	
	Нижней	Верхней
Средняя наработка до отказа	$T_{cp}(1 - \varepsilon_n)$	$T_{cp}(1 + \varepsilon_b)$

Значения $\varepsilon_n, \varepsilon_b$ приведены в виде графиков в [81]. Значения, приведенные на графиках используются в программе расчета показателей надежности для доверительной вероятности $q=0,8; 0,9; 0,95$.

В результате расчета получены следующие результаты.

Значения критерия согласия. Модифицированная статистика Мозеса для ОЦВ:

- Экспоненциальный ЗР 1.29;

- ЗР Вейбулла 0.69.

По результатам выбран закон распределения Вейбулла.

Средняя наработка до отказа 2300 часов.

Средняя наработка до отказа после введения поправки 2900 часов.

Доверительные границы рассчитаны для доверительной вероятности 0,95.

Нижняя доверительная граница наработки на отказ 2020 часов

Верхняя доверительная граница наработки на отказ 4210 часов.

По результатам ЗАО НО «ТИВ», полученным за время наблюдений, средний пробег пассажирского вагона составляет 32000 км. С учетом этого средний пробег на отказа колесных пар тележек пассажирских двухэтажных вагонов составляет 128000 км, что хорошо согласуется с данными ЗАО НО «ТИВ».

4.8 Выводы

1. В результате анализа процессов наблюдений за отказами оборудования или испытаний оборудования пассажирских вагонов, рассмотрены характеристики однократно цензурированных справа выборок наработок на отказ, формирующихся при использовании плана $[N, U, T]$. Показано, что выборки являются малыми, однократно цензурированными справа.

2. Для формирования выборок случайных величин по плану испытаний $[N, U, T]$ на ЭВМ был разработан алгоритм. Он обеспечивает адекватность моделируемых выборок на ПЭВМ и выборок наработок на отказ оборудования, которые формируются в процессе наблюдения за оборудованием или при его испытаниях.

3. Проведены исследования точности оценок параметров распределения для двух законов: экспоненциального, Вейбулла, рассчитанных методом МП по сгенерированным выборкам случайных величин.

По результатам проведенного эксперимента видно, что полученная точность метода МП при значениях числа членов выборки $N < 20$ недостаточно. Относительное отклонение оценок максимального правдоподобия от истинных значений может быть 5 и даже более, а половина оценок имеют отклонения 0,3 в зависимости от вида закона распределения, объема выборки и степени цензурирования.

4. Предложены стандартные параметры выборки, характеризующие ее структуру. Эти параметры измеряются в относительных единицах и, поэтому, их

значения не зависят от абсолютных значений случайных величин.

5. Выполнен на ПЭВМ вычислительный эксперимент по моделированию выборок случайных величин, адекватных выборкам случайных величин наработок на отказ оборудования, которые формируются при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$.

По каждому выборку рассчитывались параметры, характеризующие структуру выборки случайных величин. По результатам эксперимента были получены математические модели в виде уравнений регрессии, которые устанавливают зависимость между относительным отклонением оценок параметров исследуемых законов распределения, которые получены методом максимального правдоподобия, и параметрами, которые характеризуют структуру выборки.

6. Разработана методика оценки параметров двух законов распределения: экспоненциального, Вейбулла, которая заключается в том, что оценки МП корректируются с помощью поправок, для плана ускоренных испытаний $[N, U, T]$. Оценки определяются с помощью математических моделей, разработанных в процессе исследования. Математические модели были получены в форме регрессионных уравнений, которые устанавливают связь между относительного отклонения оценок параметров экспоненциального распределения и распределения Вейбулла от параметров, характеризующих структуру выборок случайных величин.

7. Исследование эффективности методики для оценки параметров законов распределения экспоненциального распределение и распределение Вейбулла. Эта методика использована для оценки параметров законов распределения отказов оборудования. Она повышает точность оценок максимального правдоподобия исследуемого закона распределения для распределения Вейбулла - 1,5-1,8 раз, а для экспоненциального распределения в 1,2-2 раза, и устраняет смещение оценок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенного исследования можно сформулировать следующие итоги и выводы.

