

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
(Московский Политех)

На правах рукописи



ВОРОБЬЁВ Игорь Андреевич

**КРИТЕРИЙ ПРОЧНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ И
ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ**

Специальность: 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
Заслуженный деятель науки РФ,
доктор физико-математических наук,
профессор Бондарь В.С.

Москва – 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ	11
1.1. Обзор экспериментальных исследований процессов деформирования полимерных композиционных материалов	11
1.2. Обзор подходов к численным расчетам процессов деформирования и критериев прочности полимерных композиционных материалов	18
ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ	24
2.1. Закон упругого деформирования	24
2.2. Критерий прочности	29
2.3. Определение параметров материала и критерия прочности	34
2.4. Оценка жесткостных и прочностных характеристик пакета ПКМ с произвольной выкладкой	40
ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ	44
3.1. Деформирование и оценка прочности однонаправленных ПКМ при различных направлениях нагружения	44
3.2. Деформирование и оценка прочности ПКМ с симметричной схемой армирования	50
3.3. Деформирование и оценка прочности ПКМ при различных видах нагружения	63
3.3.1. Проведение испытаний	64

3.3.2. Определение параметров материала.....	66
3.3.3. Моделирование процессов деформирования и оценка прочности ПКМ методом конечных элементов.....	71
ГЛАВА 4. ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ	86
4.1. Усталость ПКМ в случае отнулевого цикла нагружения.....	86
4.2. Усталость ПКМ в случае знакопостоянного цикла нагружения .	95
4.3. Усталость ПКМ в случае знакопеременного цикла нагружения	104
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	109
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	110
ПРИЛОЖЕНИЕ А	125
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	126

ВВЕДЕНИЕ

Идея создания композиционных материалов путем смешения мягких матриц с прочными армирующими волокнами возникла не случайно. Эта концепция заимствована у природы: древесина и кость, пожалуй, самые распространенные примеры природных композитов. Древесина состоит из волокон целлюлозы, придающих ей способность изгибаться, не ломаясь, и соединения под названием лигнин, обеспечивающего жесткость. Кость – это сочетание мягкой матрицы из белка коллагена и прочного, но хрупкого, минерала апатита. Люди тысячелетиями используют композиционные материалы в строительстве, начиная от кирпичей из глины с соломой, и заканчивая современным железобетоном.

Композиционные материалы все чаще применяются во многих отраслях промышленности, особенно в машиностроении. Использование таких материалов, как правило, гарантирует высокую прочность и массовую эффективность конструкций. В настоящее время многие научно-технические проблемы в области промышленной техники решаются благодаря использованию полимерных органических и неорганических материалов. Их структура, композиционный состав и используемые связующие соединения зависят от назначения и условий эксплуатации изделия. Как правило, армированные волокнами полимерные композиционные материалы (ПКМ) применяются в виде однонаправленных лент или переплетенных тканей.

Использование композиционных материалов на основе полимерных связующих (фенольных, эпоксидных, цианатэфирных и др.) и наполнителей (стеклянных, углеродных, полимерных, металлических) в виде нитей, лент, тканевых материалов является одним из основных направлений по совершенствованию массовых характеристик различных изделий. Конструкционные полимерные композиционные материалы применяются в трехслойных панелях с сотовым наполнителем, антеннах, обтекателях, панелях солнечных батарей, крупногабаритных несущих конструкциях, для упрочнения металлических баков и пр. Изделия из полимерных

композиционных материалов изготавливаются с использованием автоклавно-вакуумной и прессовой технологий, литьем под давлением, ручной выкладкой, намоткой и т.д.

Полимерные композиционные материалы конструкционного назначения на основе углеродных наполнителей обладают наиболее высокими удельными характеристиками прочности и жесткости при минимальном коэффициенте линейного термического расширения, что обеспечивает конструкциям из них высокую стабильность в процессе эксплуатации. В то же время конструкции из полимерных композиционных материалов имеют значительно меньший, чем алюминиевые, вес при тех же или лучших жесткостных характеристиках.

Ключевой особенностью применяемых в и машиностроении полимерных композиционных материалов, армированных стекло- или угле-волоком, является то, что они анизотропны и неоднородны в целом, а их механическое поведение сильно отличается от металлов и других изотропных структур. В разрушении полимерных композиционных материалов участвует несколько механизмов, обладающих накопительным эффектом, например, расслоение, разрушение армирующих волокон или матрицы, тогда как в металлах доминирует одна трещина и её распространение.

Исследование прочности композитных конструкций предполагает современные методы определения механических характеристик полимерных композиционных материалов и создание критериев прочности или условий разрушения, которые позволяют на основе минимального количества испытаний при одноосном или двухосном нагружении прогнозировать разрушение конструкции при любом виде напряженного состояния. Однако, в тех случаях, когда направление растяжения не совпадает с направлением укладки, разработанные экспериментальные методы недостаточно точны. В частности, при определении упругих характеристик полимерных композиционных материалов с укладкой под углом 45° к направлению оси образца различные методики показывают различные результаты.

Несмотря на то, что полимерные композиционные материалы считаются нечувствительными к усталости, особенно по сравнению с металлами, всё же они подвержены разрушению от циклических нагрузок. К сожалению, уже разработанные методы оценки и прогнозирования ресурса изотропных материалов не могут быть применены к конструкциям, изготовленным из анизотропных полимерных композиционных материалов, поскольку существует огромное количество различных комбинаций из волокон, матриц и методов их производства, что затрудняет разработку единого метода оценки и прогнозирования ресурса таких конструкций.

Актуальность работы

В настоящее время, полимерные композиционные материалы конструкционного назначения используются в авиа- и машиностроении наравне со сталью, алюминием и титаном для изготовления многих критически важных элементов конструкций таких, как крылья и фюзеляж самолетов, лопасти ветряных турбин, кузов и другие элементы автотранспорта и др. Большинство из этих конструкций работают при воздействии как статических, так и переменных нагрузок, имеющих произвольный характер. Таким образом, задача оценки статической и циклической прочности полимерных композиционных материалов является одной из актуальных задач при прогнозировании ресурса современных конструкций.

Можно выделить несколько наиболее значимых причин, имеющих решающее значение при оценке и прогнозировании разрушения полимерных композиционных материалов от статических и циклических нагрузок:

- полимерные композиционные материалы конструкционного назначения, как правило, хрупкие, то есть их разрушение начинается без значительной пластической деформации. Таким образом, понимание механизма их разрушения от статических и циклических нагрузок, оценка и прогнозирование ресурса имеют большое значение;

- исследование поведения полимерных композиционных материалов очень важно для машиностроения, в частности, при экспериментальной

отработке прочности изделий и элементов конструкций. До сих пор при отработке прочности используется итерационный подход, предполагающий проведение испытаний изделия или элемента конструкции в реальных или близких к реальным условиям нагружения, однако, такой подход является дорогостоящим и трудозатратным;

- оценка прочности композитных конструкций по результатам статических расчетов неполноценна, игнорирование циклических нагрузок может губительно сказаться на ресурсной прочности всего изделия или элемента конструкции.

Степень разработанности темы исследования. В настоящее время, актуальными направлениями исследований являются механизмы разрушения, прогнозирование долговечности, моделирование процессов накопления повреждений и оценка влияния эксплуатационных факторов на ресурс и статическую прочность композитных конструкций.

Существенные достижения были сделаны в изучении процессов разрушения полимерных композитов, особенно углепластиков и стеклопластиков, что нашло отражение в работах отечественных и зарубежных исследователей. Разработаны различные модели для описания прочностных характеристик полимерных композиционных материалов, однако, большинство из них ограничены применением к специфическим условиям нагружения и отдельным типам материалов.

Цель работы. Разработка экспериментально обоснованных критериев статической и циклической прочности полимерных композиционных материалов для прогнозирования ресурса многослойных композитных конструкций. Для достижения поставленной цели потребовалось решение следующих **основных задач**:

1. разработка метода оценки статической прочности полимерных композиционных материалов;

2. разработка метода оценки циклической прочности, позволяющего прогнозировать ресурс полимерных композиционных материалов при циклическом нагружении;
3. разработка метода определения параметров материала и критериев статической и циклической прочности;
4. проведение проверки методов оценки циклической и статической прочности, а также метода определения параметров материала, по результатам экспериментальных исследований.

Научная новизна работы. Разработан новый критерий циклической прочности полимерных композиционных материалов, позволяющий определять ресурс слоев материала при циклическом нагружении. Предложен уточненный критерий статической прочности полимерных композиционных материалов. Разработан метод определения параметров материала и критериев статической и циклической прочности полимерных композиционных материалов по ограниченному набору экспериментальных данных.