1. Проведенный анализ показал, что использование существующих методов обработки информации о надежности оборудования пассажирских вагонов не позволяет сократить время наблюдений за оборудованием в процессе эксплуатации или при проведении испытаний.

2. Рассмотрены характеристики однократно цензурированных выборок справа наработок на отказ, образующихся при проведении эксплуатационных наблюдений или испытаний оборудования пассажирских вагонов с использованием плана $[N, U, T]$. Показано, что выборки являются малыми, однократно цензурированными справа.

3. Для формирования выборок случайных величин по плану испытаний $[N, U, T]$ на ЭВМ был разработан алгоритм. Алгоритм обеспечивает адекватность моделируемых выборок, на ЭВМ, выборкам, формирующихся в результате наблюдения за оборудованием пассажирских вагонов.

4. Для анализа точности оценок параметров двух законов распределения: экспоненциального, Вейбулла, полученных методом МП по сформированным выборкам случайных величин, были проведены экспериментальные исследования.

По результатам эксперимента очевидно, что точность метода максимального правдоподобия при значениях $N < 20$ низка. Относительное отклонение отдельных оценок МП от истинных значений может достичь 5 и более, а половина оценок имеют отклонения 0,3 в зависимости от, степени цензурирования, объема выборки, и вида закона распределения.

5. Предложены параметры выборки, которые описывают ее структуру. Все они измеряются в относительных единицах и не зависят от абсолютных значений случайных величин.

6. Выполнен на ЭВМ вычислительный эксперимент по моделированию

выборок случайных величин, адекватных выборкам наработок на отказ оборудования пассажирских вагонов, формирующихся при проведении испытаний по плану $[N, U, T]$.

По каждой выборке рассчитывались параметры, характеризующие ее структуру. По полученным в вычислительном эксперименте результатам были построены математические модели в форме уравнений регрессии, устанавливающие зависимости между относительным отклонением оценок параметров исследуемых законов распределения полученных методом максимального правдоподобия и параметрами выборки, характеризующими ее структуру.

7. Применена методика оценки параметров исследуемого закона распределения: экспоненциального, Вейбулла, которая заключается в том, что оценки МП корректируются с помощью поправок, для плана ускоренных испытаний $[N, U, T]$. Поправки к оценкам определяются с помощью математических моделей, разработанных в процессе исследования.

8. Выполнено исследование эффективности методики для оценки параметров законов распределения: экспоненциального и Вейбулла. Полученные результаты показывают, она повышает точность оценок максимального правдоподобия данных законов распределения.

9. Разработанные математические модели использованы ЗАО НО «Тверской институт вагоностроения» для оценки параметров законов распределения отказов оборудования пассажирских вагонов при проведении следующих работ:

- при разработке проекта новой редакции РТМ «Нормируемые показатели надежности пассажирских вагонов локомотивной тяги» в части разработки методов определения количественных значений показателей надежности;

- при разработке «Программы и методики подконтрольной эксплуатации вагонов пассажирских двухэтажных производства ОАО «ТВЗ» и проведении указанных работ в период 2013-2014 годов в части повышения точности математических методов обработки информации, полученной в результате сбора данных за длительный период;

- при разработке методик проведения ускоренных стендовых испытаний по отдельным узлам железнодорожного подвижного состава в части оптимизации количества испытываемых образцов и времени проведения испытаний.

Это подтверждено актом внедрения результатов диссертационной работы.