Теоретическая и практическая значимость работы. Результаты исследования позволяют повысить точность оценки статической и циклической прочности конструкций из полимерных композиционных материалов. Результаты работы внедрены в расчетную практику Центра прикладных исследований АО "ЦНИИмаш" и используются при проведении прочностных расчетов композитных конструкций.

Методология и методы исследования. Методы исследования основаны на сочетании математического моделирования образцов композиционных материалов с анализом данных, полученных экспериментальным путем.

Положения, выносимые на защиту:

- 1) метод оценки статической прочности полимерных композиционных материалов, основанный на предположении об упругом характере деформирования ортотропного материала и модифицированном критерии прочности Хашина;

2) критерий циклической прочности полимерных композиционных материалов, включающий аналитическое уравнение кривой усталости, связывающее количество циклов до разрушения с максимальным значением индикатора прочности в цикле;

3) метод определения параметров кривой усталости по результатам экспериментов при заданных коэффициентах асимметрии и числа циклов до разрушения при циклическом нагружении;

4) уточнение критерия прочности Хашина, позволяющее повысить точность оценки момента разрушения армирующего волокна при растяжении при наличии сдвиговых напряжений;

5) метод определения параметров упругого деформирования и критериев статической и циклической прочности, основывающийся на минимально возможном количестве экспериментальных исследований.

Достоверность результатов. Результаты численных расчетов прошли проверку путем сравнения с экспериментальными данными как полученными лично автором, так и из литературных источников. Экспериментальные исследования проведены с использованием современного испытательного оборудования.

Апробация работы. Основные результаты исследований были представлены на:

1) Отраслевой научно-практической конференции "Космонавтика XXI века", организованной АО "Центральный научно-исследовательский институт машиностроения", 2021 г.;

2) Всероссийской конференции "Математическое моделирование в естественных науках", организованной Пермским национальным исследовательским политехническим университетом и Институтом механики сплошных сред УрО РАН, 2023 г.;

3) Московском ежемесячном семинаре молодых ученых и студентов (МЕСМУС) по проблемам машиноведения имени Ю.Н. Роботнова № 188,

организованном Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 2024 г.;

4) Семинаре кафедры механики композитов механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, 2024 г.;

5) Научно-техническом совете отдела "Прочность, живучесть и безопасность машин" Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 2024 г.

Публикации. По основным результатам диссертационной работы опубликовано 3 работы, из них 3 статьи – в изданиях, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук (Перечень ВАК), и 1 из которых – в издании, индексируемом в базе Scopus.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, получены лично соискателем в процессе научной деятельности. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 126 страниц, в том числе 109 страниц основного текста, содержит 55 рисунков, 10 таблиц и 2 приложения. Список использованных источников включает в себя 153 наименования на 15 страницах. Объем приложения составляет 2 страницы.

ГЛАВА 1. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Настоящая глава посвящена литературному обзору российских и зарубежных источников, посвященных исследованию процессов деформирования и разрушения композиционных материалов. Также рассмотрены публикации, затрагивающие конечно-элементное моделирование таких процессов, работы по классической и модифицированной теории пластин и оболочек. Особое внимание уделяется различным методам проведения испытаний в целях определения механических и прочностных характеристик.

1.1. Обзор экспериментальных исследований процессов деформирования полимерных композиционных материалов

Актуальной на настоящее время задачей является исследование процессов деформирования конструкций из композиционных материалов и оценка их прочности. Эта задача предполагает получение экспериментальных данных посредством проведения механических испытаний образцов таких материалов. Основными методами определения механических характеристик композиционных материалов являются испытания на растяжение, сжатие, сдвиг и изгиб.

Методы испытаний на растяжение полимерных композиционных материалов регламентируются ГОСТ 25.601-80, 32656-2014 и Р 56785-2015, на сжатие – ГОСТ 25.602-80, 33519-2015 и Р 56812-2015, на сдвиг – ГОСТ 32658-2014, 32659-2014, Р 56786-2015 и Р 56651-2015, на изгиб – ГОСТ 25.604-82, Р 56810-2015 и Р 57866-2017. Стандарты серии 25, разработанные еще в прошлом веке, можно назвать морально устаревшими, в связи с тем, что современные композиционные материалы обладают гораздо более высокими механическими и прочностными характеристиками в сравнении с материалами, для которых эти стандарты разрабатывались. Однако, эти

стандарты широко и успешно применяются в разных отраслях промышленности и науки в настоящее время. Другие приведенные стандарты являются эквивалентными адаптациями американского сообщества по испытаниям материалов ASTM (American Society for Testing Materials) и международной организации по стандартизации ISO (International Organization for Standardization), которые по своей сути являются практически копиями друг друга, с учетом особенностей российской стандартизации. Таким образом, все стандарты являются взаимозаменяемыми в рамках одного вида испытаний, но есть у них и некоторые различия, например, обозначения определяемых параметров, геометрические размеры испытываемых образцов и допустимые отклонения измеряемых величин, что в конечном итоге может привести к несоответствию определяемых параметров по различным стандартам.

Современное состояние экспериментальных исследований композиционных материалов отражено в следующих работах [1,2,13,18,31,35,36,42,45,51,55,63,89], в которых рассматриваются различные подходы к проведению испытаний на растяжение, сжатие, изгиб и сдвиг, отмечены плюсы и минусы различных методик.

Экспериментальные исследования, проведенные в работах [1,36], показывают, что определение параметров модели упругого деформирования и критерия прочности полимерных композиционных материалов возможно по результатам ограниченной серии испытаний образцов с тремя углами выкладки на растяжение и сжатие. Авторы отмечают, что упругие параметры модели необходимо определять по результатам испытаний партии образцов и использовать осредненные характеристики, параметры критерия прочности определяются по минимальным по партии характеристикам.

В работе [84] представлены результаты как экспериментальных, так и теоретических исследований механических и прочностных характеристик армированных пластиков при различных видах нагружения: растяжении,

сжатии и сдвиге. Авторы решают задачу прогнозирования механических и прочностных характеристик при различном армировании таких материалов.

В книге [11] приводятся методы расчета конструкций из слоистых композиционных материалов, решаются задачи статики и устойчивости оболочек и пластин из таких материалов, а также содержатся результаты экспериментальных исследований и приведены механические характеристики некоторых полимерных композиционных материалов.

Результаты экспериментальных исследований, представленные в работе [13], свидетельствуют о том, что незаметные дефекты и искривления в структуре волокнистого композиционного материала могут оказать серьезное влияние на определяемые упругие и прочностные характеристики, в некоторых случаях, снижая их на 15%.

Авторы работы [89] приводят методику определения механических характеристик композитных материалов на основе эпоксидной смолы армированной углеродной тканью. Методика основывается на стандартизированных испытаниях на растяжение и усталость с применением метода корреляции цифровых изображений, который позволяет в режиме реального времени получать информацию о напряженно-деформированном состоянии испытываемого образца. Отмечается, что преимущество использования метода корреляции цифровых изображений заключается в возможности изучения структуры армирования и прогнозирования разрушения материала.

Исследования в области деформирования сетчатых композитных конструкций, основанные на дискретном и континуальном подходах, приведены в работах [33,68]. Сравнение результатов экспериментальных исследований стержней из однонаправленного углепластика и расчётных соотношений рассматриваются в статье [3].

Экспериментальными исследованиями напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек с дефектами в виде вырезов и отверстий занимались многие российские и зарубежные авторы [57,60,90,102,110].

Научное сообщество давно определило усталостную прочность как критически важное направление исследований. Ещё в 1829 году немецкий горный инженер Вильгельм Альберт первым в мире провел усталостные испытания металлических конвейерных цепей и описал результаты [106]. Впоследствии многочисленные поломки, которые не могли быть объяснены ни одной из известных теорий, приписывались усталостному разрушению. С развитием железных дорог в середине XIX века поломки вагонных осей стали настолько частым явлением, что привлекли внимание инженеров. В период между 1852 и 1870 годами уже другой немецкий инженер Август Вёллер реализовал первую в мире экспериментальную базу по изучению усталости металлических материалов [106]. Экспериментальная база позволяла проводить полномасштабные усталостные испытания вагонных осей и образцов материалов. Вёллер также построил испытательный стенд для испытания вагонных осей под действием изгибающих моментов, создаваемых грузами. Регистрировались возникающие напряжения и количество оборотов до разрушения, а результаты представлялись в виде графика "напряжение - число оборотов". К сожалению, первая в мире кривая усталости являлась только представлением результатов экспериментальных данных в графическом виде и не несла в себе никакой математической формулировки для описания такого поведения. Начиная со второй половины XIX века инженеры признали, что усталостью материалов пренебрегать нельзя.

В последующие годы были проведены многочисленные экспериментальные исследования усталостного поведения конструкционных материалов как металлических, так и композиционных. По мере развития технологий, изобретения новых испытательных стендов и измерительных приборов становилось все проще проводить сложные усталостные эксперименты. Так по состоянию на настоящее время определены практически все виды разрушения композитных материалов, создано множество теоретических моделей поведения и прогнозирования усталостной долговечности.

Механическое поведение композитных материалов зависит от множества параметров, однородность и качество изготовления имеют огромное значение для структурной целостности материала. Внутренние дефекты, такие как смещение волокон или пустоты в матрице, возникающие в процессе изготовления, могут представлять собой точки инициирования и развиваться вплоть до разрушения такими механизмами, как растрескивания матрицы, разрывы волокон, расслоения и т.д. Эти механизмы разрушения могут зарождаться и протекать как независимо друг от друга, так и взаимодействуя, приводя к ускоренному разрушению материала. Как сказано в [135], повреждаемость композиционных материалов с полимерной матрицей можно оценить по снижению прочности или жесткости материала. Такая теория, основанная на деградации свойств, имеет несколько основных недостатков:

- остаточный ресурс не получится оценить методами неразрушающего контроля, поскольку исходными данными в этой теории является разрушение материала;

- деградация прочности не является чувствительным критерием накопления повреждений, поскольку изменяется очень медленно вплоть до момента разрушения, после чего происходит моментальное разрушение. Такое поведение композиционных материалов при циклическом нагружении рассматривалось в книге [105], авторы которой даже ввели термин "феномен внезапного разрушения";

- для создания базы данных по деградации прочности и жесткости композиционных материалов необходимо провести обширные экспериментальные исследования для каждого вида материала.

Деградацию жесткости можно измерить при помощи методов и средств неразрушающего контроля, однако, изменения жесткости, обычно, больше, чем изменения остаточной прочности в процессе усталостного нагружения.

Исследования в области жесткостных, прочностных и усталостных характеристик композиционных материалов имеют большое значение при

проектировании и прочностных расчётах изделий из таких материалов. Как уже было сказано ранее, механические и упругие характеристики определяются при проведении экспериментальных исследований на растяжение, сжатие и сдвиг. Как отмечается в [144], цель экспериментальных исследований напрямую связана с их результатами, а сами исследования могут проводиться как на образцах материалов и элементах конструкций, так и на полноценных изделиях. Обычно, экспериментальные исследования модели поведения и характеристик усталости проводятся на стандартных образцах материалов. Так в работах [112,129,132] авторы пытались описать поведение композиционного материала и объяснить снижение прочности или жесткости по результатам наблюдения поверхностей разрушения. Авторы работ [104,128,140] использовали фрактографический анализ для описания вязкости межслоевого разрушения многонаправленных [104] и углеродных композитов [140], а также однонаправленных стеклопластиков [128].

В работах [114,130] авторами созданы собственные базы данных для разработки критериев усталостного разрушения, а в работе [127] авторы создали свою базу данных для оценки существующих теорий усталостного разрушения. Часто экспериментальные исследования с целью создания собственных баз данных усталости материалов проводят в рамках промышленного применения, например, в производстве лопастей турбин или в аэрокосмической отрасли [119,123]. Кроме того, экспериментальные исследования часто направлены на разработку аналитических моделей и прогнозирования усталостной долговечности изделий и элементов конструкций. К этой категории можно отнести работы, посвященные адгезионно-связанным и болтовым соединениям, используемым в качестве конструктивных элементов [111,134,139,149,150].

Экспериментальные исследования образцов материалов, элементов конструкций и натурных изделий также применяются для верификации разработанных моделей поведения. В работе [118] верификация проводилась путем приложения циклической нагрузки с постоянной амплитудой, равной

рабочему предельному напряжению, вызывающему максимальную деформацию конструкции. Возможно проведение верификации как с помощью ускоренных усталостных испытаний образцов материалов, так и с помощью испытаний натурных изделий. Проведением натурных испытаний устраняются такие нежелательные факторы, как размерный эффект и эффект свободной кромки, появляется возможность получить достоверные результаты усталостной долговечности конструкции. Недостатками такого типа экспериментальных исследований являются высокая стоимость и трудозатратность.

Экспериментальное оборудование для испытания композитных материалов тоже имеет большое значение. Например, тонкие слоистые пластики, из которых часто изготавливают легкие конструкции, подвержены неустойчивости, при неправильном проектировании адгезионно-связанное соединение может подвергаться смятию под действием сжимающей нагрузки. Для защиты таких конструкций из тонких композитных пластин был разработан ряд приспособлений против смятия, однако, как отмечается в работе [99], результаты оказались противоречивыми. Оценка сдвиговых характеристик композитов также проблематична, поскольку трудно приложить усилие к испытываемому образцу так, чтобы создать чистое поле сдвиговых напряжений, хотя для оценки сдвиговых параметров слоистых композитов можно использовать испытания на растяжение с выкладкой $\pm 45^\circ$, а модуль сдвига, как сказано в [99], наиболее успешно измеряется методом балки с V-образным вырезом.

Существуют и другие параметры, которые могут оказывать влияние на результаты усталостных экспериментов, наиболее важными из которых являются: схема, частота и режим нагружения, коэффициент асимметрии цикла, форма волны, температура, влажность окружающей среды и пр. [144].

1.2. Обзор подходов к численным расчетам процессов деформирования и критериев прочности полимерных композиционных материалов

Огромный вклад в механику деформирования, статическую и циклическую прочность полимерных композиционных материалов внесли такие ученые как Амбарцумян С.А., Аннин Б.Д., Ашкенази Е.К., Болотин В.В., Васильев В.В., Вильдеман В.Э., Горбачев В.И., Григолюк Э.И., Димитриенко Ю.И., Лехницкий С.Г., Малмейстер А.К., Матвиенко Ю.Г., Победря Б.Е., Полилов А.Н., Рабинович А.Л., Работнов Ю.Н., Скудра А.М., Сухинин С.Н., Тарнопольский Ю.М., Azzi V., Carera E., Christensen R., Hashin Z., Hoffman O., Puck A., Tsai S., Wu C.

Упругая математическая модель деформирования может применяться как для изотропных, так и для ортотропных материалов, но с соответствующими допущениями. Так, например, упругая модель изотропного материала считается идеально упругой, другими словами она возвращается в свое первоначальное состояние после снятия нагрузки [19,55,59,60]. Упругие характеристики такого материала идентичны во всех направлениях, поэтому для определения его параметров, обычно, достаточно проведения одной серии испытаний. В противоположность изотропному ортотропный материал обладает тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии, а число упругих параметров возрастает до девяти, что затрудняет их определение дополнительными экспериментальными исследованиями [69,79-81,83,84,93].

Вязкоупругая модель поведения характерна для наполненных полимерных материалов, таких как резины. Подобные материалы выделяют энергию, деформируясь [107], также для них характерны такие процессы, как релаксация при постоянном уровне деформации и ползучесть при постоянной нагрузке. Однако, такая модель не применима к многослойным композитным материалам, армированным волокнами.

Для оценки прочности конструкций хорошо зарекомендовал себя метод конечных элементов, позволяющий проводить оценку прочности по

разработанной математической модели и приложенным к ней нагрузкам. Конечно-элементная модель образца композиционного материала может быть как твердотельным, так и более предпочтительным оболочечным элементом [1,20,36,98-101,103].

Расчет напряженно-деформированного состояния тонких упругих оболочек в том или ином виде основывается на классической теории оболочек или её модификациях. Огромный вклад в развитие теории оболочек внесли отечественные учёные, а именно: Амбарцумян С.А., Власов В.З., Лурье А.И., Муштари Х.М., Новожилов В.В., Тимошенко С.П. [7-10,36,59,65-67,89-92]. Классическая теория рассматривает упругую изотропную оболочку в криволинейной системе координат, её модификация для ортотропного слоистого материала предполагает замену формул, отвечающих за вычисление жесткостных параметров [65].

Подход с использованием теории оболочек и учетом сдвиговых деформаций рассматривается в работах [54, 72]. Этот подход применим для материалов, податливых на поперечный сдвиг, в том числе к расчетам многослойных композитных оболочек.

На текущий момент существует множество модификаций теории оболочек, некоторые из них уделяют больше внимания касательным напряжениям, другие точнее описывают распределение перемещений и деформаций [21-25,42-44,63-65,74-76,98-101].

Существует большое количество критериев прочности, применяемых при оценке прочности композиционных материалов: критерий максимальных напряжений, максимальных деформаций, Мизеса-Хилла (Mises-Hill), Хоффмана (Hoffman), Цая-Ву (Tsai-Wu), Хашина или Хашина-Ротема (Hashin или Hashin-Rotem), Пака (Puck) и др [104-106,115-118].