10. Применение разработанных в диссертационной работе математических моделей и алгоритмов позволяет улучшить управление процессом эксплуатационных или стендовых испытаний оборудования пассажирских вагонов на надежность и добиться уменьшения затрат на их проведение путем сокращения времени испытаний или числа испытываемых образцов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдулхамед М. Оптимизация ускоренных испытаний оборудование на надежность / А.Ю. Русин, М. Абдулхамед // сборник научно-практических трудов. Выпуск 2 Тверь 2014. - с 37-45.
2. Абдулхамед М.А Статистические обработки результатов наблюдений при проведении ускоренных испытаний на надежность / А. Ю. Русин, М. А. Абдулхамед // Молодой ученый. — 2014. — №18. — С. 274-279.
3. Абдулхамед М.А. Математические модели и методы обработки информации в системах испытания электрооборудования на надежность / Русин А.Ю., Абдулхамед М. // Технические науки в России и за рубежом: материалы IV междунар. науч. конф. (г. Москва, январь 2015 г.). — Москва, 2015. — С. 36-42.
4. Абдулхамед М.А. Алгоритмы автоматизированной системы управления испытанием оборудования на надежность / А. Ю. Русин, М. А. Абдулхамед Я.В. Барышев // Международный научно-практический журнал. Программные продукты и системы № 2 (114), 2016. – с.23- 26.
5. Абдулхамед М.А. Обработка информации в системе испытаний промышленного оборудования на надежность [Электронный ресурс] / Научный Интернет-журнал "Технологии техносферной безопасности" (<http://ipb.mos.ru/ttb>), выпуск № 4 (56), 2014.
6. Абдулхамед М.А. Обработка результатов ускоренных испытаний оборудования на надежность / Русин А.Ю. Абдулхамед М. // Материалы Российской научно-техн. конф., Тверь, 2010.- с 72-78.
7. Абдулхамед М.А. Параметрическая оценка показателей надежности при ускоренных испытаниях оборудования / А. Ю. Русин, М. А. Абдулхамед // межвузовский сборник научных трудов №7. - Тверь, 2014. - с.207-214.
8. Абдулхамед М.А. Управление процессом испытания оборудования на надежность оборудования / А. Ю. Русин, М. А. Абдулхамед // науч. - техн.

- журнал. Надежность №3(50) - 2014. - с. 27-34.
9. Антонов А.В. Проектирование систем. –Обнинск: ИАТЭ, 1996. - 157 с.
 10. Антонов А.В. Системный анализ: учебник для высш. Шк / А.В. Антонов. – Москва: 2008. - 454 с.
 11. Антонов А.В. Теория проверки статистических гипотез в задачах анализа надежности и качества /Учебное пособие по курсу "Надежность функционирования автоматизированных систем АЭС". Антонов А.В., Буртаев Ю.Ф Обнинск. 1991. - 84 с.
 12. Анфилатов В.С. Системный анализ в управлении: Учебное пособие / В.С. Анфилатов, А.А. Емельянов, А.А. Кукушкин; Под ред. А.А. Емельянова. – М.: Финансы и статистика, 2006. - 368 с.
 13. Аронов И.З. Методы обработки цензурированных данных о надежности. Аронов И.З. Бурдасов Е.И. - М: Знание, 1983. - 40 с.
 14. Аронов И.З. Оценка надежности по результатам сокращенных испытаний Аронов И.З. Бурдасов Е.И. -М.: Издательство стандартов, 1987. - 184 с.
 15. Баталова З.Г. О точности оценок ресурсов элементов изделий методом максимума правдоподобия при случайном усечении длительностей наблюдений // Надежность и контроль качества. - 1979. - N 9. с.12-20.
 16. Бахвалов Л. Моделирование и системный анализ - Компьютера, № 40, 1997.
 17. Бороненко Ю.П. Методика ускоренных испытаний на ресурс механической части тормозного оборудования железнодорожных цистерн. Бороненко Ю.П., Кравченко Ю.П., Сб. научн. тр. М.: ЦНИИТЭИТЯЖМАШ, 1989 г., с. 29 -32.
 18. Бурдасов Е.И. Исследование оценок параметров распределений при анализе результатов незавершенных испытаний. Бурдасов Е.И., Зарифьянц И.Д., Дворникова Н.Н., Аронов И.З. // Надежность и контроль качества, 1980. - N 12. с.47-55.
 19. Ванеев Б.Н. Обработка статистических данных о надежности изделий при усеченных выборках // надежность и контроль качества. Ванеев Б.Н., камышев В.В. 1973. № 4.

20. Волкова В.Н. Основы теории систем и системного анализа: Учебник для вузов, обучающихся по специальности «Системный анализ и управление». Волкова В.Н., Денисов А.А – СПб: СПбГТУ, 2001. - 107 с.
21. Глудкин О.П. Методы и устройства испытания РЭС и ЭВС. – М.: Высш. школа., 2001 – 335 с.
22. Проников А.С. Надежность машин. Проников А.С. – Москва «Машиностроение»: 1978. – 590 с.
23. ГОСТ 27.402-95. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ) / Часть 1. Экспоненциальное распределение / М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002. - 41 с.
24. ГОСТ 27.410-87. Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность. - М: Издательство стандартов, 1987. - 117 с.
25. ГОСТ 27.502 -83. Надёжность в технике. Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений. Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам. - М.: 1984.
26. Дегтярев Ю.И. Системный анализ и исследование операций, – М.: Высшая школа, 1996. - 335 с.
27. Дейвид Г. Порядковые статистики: Пер.с англ. М.: Наука, 1979. - 336 с.
28. Демидович Н.О. Расчет оперативных характеристик и границ планов испытаний на безотказность в экспоненциальном случае // Надежность и контроль качества, 1992, № 1, с.3-8.
29. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ: Справочник. - М.: Наука, 1987. - 239 с.
30. Живописцев Ф.А., Регрессионный Анализ в экспериментальной физике / Живописцев Ф.А., Иванов В.А. // физике 1995. - 180с.
31. Жилин Д.М. Теория систем: опыт построения курса. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 184 с.
32. Заренин Ю.Г. Оптимальное планирование испытаний на надежность приборов и средств автоматизации. приборы и системы управления,

- Заренин Ю.Г., Хлобыстова О.А. – М: наука 1981, №9, с. 13-15.
33. Надежность и эффективность в технике: Справочник в десяти томах. Т.6. экспериментальная отработка и испытания. - М.: Машиностроение, 1989.
 34. Зыкова М.Е. Имитационное моделирование на примере работы квантационного тепло генератора Зыкова М.Е., Денисюк Е.А., угольников А.Ю. Информатика и образование. 2014. №10 (259). с. 83-85.
 35. Иванова В.М. Математическая статистика / Высшая школа, 1981. 310с.
 36. Испытания радиоэлектронной, электронно-вычислительной аппаратуры и испытательное оборудование/ под ред. А.И.Коробова М.: Радио и связь, 2002 – 272 с.
 37. Кендал М.Д. Теория распределений. Кендал М.А. Стюарт А.М.- М 1966. - 588 с.
 38. Кендалл М.Д. Статистические выводы и связи. Кендалл М.Д., Стюарт А. – М: Наука, 1973. - 899 с.
 39. Кошевник Ю.А. Предельные теоремы для непараметрических оценок некоторых симметричных функций распределения // Методы анализа данных, оценивания и выбора. М.: ВНИИСИ, 1984. - С. 55-58.
 40. Малин А.С. Исследование систем управления: Учебник для вузов. А.С. Малин, В.И. Мухин – М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2002. - 400 с.
 41. Мейндоналд Джон. Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике пре. англ. - М: Финансы и статистика, 1988.
 42. Мельникова В.А. Надежность и эффективность в технике: Справочник: Методы подобию в надежности /Под общ. Ред. В.А.Мельникова, Н.А. Северцева -М.: Машиностроение, 1987. - 278 с.
 43. Методические вопросы исследований прочности деталей тракторов и других самоходных машин. / Труды НАТИ, вып. 195. М., НАТИ 1968.
 44. Млицкий В.Д., Беглария В.Х., Дубицкий Л.Г. Испытание аппаратуры и средства измерений на воздействие внешних факторов. М.: Машиностроение, 2003 – 567 с.
 45. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981.

– 488 с.