Критерии разрушения анизотропных материалов по максимальным предельным значениям напряжения или деформации представлены и в работах российских ученых [41,49,61,62]. Уравнения большинства критериев по предельным значениям можно представить в виде поверхности, выход за

пределы которой будет означать разрушение отдельного слоя или композиционного материала в целом.

Особого внимания заслуживает критерий Хашина, который является одним из немногих критериев, разделяющих разрушение армирующего материала и матрицы при растяжении и сжатии [104,105]. Всего в критерии четыре вида разрушения и есть возможность учитывать влияние сдвиговых напряжений при растяжении. Также критерий Хашина широко применим в программных расчетных комплексах при расчётах методом конечных элементов.

Авторами монографии [18] проведен большой объем теоретических исследований в области механики слоистых анизотропных оболочек, представлена нелинейная математическая модель накопления повреждений композитных пластин и оболочек.

Вопрос весовой эффективности композитных конструкций рассматривают авторы статьи [3], в которой показано, что полностью металлический баллон давления уступает по своим весовым и прочностным характеристикам баллону, состоящему из металлического лайнера и силовой композитной оболочки.

В книге [2] авторами рассматриваются математические модели динамики анизотропных пластин и оболочек из композиционных материалов с учетом неоднородности упругих и прочностных параметров, решаются задачи прочности и устойчивости.

Помимо тонких оболочек необходимо рассмотреть и трехслойные оболочки с легким наполнителем, и предположение о несжимаемости последнего [37,42]. В этом случае каждый из несущих слоев рассматривается как отдельная оболочка, а наполнитель сопротивляется только поперечному сдвигу [45,46,52]. Следует отметить, что предположение о несжимаемости наполнителя означает, что перемещения во внешних силовых слоях одинаковы, однако, учет сжимаемости наполнителя следует проводить для

случаев, когда на несущие слои трехслойной оболочки действуют поперечные силы.

В литературе можно встретить различные варианты трехслойных оболочек, например, в работах [101,102,110] рассматриваются оболочки с композитными несущими слоями, в книге [54] – с ортотропными, а в работах [65,66] – изотропными.

Как написано выше, еще в 1850 году Август Вёллер впервые представил результаты экспериментальных исследований в графической форме. Единственными исходными данными были пары чисел значений напряжений или деформаций и циклов до разрушения, по которым и строилась кривая усталости. Только через полвека в 1910 году Баскен заявил, что зависимость напряжение-деформация описывается степенным законом и возрастает при уменьшении амплитуды напряжений. Уравнения зависимости Баскена можно представить в следующем виде:

$$N\sigma^m = C; \quad (1.2.1)$$

$$\sigma = \sigma_0 N^{1/k}, \quad (1.2.2)$$

где σ – любая переменная напряжения, такая как амплитуда σ_a , максимальное напряжение цикла σ_{max} , минимальное напряжение σ_{min} или размах $\Delta\sigma$; N – количество циклов до разрушения; m , C , σ_0 , k – параметры моделей, определяемые по результатам экспериментальных исследований.

Значения показателя степени m или k , в зависимости от используемой модели, определяют наклон усталостной кривой и отличаются для каждого исследуемого материала. В настоящее время доказано, что для полимерных композиционных материалов, армированных волокнами, показатель степени k находится в диапазоне от 7 до 25, чем его значение выше, тем более пологая кривая усталости, характерная для однонаправленных углепластиков, чем ниже, тем более крутая, характерная для многонаправленных стеклопластиков. Хотя законы такого рода являются эмпирическими и не имеют прямого физического смысла, они косвенно описывают процесс накопления повреждений в исследуемых материалах. Как отмечается в [113],

фактический ресурс любого композиционного материала зависит от различных механизмов таких, как разрушение матрицы или расслоение, ускоряющих процесс накопления повреждений в армирующих волокнах. Тем не менее, единая математическая модель, позволяющая описывать поведение случайно армированных пластиков, литых термопластов и тканых или однонаправленных слоистых композитов, вряд ли когда-нибудь будет разработана.

Споры о представлении экспериментальных данных, начавшиеся еще столетие назад с уравнения Баскена, не утихают и по сей день. Принято считать, что представление кривой Вёллера в логарифмических координатах соответствует уравнению Баскена и является достаточным для описания усталостного поведения большинства широко применяемых композиционных материалов. Однако, были предложены и другие методы, учитывающие диапазон малоциклового усталости [136] или статистику выборки данных [139,149].

Использование результатов квазистатических испытаний для построения кривой усталости, спорно, но полноценных исследований на эту тему не существует. Так, например, в [126], показано, что результаты квазистатических испытаний не должны быть частью кривой усталости, это может сказаться на её наклоне, особенно если экспериментальные данные получены при скоростях нагружения значительно меньших, чем при усталостных испытаниях. С другой стороны, исключение квазистатических данных хоть и улучшает вид кривой усталости, но может сказаться на прогнозировании ресурса конструкции в диапазоне до десятков циклов.

Результаты экспериментальных исследований, полученные при различных коэффициентах асимметрии и представленные в виде кривых усталости, могут быть обобщены на единой диаграмме зависимости амплитуды от среднего напряжения цикла, так называемой диаграмме долговечности. Такая модель позволяет оценить влияние коэффициента асимметрии на усталостную прочность материала. В работе [147]

представлены актуальные и наиболее востребованные модели долговечности. В работе [148] предложены различные модификации моделей усталости с учетом особенностей поведения композиционных материалов, основанные на линейном уравнении Гудмана и нелинейном уравнении Гербера.

В литературе можно встретить математические модели как для оценки накопления усталостных повреждений, так и для прогнозирования усталостного ресурса композиционных материалов. Теоретическая модель, представленная Сендецким в работе [137], позволяет довольно точно моделировать процесс накопления видимых повреждений конструкции по результатам испытаний образцов материала, описывать усталостное поведение, учитывать режимы нагружения, влияние окружающей среды и разброс экспериментальных данных, а также она применима для обширного числа композиционных материалов. Однако, на практике для прогнозирования усталостного ресурса рекомендуется проводить оценку усталостной прочности, по крайней мере, двумя различными моделями поведения.

Одна из самых обширных групп теоретических моделей усталостного поведения, учитывающих процесс накопления повреждений называется феноменологическая теория усталостного разрушения или эмпирическая теория усталости. Модели этого типа основаны на экспериментальном определении кривых усталости при различных коэффициентах асимметрии цикла и построении диаграмм долговечности. Однако, в большинстве случаев требуются модели поведения, позволяющие предсказывать разрушение при реальных условиях нагружения, а не при одноосном напряженном состоянии, реализуемом в ходе лабораторных экспериментальных исследований. Исследованиями усталости при сложном напряженном состоянии занимались авторы работ [107,109,114,117,127,130,138], также ими были разработаны собственные критерии усталостного разрушения.

ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

2.1. Закон упругого деформирования

Полимерные композиционные материалы являются гетерогенными системами. При моделировании поведения таких материалов обязательно должна учитываться анизотропия их свойств [77]. В основном ПКМ демонстрируют упруго-хрупкое поведение, то есть, их разрушение начинается без значительной пластической деформации. Следовательно, пластичностью при моделировании поведения таких материалов можно пренебречь.

В общем случае закон упругости для анизотропного материала записывается в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \Phi_{16} \\ & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} & \Phi_{26} \\ & & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} & \Phi_{36} \\ & & & \Phi_{44} & \Phi_{45} & \Phi_{46} \\ & \text{сим.} & & & \Phi_{55} & \Phi_{56} \\ & & & & & \Phi_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix}, \quad (2.1.1)$$

где ε и γ – деформации, σ – напряжения, Φ – податливости.

Анизотропия самого общего вида (когда матрица коэффициентов податливости $[\Phi]$ содержит 21 независимый коэффициент) у реальных материалов практически не встречается. Обычно структура материала такова, что его упругие свойства в некоторых направлениях идентичны. В этих случаях число независимых коэффициентов в матрице $[\Phi]$ уменьшается, и при надлежащем выборе системы координат упрощается запись закона упругости [6].

Если в анизотропном теле его упругие свойства идентичны в любых двух направлениях, симметричных относительно некоторой плоскости, то такая плоскость называется плоскостью упругой симметрии. В этом случае число независимых коэффициентов, описывающих упругие свойства

материала, сокращается до 13. При совмещении одной из координатных плоскостей с плоскостью упругой симметрии, например (x_1, x_2) , матрица коэффициентов податливости представляется в виде

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & 0 & 0 \\ & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & 0 & 0 \\ & & \Phi_{33} & \Phi_{34} & 0 & 0 \\ & & & \Phi_{44} & 0 & 0 \\ & сим. & & & \Phi_{55} & \Phi_{56} \\ & & & & & \Phi_{66} \end{bmatrix} \quad (2.1.2)$$

В частности, при одноосном растяжении анизотропного тела в направлении, перпендикулярном плоскости упругой симметрии $\varepsilon_{11} = \Phi_{13} \sigma_{33}$, $\varepsilon_{22} = \Phi_{23} \sigma_{33}$, $\varepsilon_{33} = \Phi_{33} \sigma_{33}$, $\gamma_{12} = \Phi_{34} \sigma_{33}$, $\gamma_{23} = \gamma_{31} = 0$. Таким образом, главное направление для данного случая симметрии направлено перпендикулярно плоскости упругой симметрии.

Ортотропные тела обладают тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии. Для такого тела число упругих коэффициентов, характеризующих упругие свойства, равно девяти. Матрица коэффициентов податливости выражается в виде:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & \Phi_{22} & \Phi_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & \Phi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \Phi_{44} & 0 & 0 \\ & сим. & & & \Phi_{55} & 0 \\ & & & & & \Phi_{66} \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

Выразив коэффициенты податливости через технические постоянные, получаем:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\mu_{21}/E_2 & -\mu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\mu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{13}/E_1 & -\mu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} \end{bmatrix} \quad (2.1.4)$$

Здесь E_1, E_2, E_3 – модули упругости соответственно в направлении осей x_1, x_2, x_3 ; G_{12}, G_{23}, G_{31} – модули сдвига соответственно в плоскостях $(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_1)$; μ_{ij} – коэффициенты Пуассона, причём первый индекс указывает направление действующего напряжения, а второй – направление возникающей при этом поперечной деформации.

Плоскость, в которой упругие свойства во всех направлениях идентичны, называют плоскостью изотропии, а тело, обладающее такой плоскостью, называют трансверсально-изотропным. Число независимых упругих постоянных здесь оказывается равным пяти. Совместив координатную плоскость (x_1, x_2) с плоскостью изотропии, получим

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\mu_1/E_1 & -\mu_2/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1/E_1 & -\mu_2/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1/G_1 & 0 & 0 \\ & сим. & & & 1/G_2 & 0 \\ & & & & & 1/G_2 \end{bmatrix} \quad (2.1.5)$$

Здесь E_1 – модуль упругости в плоскости изотропии; E_2 – модуль упругости в направлении, перпендикулярном плоскости изотропии; $G_1 = \frac{E_1}{[2(1+\mu_1)]}$ – модуль сдвига в плоскости изотропии; G_2 – модуль сдвига в плоскостях, перпендикулярных плоскости изотропии; μ_1 и μ_2 – коэффициенты Пуассона, характеризующие сокращения соответственно в плоскости изотропии и в направлении, перпендикулярном этой плоскости, при растяжении в плоскости изотропии [35].

В трансверсально-изотропном теле все направления в плоскости изотропии и направление, перпендикулярное этой плоскости, являются

главными направлениями упругости. Поэтому для такого тела главные оси деформированного состояния совпадают с главными осями напряжённого состояния, если одна из главных осей напряжённого состояния перпендикулярна плоскости изотропии.

Для связи напряжений и деформаций в каждом слое КМ целесообразно использовать ортотропную модель, поскольку волокна в армированном материале параллельны, как показано на рисунке 2.1.1. Материал обладает тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии.

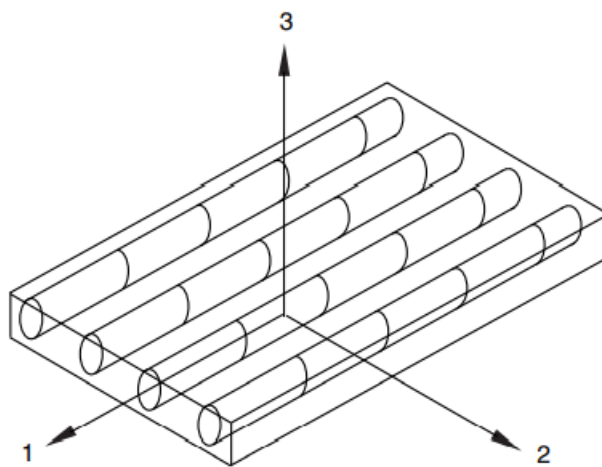


Рисунок 2.1.1 – Армирование одного слоя ПКМ

Толщина слоя мала по сравнению с двумя другими его размерами. Поэтому в нем реализуется плоское напряженное состояние. Напряжения в теле действуют только в двух направлениях в координатной плоскости (x_1, x_2) и не зависят от координаты 3. В этом случае возможны упрощения. Компоненты тензора напряжений $\sigma_{33}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$ на обеих плоскостях пластины равны нулю. Так как пластина тонкая, то можно считать, что они равны нулю и внутри пластины. Тогда напряжённое состояние будет определяться только компонентами $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ которые не зависят от координаты 3, т. е. не меняются по толщине пластины [32]. Коэффициент Пуассона $\mu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \mu_{12}$. В таком случае выражения связи напряжения с деформацией принимают вид:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}. \quad (2.1.6)$$

Оценка напряжений межслоевого сдвига σ_{13} и σ_{23} проводится в предположении о цилиндрическом и упругом характере изгиба. В рамках этого предположения определяется распределение напряжений поперечного сдвига по толщине оболочки. Затем энергия деформации поперечного сдвига, выраженная в терминах перерезывающих усилий, приравнивается к энергии деформации, связанной с полученным распределением сдвиговых напряжений.

В рамках программ расчёта напряжённо-деформированного состояния методами конечных элементов моделирование композиционных материалов возможно двумя основными методами – структурным и феноменологическим подходом.

Подход, заключающийся в обобщении механических свойств конструкции на основе механических испытаний, принято называть феноменологическим. Его главным преимуществом является интегральный учет всех факторов, влияющих на процесс разрушения композитов, а основным положением – зависимость прочности материала от уровня достигнутого напряженно-деформированного состояния, через параметры которого записываются функции прочности. Нарушение феноменологических критериев прочности приводит к переходу материала в предельное состояние. Для однозначного определения этих функций требуются данные о прочностных характеристиках композита, которые могут быть получены экспериментально (пределы прочности материала в условиях простых напряженных состояний в случаях статического, либо динамического нагружения).

Структурный подход предполагает исследование прочности каждого слоя в отдельности, а не пакета в целом. Как правило, конструкция из ПКМ набирается из разнородных слоев, имеющих различное направление выкладки. Структурный подход позволяет смоделировать свойства композиционного материала с учётом механических свойств каждого компонента, их связи друг с другом и направлением укладки. Это позволяет на микроуровне смоделировать механические характеристики конструкции в целом. В ряде случаев разрушение одного какого-либо слоя может не оказать существенного влияния на прочность конструкции в целом, и в тоже время привести к потере герметичности, что невозможно оценить при использовании феноменологического подхода.

На рисунке 2.1.2 показан пример композитного материала, состоящего из трёх элементов и его оболочечная модель. Каждый элемент образован однородным материалом определённой толщины с расположением нитей вдоль одного направления.

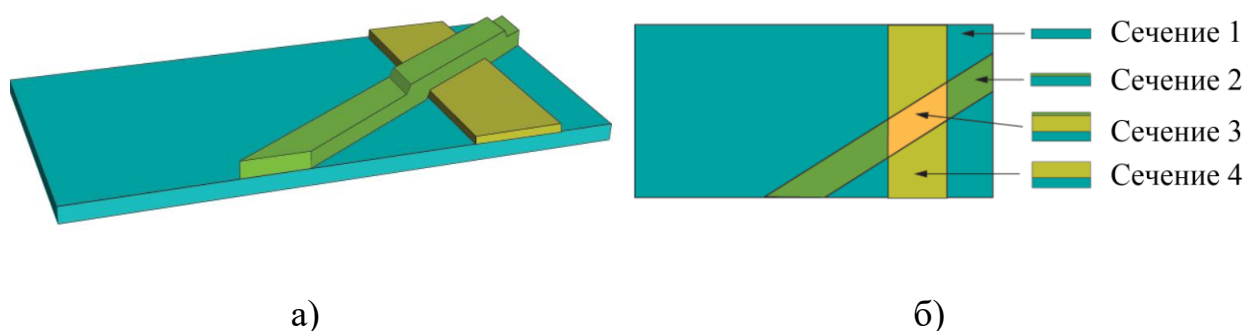


Рисунок 2.1.2 – Оболочечная модель композитного материала

Таким образом для проведения математического моделирования процессов деформирования полимерного композиционного материала целесообразно использовать структурный подход, и ортотропную модель упругости для каждого из слоев ПКМ.