46. Мостеллер Ф. Анализ данных и регрессия / Ф. Мос-теллер, Д. Тьюки; Пер. с англ. Ю.Н. Благовещенского. // М.: Финансы и статистика, 1982. - 319 с.
47. Надежность и эффективность в технике: Справочник: В 10 т. Т.10: Справочные данные по условиям эксплуатации и характеристикам надежности / Под общ. ред. В.А. Кузнецова. М.: Машиностроение, 1990. 336с.
48. Надежность и эффективность в технике: Справочник: В 10 т. Т.5: Проектный анализ надежности / Под ред. В.И. Патрушева и А.И. Рембезы. М.: Машиностроение, 1988. 316с.
49. НИР по повышению качества и надежности выпускаемых изделий КРВЗ. Отчет о НИР (заключительный) рук. работ Царапкин В.А., М.: ВНИИВ, 1989 г.
50. Заренин Ю.Г., Стоянова И.И. Определительные испытания на надежность М.: издательство стандартов, 1978. 168 с.
51. Флмппов И.В. Исследование надежности важнейших узлов и систем вагонов и контейнеров и разработка предложений по их усовершенствованию, Калининский филиал 1986. 54с.
52. Сополев А.П., Данилин Н.С., Загоровский Ю.И., Гусев Л.И., Банников Ю.А. Обеспечение качества РЭА методами диагностики и прогнозирования. - М.: Изд-во стандартов, 1983, 224 с.
53. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. Ф.П. Перегудов, Ф.П. Тарасенко – М.: Высшая школа, 1989. - 367 с.
54. Перроте А.И. Основы ускоренных испытаний радиоэлементов на надежность. Перроте А.И., Карташов Г.Д., Цветаев К.Н - М.: Советское радио, 1968. – 312 с.
55. Петрович М.Л. Статистическое оценивание и проверка гипотез на ЭВМ. Петрович М.Л., Давидович М.И. - М.: Финансы и статистика, 1989. - 189 с.
56. Руководящий технический материал. Надежность. Термины, показатели

надежности, методы оценки и контроля по данным эксплуатации (КФ ВНИИВ, ЦВ МПС, КФБС). – Калинин. 1980.г.-85с.

57. Русин А.Ю. Имитационное моделирование процессов возникновения отказов оборудования с целью повышения эффективности системы технического обслуживания и ремонта. Дисс. на соиск. канд. техн. наук. – Тверь: ТГТУ, 1999. 214 с.
58. Русин А.Ю. Оценка параметров распределения по случайной цензурированной выборке // Автоматизация электротехнических комплексов и систем -Тверь, 1992 - С 46-50.
59. Русин А.Ю. Оценка параметров функции распределения отказов в автоматизированной системе ППР Тез. докл. Конф. Молодых ученых,1995.
60. Северцев Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и обработке. - М.: Высшая школа,1989. - 434 с.
61. Скрипник В.М. Оценка надежности технических систем по цензурным выборкам. Скрипник В.М., Назин А.Е. - Минск: Наука и техника, 1981. – 284 с.
62. Соболев И. М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. - М.: Наука, 1981. Соболев И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб. - М.: Знание, 1982. - 32 с. (Новое в жизни, науке, технике. Сер. "Математика, кибернетика"; № 1).
63. Тихов М.С. Модели временных рядов в управлении инновационной деятельностью промышленных предприятий. Тихов М.С., Соменкова Н.С. «Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского», Н. Новгород, изд-во ННГУ, №4, 2013, с.220-223.
64. Тихов М.С. Оценивание параметров распределения Вейбулла по случайно цензурированным выборкам.Тихов М.С., Агеев В.В., Бородина Т.С. – ж. «Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского», Н. Новгород, изд-во ННГУ, №4, 2010, с.141-145.
65. Труханов В.М. Методы обеспечения надежности изделий машиностроения / Труханов В.М. - М: Машиностроения 1995. – 302с.

66. Ускоренные испытания на надежность. Стендовые испытания траншейных экскаваторов / Труды ВНИИНМАШ, вып. 10. - М.: Изд-во стандартов, 1974.
67. Федоров В., Сергеев Н., Кондрашин А. Контроль и испытания в проектировании и производстве радиоэлектронных средств – Техносфера, 2005. – 504с.
68. Шор Я.Б. Таблицы для анализа и контроля надежности. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. - М.: Советское радио, 1968. - 288 с.
69. Aalen O.O. Nonparametric inference for a family of counting process. – Ann. Stat-ist., 1978, v.6, p.701-726.
70. Abdushukurov A.A. Estimation of the probability density and intensity function of the Koziol-Green model of random censoring. – Sankhya, Ser.A, 1987, v.4, p.150-168.
71. Ageev V.V., Tikhov M.S. Estimating of the survival function with doubly censored data. – Proceedings of the ninth International Conference —Reliability and Statistics in Transportation and Communication (RelStat'09), 21–24 October 2009, Riga, Latvia, p. 134-143. ISBN 978-9984-818-21-4, Transport and Telecommunication Institute, Lomonosova 1, LV-1019, Riga, Latvia, p. 134-143.
72. Colon A.C. Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and censored samples // Tachometric, 1965.
73. Estimation of reliability from incomplete date // Proceeding 6-th National Symposium on Reliability and Quality control 1960.
74. Kaplan, E. L.; Meier, P.: Nonparametric estimation from incomplete observations. J. Amer. Statist. Assoc., 1958, v.53, p.457–481.
75. Miyamura Tetsuo. Statistical Analysis of Reliability Data in Randomly Censored Life Testing/ Journal of the Operations Research Society of Japan, 1980, v. 23, p. 191-203.
76. Nelson W. Theory and applications for hazard plotting for censored failure data. – Techno metrics, 1972, v.14, p.945-965.
77. Отчет о научно-исследовательской работе «Организация и проведение подконтрольной эксплуатации вагонов пассажирских двухэтажных моделей

61-5-4465, 61-4472, 61-4473 и тележек вагонов пассажирских двухэтажных моделей 68-4095 (исп. 4095.00.00.000.5-15, 4095.00.00.000.5-16)» /ЗАО НО «ТИВ», -Тверь, 2015. -82с.

78. Анализ надежности технических систем по цензурированным выборкам/ Скрипник В.М., Назин А.Е., Приходько Ю.Г., Благовещенский Ю.Н.- М.: Радио и связь, 1988. - 184с.
79. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965.
80. ГОСТ 27.504-84.Методы оценки показателей надежности по цензурированным выборкам. - М: Издательство стандартов, 1984.
81. РД 50-690-89. Методические указания "Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным». - М.: Изд-во стандартов, 1990. - 133 с.



Рис. П.1. Структура программы моделирования отказов на ЭВМ.

Таблица П.1. Образец статистических данных.