2.2. Критерий прочности

Критерии разрушения представляют собой функции, сравнивающие напряжения или деформации с критическими значениями, характерными для конкретного материала. Обычно критерии записываются в безразмерной

форме таким образом, что разрушение произойдет, как только выбранный индикатор достигает или превышает 1. Геометрически критерий разрушения можно интерпретировать как некоторую предельную поверхность в пространстве напряжений или деформаций, т.е. условия разрушения выполняются в тот момент, когда заданный вектор напряжений пересекает эту поверхность, называемую поверхностью прочности [44].

Критерии разрушения определяются одним или несколькими параметрами прочности, которые действуют по нескольким направлениям, соответствующие осям 1, 2 и 3.

В случае полимерных композиционных материалов направление один соответствует компонентам, направленным вдоль волокна, направление два и три соответствует компонентам, направленным перпендикулярно направлению волокна.

Критерии могут обладать различной точностью описания свойств ПКМ. В случае отсутствия достаточного набора экспериментальных данных необходим перебор всех основных критериев с выбором самого консервативного результата. Обычно в критериях рассматривается разрушение отдельного слоя, рассматриваемое как разрушение всей конструкции. Критерии также дают возможность рассматривать прогрессирующее разрушение конструкции, ослабленной на один разрушенный слой [16].

Существует несколько различных критериев разрушения. Большинство их формулировок представлены в виде некоторого полинома от инвариантов, представляющих собой свертки тензора напряжений σ_{ij} с так называемыми тензорами прочности четных рангов [5]:

$$I_1 = B_{rs}\sigma_{rs}, \quad I_2 = A_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}. \quad (2.2.1)$$

Число констант B_{rs} для плоского случая равно трём, A_{ijkl} - шести и нахождение такого большого числа констант из ограниченного числа опытов, как правило, оказывается неустойчивым: экспериментальные данные описываются одинаково хорошо различным набором констант, и некоторые из

них приходится назначать произвольно (например, равными 0). Если ограничиться 2-м инвариантом, критерий прочности приобретает вид [112]:

$$I_1 + I_2^\beta = 1, \quad (2.2.2)$$

В таком случае предельная кривая в плоскости $\sigma_1 - \sigma_2$ в случае растяжения в двух направлениях напряжениями σ_1 и σ_2 будет представлять собой эллипс, а поверхность прочности – эллипсоид (рисунок 2.2.1).

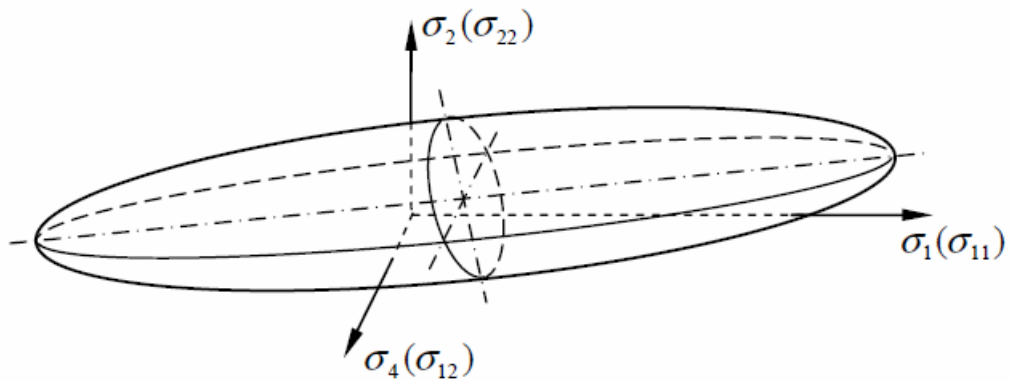


Рисунок 2.2.1 – Поверхность прочности в виде эллипсоида

Тензорный полином (уравнение 2.2.2) определяет гладкую поверхность в пространстве напряжений, и мы ничего не можем сказать о смене механизмов разрушения материала. В то же время, разрушение однонаправленных ПКМ, имеет разные механизмы при растяжении вдоль и поперек волокон. Учитывая направленный характер разрушения волокнистого композита, естественно принять в качестве условия прочности некоторое предельное соотношение между напряжениями, действующими в плоскости возможного разрушения, включающей в себя одно из направлений армирования. С учетом обозначений через σ_n и τ_n нормальных и касательных напряжений на этой плоскости, формулировка условия прочности обычно представляется в виде [112]:

$$\varphi(\sigma_n, \tau_n) = 1. \quad (2.2.3)$$

Ортогонально армированные пластики позволяют применить условие (2.3), поставленное на одной из двух перпендикулярных друг другу площадок. В предположении о том, что функция φ в (уравнение 2.1.9) линейна, можно

выписать два критерия, поставленных на одной (n_1) или на другой (n_2) плоскости возможного разрушения [112]:

$$\begin{aligned}\sigma_{n1} + m_1 \tau_{n1} &= \sigma(0^\circ) = c_1; \\ \sigma_{n2} + m_2 \tau_{n2} &= \sigma(90^\circ) = c_2.\end{aligned}\tag{2.2.4}$$

Существует большое количество различных критериев разрушения анизотропных тел, где функция φ имеет квадратичный вид.

Общим среди них можно выделить тензорно-полиномиальный критерий. Для плоского напряжённого состояния, характерного для монослоя в матричных обозначениях он имеет вид

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (i, j = 1, 2, 4),\tag{2.2.5}$$

где σ_i – матричные обозначения компонент тензора напряжений (индекс i здесь соответствует порядковому номеру компоненты в матрице $[\sigma]$); F_i, F_{ij}, F_{ijk} – матричные обозначения компонент так называемых тензоров поверхности прочности второго, четвёртого, шестого и последующих чётных рангов или в развёрнутой форме:

$$\begin{aligned}F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_4 \sigma_4 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{44} \sigma_4^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 2F_{14} \sigma_1 \sigma_4 \\ + 2F_{24} \sigma_2 \sigma_4 = 1,\end{aligned}\tag{2.2.6}$$

здесь $\sigma_1 = \sigma_{11}, \sigma_2 = \sigma_{22}, \sigma_4 = \sigma_{12}$.

Данная формулировка примечательна тем, что в ней отсутствуют лишние параметры. Также к плюсам можно отнести простоту оперирования, чётко выраженную связь с техническими характеристиками прочности и с существующими критериями как её частными случаями.

Ортотропная модель позволяет упростить формулировку критерия (2.2.4) за счёт специальных условий симметрии. Если оси координат направить по главным осям ортотропии, то из физических соображений следует, что уравнение 2.2.4 должно быть симметрично относительно касательного напряжения σ_4 (σ_{12}), тогда:

$$\sigma_{12B} = \sigma_{12B}^+ = \sigma_{12B}^-; F_{14} = F_{24} = 0.\tag{2.2.7}$$

В результате получается критерий разрушения Цая-Ву, который на данный момент служит одним из наиболее используемых в мире:

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{44}\sigma_4^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1, \quad (2.2.8)$$

где

$$F_1 = \frac{1}{\sigma_{1B}^+} + \frac{1}{\sigma_{1B}^-}; F_2 = \frac{1}{\sigma_{2B}^+} + \frac{1}{\sigma_{2B}^-}; F_{11} = -\frac{1}{\sigma_{1B}^+\sigma_{1B}^-}; F_{22} = -\frac{1}{\sigma_{2B}^+\sigma_{2B}^-}; F_{44} = \frac{1}{\sigma_{12B}^2}.$$

Эксперименты при двухосном напряжённом состоянии позволяют найти коэффициент F_{12} , характеризующий взаимное влияние напряжений σ_{11} и σ_{22} на прочность материала.

При расчётах на прочность сложных по геометрии конструкций в большинстве случаев не удаётся распределить оси координат по главным осям ортотропии. По этой причине применение критерия Цая-Ву для сложных конструкций не представляется возможным.

Из литературного обзора следует, что для оценки прочности ПКМ необходимо разделять механизмы разрушения волокон и матрицы. На двух вариантах разрушения основан критерий Хашина, позволяющий оценить предельное состояние слоя в зависимости от реализуемого механизма разрушения композита. Критерий Хашина представляет собой четыре условия прочности, каждое из которых ассоциируется с характерной формой разрушения слоя композитного материала: растяжение волокна, сжатие волокна, растяжение матрицы и сжатие матрицы [105].

Ниже приведены выражения критерия Хашина для каждого из четырех вариантов разрушения:

- Растяжение волокна при $\sigma_{11} \geq 0$:

$$F_f^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T}\right)^2 + \alpha \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2. \quad (2.2.9)$$

Дополнительный коэффициент $0 < \alpha < 1$ дает возможность пользователю изменить вклад сдвиговых напряжений в выражение для растяжения волокон.