Карта осмотра от 25.03.2014 г. технического состояния вагонов и составных частей в составе поезда из двухэтажных вагонов на специально выделенном пути (оборудованном смотровой ямой)																
№ вагона	Примечание к номеру вагона (модель)	Пробег вагона, км	№ тележки	№ колеса пары (отсчет с внешней к.п. тормозного конца вагона)	Состояние колес					Состояние рессорного подвешивания (пр/лев)	Состояние торсионного стабилизатора и узлов его крепления	Элементы дискового тормоза		Состояние упоров скользунов рамы и наддрессорного бруса. Наличие износа	Расмер Г, расстояние пятник-подпятник (норма 16±2-1 мм)	Техническое состояние вагона
					Диаметр колеса, мм (пр/лев)	Толщина гребня, мм (пр/лев)	Толщина обода, мм (пр/лев)	Разносторонний прокат, мм (пр/лев)	Наличие дефектов согласно классификатору			Диск	Накладная			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	14475 (4465)	102072	0227 (т)	1 101486	948,7/948,6	31,0/30,0	69/70	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	исправен
				2 88084	945,6/945,7	31,0/31,0	65/66	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0247 (ит)	3 95325	946,7/946,8	31,0/31,0	71/72	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	
				4 31338	944,6/944,7	31,0/31,0	66/66	0/0	нет/нет			нет	нет			
2	14566 (4465)	73912	0256 (т)	1 101417	958,7/959,1	28,5/28,5	73/73	0,5/1	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	Запланирована ТОР по износу гребней
				2 101648	958,1/957,9	28,5/29,0	73/73	1/0,5	нет/нет			нет	нет			
			0278 (ит)	3 31302	956,4/957,3	28,5/28,5	73/72	1/1	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	15	
				4 31364	959,5/959,2	28,5/29,0	74/74	0,5/1	нет/нет			нет	нет			
3	14145 (4465)	126696	0132 (т)	1 53179	940,9/940,8	32,5/32,5	66/66	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	исправен
				2 53201	942,8/942,9	32,0/32,0	68/67	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0145 (ит)	3 52091	941,9/941,9	32,0/32,0	66/67	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	18	
				4 53209	944,9/944,8	32,0/32,5	69/68	0/0	нет/нет			нет	нет			
4	14285 (4465)	120872	0668 (т)	1 95172	943,7/944,4	31,0/31,0	65/66	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	исправен
				2 101655	943,3/942,5	30,5/31,0	65/65	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0002 (ит)	3 101574	944,2/944,0	31,0/31,0	66/66	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	
				4 17436	944,6/944,1	31,0/31,0	67/66	0/0	нет/нет			нет	нет			
5	14087 (4465)	140780	0127 (т)	1 59922	951,4/951,2	30,0/30,0	70/70	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	исправен
				2 95190	947,2/946,7	30,5/31,0	65/66	0/1	нет/нет			нет	нет			
			0089 (ит)	3 95164	944,3/944,5	30,5/31,0	65/66	0,5/1	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	
				4 101620	944,1/943,4	31,0/31,0	66/65	0/0	нет/нет			нет	нет			
6	14251 (4465)	166632	0659 (т)	1 101552	933,6/936,0	31,0/31,0	60/60	1/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	15	исправен
				2 07779	937,2/936,4	30,0/30,5	59/59	0,5/1	нет/нет			нет	нет			
			0006 (ит)	3 07839	945,4/945,7	29,5/29,5	65/64	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	
				4 101487	941,7/941,9	30,0/30,5	64/64	0/0	нет/нет			нет	нет			
7	06281 (4465.01)	117356	0106 (т)	1 95285	938,1/938,3	32,0/32,0	64/64	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	исправен
				2 95371	941,0/941,3	32,0/32,5	65/66	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0084 (ит)	3 17457	939,1/939,8	32,0/32,5	64/65	0/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	
				4 07771	945,8/945,1	32,0/32,0	68/68	0/0	нет/нет			нет	нет			
8	66038 (4473)	112616	0300 (т)	1 52057	957,5/957,6	29,0/29,0	72/72	0,5/0	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	Запланирована ТОР по износу гребней
				2 17520	959,6/959,7	28,5/28,5	73/74	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0311 (ит)	3 52077	960,0/959,8	28,5/28,5	73/74	0/0,5	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	17	
				4 52035	959,3/959,1	29,0/28,5	73/72	0/0	нет/нет			нет	нет			
9	16280 (4472)	165416	0001 (т)	1 17434	933,7/934,2	29,5/29,0	60/60	0,5/1	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	исправен
				2 07758	935,1/934,4	30,0/30,0	59/58	1/1	нет/нет			нет	нет			
			0003 (ит)	3 17423	943,3/944,0	29,5/30,0	63/65	1/1	нет/нет	уд/уд	уд	нет	нет	нет	16	
				4 87978	944,7/945,6	29,0/29,0	64/65	1/1	нет/нет			нет	нет			

Продолжение таблицы П.1.