- Сжатие волокна при $\sigma_{11} < 0$:

$$F_f^c = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^C}\right)^2. \quad (2.2.10)$$

- Растяжение матрицы при $\sigma_{22} \geq 0$:

$$F_m^t = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L} \right)^2. \quad (2.2.11)$$

- Сжатие матрицы при $\sigma_{22} < 0$:

$$F_m^c = \left(\frac{\sigma_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{Y^C} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L} \right)^2. \quad (2.2.12)$$

X^T – определяет прочность волокна при растяжении (растяжение в направлении армирования);

X^C – определяет прочность волокна при сжатии (сжатие в направлении армирования);

Y^T – определяет прочность матрицы при растяжении (растяжение поперек армирования);

Y^C – определяет прочность матрицы при сжатии (сжатие поперек армирования);

S^L – определяет прочность при сдвиге в направлении армирования;

S^T – определяет прочность при сдвиге поперек направления армирования.

Разрушение происходит, если (по крайней мере) один из индикаторов F достигает или превышает критическое значение 1.

Таким образом, критерий Хашина учитывает особенности строения композита и может быть применен для оценки прочности монослоя с армированием вдоль одного направления.

Для оценки прочности при межслоевом сдвиге напряжения межслоевого сдвига сравниваются с их предельными значениями (σ_{13}^{max} и σ_{23}^{max}):

$$F_{13}^s = \left(\frac{\sigma_{13}}{\sigma_{13}^{max}} \right)^2; \quad F_{23}^s = \left(\frac{\sigma_{23}}{\sigma_{23}^{max}} \right)^2. \quad (2.2.13)$$

2.3. Определение параметров материала и критерия прочности

Для проведения расчетов напряженно-деформированного состояния изделий из ПКМ необходимо определение следующих параметров монослоя:

- модуль упругости волокна E_1 ;
- модуль упругости матрицы E_2 ;
- коэффициент Пуассона μ_{12} ;
- модуль сдвига G_{12} ;
- модули межслоевого сдвига G_{13}, G_{23} .

При этом должны выполняться следующие условия:

$$\begin{aligned} E_1, E_2, G_{12}, G_{13}, G_{23} &> 0; \\ |\mu_{12}| &< (E_1/E_2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Параметры монослоя $(E_1, E_2, \mu_{12}, G_{12})$, определяющие связь напряжений и деформаций, можно определить по результатам испытания однонаправленных образцов на растяжение или на сжатие. Модули сдвига (G_{13}, G_{23}) можно определить по результатам испытаний на межслоевой сдвиг. Модули межслоевого сдвига в направлении армирования и в направлении поперек армирования можно принимать равными, поскольку механизм сдвига определяется свойствами связующего, а не волокна.

Для оценки прочности изделий из ПКМ необходимо определение следующих параметров монослоя:

- коэффициент α ;
- предел прочности волокон на растяжение X^T ;
- предел прочности волокон на сжатие X^C ;
- предел прочности матрицы на растяжение Y^T ;
- предел прочности матрицы на сжатие Y^C ;
- предел прочности при сдвиге в направлении вдоль волокон S^L ;
- предел прочности при сдвиге в направлении поперек волокон S^T ;
- пределы прочности при межслоевом сдвиге σ_{13}^{max} и σ_{23}^{max} .

Параметры критерия прочности определяются из соотношений 2.2.9-2.1.12 путем приравнивания индикаторов F_f^t, F_f^c, F_m^t и F_m^c к 1 при достижении предельных значений напряжений при испытаниях однонаправленных ПКМ с различными направлениями вырезки.

Коэффициент влияния сдвиговых напряжений на прочность волокон α можно принять равным 0. Для его определения необходимо проведение дополнительных экспериментов по растяжению материала, при которых в образце будут реализованы сдвиговые напряжения, но разрушение будет происходить по волокну, а не связующему. Такие условия могут быть реализованы при растяжении однонаправленных образцов, вырезанных под небольшим углом к направлению армирования (5° - 10°). Однако с учетом большого разброса свойств, влиянием сдвиговых напряжений на прочность волокон можно пренебречь, тогда выражение 2.2.9 примет вид:

$$F_f^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T} \right)^2. \quad (2.3.2)$$

По результатам испытаний образцов в направлениях 0° и 90° , где направления осей образца и выкладки материала совпадают, определяются модули Юнга, коэффициент Пуассона и характеристики, определяющие момент разрушения:

$$E_1 = E_{0^\circ}^+, \quad (2.3.3)$$

$$E_2 = E_{90^\circ}^+, \quad (2.3.4)$$

$$\mu_{12} = \mu_{12}^+, \quad (2.3.5)$$

$$X^T = \sigma_{0^\circ}^+, \quad (2.3.6)$$

$$X^C = -\sigma_{0^\circ}^-, \quad (2.3.7)$$

$$\sigma_{13}^{max} = \sigma_{23}^{max} = \sigma_{0^\circ}^{mc}. \quad (2.3.8)$$

Для определения параметра Y^T подставим в выражение (2.2.11) значения напряжений ($\sigma_{22} = \sigma_{xx}, \sigma_{12} = 0$) в момент разрушения при испытании монослоя на растяжение в направлении поперек армирования и приравняем $F_m^t = 1$, решив получившееся уравнение получаем:

$$Y^T = \sigma_{90^\circ}^+. \quad (2.3.9)$$

Для определения параметра Y^C подставим в выражение (2.2.12) значения напряжений ($\sigma_{22} = \sigma_{xx}, \sigma_{12} = 0$) в момент разрушения при испытании монослоя на сжатие в направлении поперек армирования и приравняем $F_m^c = 1$:

$$1 = \left(\frac{\sigma_{90^\circ}^-}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 \frac{\sigma_{90^\circ}^-}{Y^C} + \frac{\sigma_{90^\circ}^-}{Y^C}. \quad (2.3.10)$$

Решив это уравнение и приняв что σ_{xx} не может быть больше 0 получаем:

$$Y^C = -\sigma_{90^\circ}^-. \quad (2.3.11)$$

Для определения модуля G_{12} и параметров S^L и S^T необходимо преобразование из системы координат образца при испытаниях в направлении 45° относительно армирования в систему координат материала.

На рисунке 2.3.1 изображены две системы координат. Одна из них, с направляющими ортами $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ представляет систему координат образца в испытательной машине. Вторая пара $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ связана с направлением армирования.

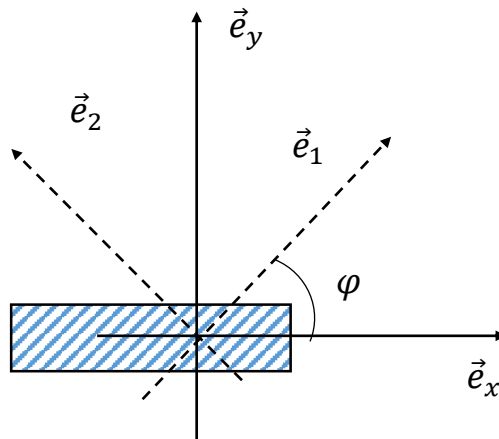


Рисунок 2.3.1 – Система координат образца и материала при испытаниях в направлении 45° относительно армирования.

Связь компонент тензора напряжений σ_{ij} с компонентами тензора деформаций ε_{ij} в системе координат $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ для плосконапряженного состояния задается соотношением 2.1.6. Компоненты тензора в двух системах координат связаны формулой $T = T_{ij} \vec{e}_i \vec{e}_j = T_{ij}' \vec{e}_i' \vec{e}_j'$, где T - напряжения или деформации, индексы 1 и 2 обозначают направления материала, вдоль и поперек армирования, а индексы x и y – продольное и поперечное направление образца.