Карта осмотра от 25.03.2014 г. технического состояния вагонов и составных частей в составе поезда из двухэтажных вагонов на специально выделенном пути (оборудованном смотровой ямой)																	
№№	Принимой номер вагона (модель)	Пробег вагона, км	№ тележки	№ колесной пары (отсчет с внешней к.п. тормозного конца вагона)	Состояние колесо					Состояние рессорного подвешивания (пр/леж)	Состояние тормозного стабилизатора и узла его крепления	Элементы дискового тормоза		Состояние упоров скользящих рам и надпрессорного бруса. Наличие износа	Размер Г, расстояние пятник-подпятник (норма 16±2-1 мм)	Техническое состояние вагона	
					Диаметр колеса, мм (пр/леж)	Толщина гребня, мм (пр/леж)	Толщина обода, мм (пр/леж)	Разношерстный прорез, мм (пр/леж)	Наличие дефектов согласно классификации			Диск	Накладная				
																	Наличие дефектов
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
10	14640 (4465)	165428	0280 (т)	1	95293	943,7/944,2	30,5/30,5	65/65	0/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	17	исправен
				2	22533	941,6/941,1	30,5/31,0	64/66	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0260 (лт)	3	101529	943,5/944,2	30,5/30,5	64/64	0/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	16	исправен
				4	101447	943,8/943,1	30,5/30,5	64/65	0/0	нет/нет			нет	нет			
11	14400 (4465)	145504	0079 (т)	1	101397	943,4/943,1	30,5/30,5	66/65	0/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	16	исправен
				2	95287	941,8/941,4	31,0/31,0	66/65	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0070 (лт)	3	95346	938,9/938,8	31,0/31,0	63/64	0,5/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	16	исправен
				4	31345	940,2/939,8	30,5/30,5	64/63	0/0	нет/нет			нет	нет			
12	14186 (4465)	98540	0149 (т)	1	17477	939,7/940,3	31,0/32,0	63/64	0/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	15	исправен
				2	101493	940,9/941,3	32,0/31,5	64/64	0/0,5	нет/нет			нет	нет			
			0179 (лт)	3	17387	948,0/948,3	31,0/32,0	67/66	0,5/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	16	исправен
				4	101618	943,5/944,1	31,0/31,5	66/66	0,5/0	нет/нет			нет	нет			
13	14325 (4465)	116140	0190 (т)	1	17469	936,4/936,5	32,0/32,0	62/62	0/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	16	исправен
				2	101392	941,5/941,6	32,0/32,0	66/66	0/0	нет/нет			нет	нет			
			0222 (лт)	3	87839	943,3/943,4	32,0/32,0	66/66	0/0	нет/нет	ул/ул	ул	нет	нет	нет	16	исправен
				4	17374	943,5/943,6	32,0/32,0	65/66	0/0	нет/нет			нет	нет			

Обмеры производили:

ОВР Удовиченко В.М.

ОВР Узуляев А.Д.

Комиссия в составе:

зам. по эксплуатации депо ЛВЧД-16

начальник ПТО ЛВЧД-16

инженер-технолог ОНВ ОАО «ТВЗ»

инженер-конструктор 3 кат. УГК ОАО «ТВЗ»

научный сотрудник ЗАО НО «ТИВ»

Лысенко А.А.

Сурков В.В.

Близнецов Д.Б.

Аксютинцев А.В.

Зайцев А.В.

Приложение В

Внедрение результатов работы в производство

УТВЕРЖДАЮ

Директор ЗАО НО «Тверской
институт вагоностроения», к.т.н.

 А.Н. Скачков
« 14 » марта 2018 г.

Акт о внедрении результатов диссертационной работы
Абдулхамеда Мохаммеда Абдулкарима Номана
«Математические модели и алгоритмы обработки информации в системах
испытания оборудования на надежность»

Мы, нижеподписавшиеся, заместитель директора по научной работе ЗАО НО «Тверской институт вагоностроения», к.т.н. Юхневский А.А. и начальник управления научно-технического обеспечения и развития, д.т.н. Самошкин С.Л. составили настоящий акт о том, что результаты, полученные в диссертационной работе, использованы ЗАО НО «Тверской институт вагоностроения» при проведении следующих работ:

1. При разработке проекта новой редакции РТМ «Нормируемые показатели надежности пассажирских вагонов локомотивной тяги» в части разработки методов определения количественных значений показателей надежности.
2. При разработке программы и методики подконтрольной эксплуатации вагонов пассажирских двухэтажных производства ОАО «ТВЗ» и проведении указанных работ в период 2016-2017 годов в части повышения точности математических методов обработки информации, полученной в результате сбора данных за длительный период.
3. При разработке методик проведения ускоренных стендовых испытаний по отдельным узлам железнодорожного подвижного состава в части оптимизации количества испытываемых образцов и времени проведения испытаний.

Заместитель директора по
научной работе, к.т.н



А.А. Юхневский

Начальник управления
НТО и Р, д.т.н



С.Л. Самошкин