Связь между ортами записывается соотношениями:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \end{bmatrix}. \quad (2.3.12)$$

После подстановки имеем (при $T_{21} = T_{12}$):

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{xy} & T_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (2.3.13)$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{xx}\cos^2(\varphi) + T_{xy}\sin(2\varphi) + T_{yy}\sin^2(\varphi) & \frac{T_{yy} - T_{xx}}{2}\sin(2\varphi) + T_{xy}\cos(2\varphi) \\ \frac{T_{yy} - T_{xx}}{2}\sin(2\varphi) + T_{12}\cos(2\varphi) & T_{xx}\sin^2(\varphi) - T_{xy}\sin(2\varphi) + T_{yy}\cos^2(\varphi) \end{bmatrix}. \quad (2.3.14)$$

Для $\varphi = +45^\circ$ ($\varepsilon_{xx} \neq 0$; $\varepsilon_{yy} \neq 0$; $\varepsilon_{xy} \neq 0$; $\sigma_{xx} \neq 0$; $\sigma_{yy} = 0$; $\sigma_{xy} = 0$):

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{xx} + T_{yy}}{2} + T_{xy} & \frac{T_{yy} - T_{xx}}{2} \\ \frac{T_{yy} - T_{xx}}{2} & \frac{T_{xx} + T_{yy}}{2} - T_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.3.15)$$

Тогда:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \varepsilon_{xy} \\ \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} - \varepsilon_{xy} \\ \frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}}{2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{xx}}{2} \\ \frac{\sigma_{xx}}{2} \\ -\frac{\sigma_{xx}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.3.16)$$

Или, с учетом выражения 2.1.6:

$$\begin{bmatrix} \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \varepsilon_{xy} \\ \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} - \varepsilon_{xy} \\ \frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{xx}}{2} \\ \frac{\sigma_{xx}}{2} \\ -\frac{\sigma_{xx}}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.3.17)$$

$$\varepsilon_{xx} + 2\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} = \frac{1 - \mu_{12}}{E_1} \sigma_{xx} \quad (2.3.18)$$

$$\varepsilon_{xx} - 2\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yy} = \left(\frac{1}{E_2} - \frac{\mu_{12}}{E_1} \right) \sigma_{xx} \quad (2.3.19)$$

$$\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{2G_{12}} \quad (2.3.20)$$

Сложив (2.3.18) и (2.3.19), выразив из их суммы ε_{yy} и подставив в (2.3.20), получим:

$$G_{12} = \left(\frac{4\varepsilon_{xx}}{\sigma_{xx}} - \frac{1 - \mu_{12}}{E_1} + \frac{1 - \mu_{21}}{E_2} \right)^{-1}, \quad (2.3.21)$$

где отношение $\frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}}$ есть модуль упругости E_{45° , определяемый по результатам экспериментов.

Для определения недостающих параметров материала по результатам испытаний на сдвиг в плоскости слоя необходимо приравнять значения индикаторов F_m^t и F_m^c к единице и решить полученные уравнения относительно параметров S^L и S^T . Определенный таким образом параметр S^L должен удовлетворять условию:

$$\sigma_{45^\circ}^- < 2S^L. \quad (2.3.22)$$

Таким образом имеем:

$$S^L = \frac{\sigma_{45^\circ}^+}{\sqrt{4 - \left(\frac{\sigma_{45^\circ}^+}{Y^T} \right)^2}}; \quad (2.3.23)$$

$$S^T = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{(\sigma_{45^\circ}^-)^2 - 2Y^C \sigma_{45^\circ}^-}{1 - \frac{\sigma_{45^\circ}^-}{2Y^C} - \left(\frac{\sigma_{45^\circ}^-}{2S^L} \right)^2}}. \quad (2.3.24)$$

В случае если это условие (2.3.22) не выполняется, при моделировании испытаний образцов, вырезанных под углом 45° на сжатие, индикатор F_m^c будет достигать значения 1 до момента разрушения. В этом случае выражения для вычисления параметров S^L и S^T , определяются на основании результатов испытаний на сжатие:

$$S^L = \frac{\sigma_{45^\circ}^-}{\sqrt{4 - \left(\frac{\sigma_{45^\circ}^-}{Y^C} \right)^2}}; \quad (2.3.25)$$

$$S^T = \frac{1}{2} Y^C. \quad (2.3.26)$$

При определении параметров принимаются средние значения характеристик E_0^+ , $E_{90^\circ}^+$, $E_{45^\circ}^+$, μ_{12}^+ , G_0^{MC} . При определении параметров критерия

прочности принимаются минимальные значения характеристик $\sigma_{0^\circ}^+, \sigma_{90^\circ}^+, \sigma_{45^\circ}^+, \sigma_{0^\circ}^-, \sigma_{90^\circ}^-, \sigma_{45^\circ}^-$.

Таким образом, для определения всех параметров модели поведения и критерия прочности, достаточно проведения экспериментов по растяжению, сжатию и межслоевому сдвигу однонаправленных образцов в направлениях $0^\circ, 45^\circ$ и 90° .

2.4. Оценка жесткостных и прочностных характеристик пакета ПКМ с произвольной выкладкой

Связь между напряжениями и деформациями монослоя в осях материала при плоском напряженном состоянии описывается уравнением

$$[\bar{\sigma}] = [\bar{K}][\bar{\varepsilon}] \quad (2.4.1)$$

или

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} & 0 \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{K}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.4.2)$$

где $[\bar{K}]$ – матрица жесткости монослоя, а $\bar{K}$ – компонента матрицы жесткости монослоя.

По известным параметрам материала вычисляем компоненты матрицы жесткости монослоя:

$$\begin{aligned} \bar{K}_{11} &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}; \\ \bar{K}_{22} &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}; \\ \bar{K}_{44} &= G_{12}; \\ \bar{K}_{12} = \bar{K}_{21} &= \frac{\mu_{21}E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} = \frac{\mu_{12}E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}; \\ \mu_{21} &= \mu_{12} \frac{E_2}{E_1}. \end{aligned}$$

Для нахождения матрицы жесткости в координатах образца $[K]$ необходимо провести преобразования напряжений и деформаций в координаты образца:

$$[\sigma] = [T_\sigma][\bar{\sigma}]; \quad (2.4.3)$$

$$[\varepsilon] = [T_\varepsilon][\bar{\varepsilon}], \quad (2.4.4)$$

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} \cos^2(\varphi) & \sin^2(\varphi) & -2\cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \sin^2(\varphi) & \cos^2(\varphi) & 2\cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi)\sin(\varphi) & -\cos(\varphi)\sin(\varphi) & \cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (2.4.5)$$

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} \cos^2(\varphi) & \sin^2(\varphi) & -\cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \sin^2(\varphi) & \cos^2(\varphi) & \cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ 2\cos(\varphi)\sin(\varphi) & -2\cos(\varphi)\sin(\varphi) & \cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (2.4.6)$$

где $[T_\sigma]$ и $[T_\varepsilon]$ – матрицы преобразования напряжений и деформаций в координаты образца.

Формулы обратных преобразований напряжений и деформаций в координаты материала можно представить следующим образом:

$$[\bar{\sigma}] = [T_\sigma]^{-1}[\sigma]; \quad (2.4.7)$$

$$[\bar{\varepsilon}] = [T_\varepsilon]^{-1}[\varepsilon], \quad (2.4.8)$$

матрицы преобразований $[T_\sigma]$ и $[T_\varepsilon]$ связаны между собой с помощью следующих соотношений:

$$[T_\sigma]^{-1} = [T_\varepsilon]^T; \quad (2.4.9)$$

$$[T_\varepsilon]^{-1} = [T_\sigma]^T. \quad (2.4.10)$$

Тогда, подставив выражения 2.4.5 и 2.4.6 в 2.4.1 получим:

$$[T_\sigma]^{-1}[\sigma] = [\bar{K}] [T_\varepsilon]^{-1}[\varepsilon] \quad (2.4.11)$$

или

$$[\sigma] = [T_\sigma][\bar{K}] [T_\varepsilon]^{-1}[\varepsilon] \quad (2.4.12)$$

Уравнение связи напряжений и деформаций в координатах образца записывается следующим образом

$$[\sigma] = [K][\varepsilon], \quad (2.4.14)$$

выразив матрицу жесткости в координатах образца из уравнения 2.4.11, получим

$$[K] = [T_\sigma][\bar{K}] [T_\varepsilon]^{-1} \quad (2.4.15)$$

или с учетом 2.4.10

$$[K] = [T_\sigma][\bar{K}][T_\sigma]^T. \quad (2.4.16)$$

Известно, что податливость является обратной величиной жесткости:

$$[\bar{\Phi}] = [\bar{K}]^{-1}, \quad (2.4.17)$$

$$[\bar{\varepsilon}] = [\bar{\Phi}][\bar{\sigma}], \quad (2.4.18)$$

где $[\bar{\Phi}]$ – матрица податливости монослоя в координатах материала.

Тогда, подставив выражения 2.4.5 и 2.4.6 в уравнение 2.4.18, получим:

$$[T_\varepsilon]^{-1}[\varepsilon] = [\bar{\Phi}][T_\sigma]^{-1}[\sigma] \quad (2.4.19)$$

или с учетом 2.4.9

$$[\varepsilon] = [T_\varepsilon][\bar{\Phi}][T_\varepsilon]^T[\sigma], \quad (2.4.20)$$

тогда уравнение матрицы податливости в осях материала принимает вид:

$$[\Phi] = [T_\varepsilon][\bar{\Phi}][T_\varepsilon]^T. \quad (2.4.21)$$

Рассмотрим возможность определения характеристик произвольно армированного ПКМ по известным жесткостным параметрам монослоев, входящих в его состав. Уравнения зависимости средних напряжений пакета от напряжений каждого слоя можно представить следующим образом:

$$\sigma_{xx} = \sum_{n=1}^k \sigma_{xx}^n \bar{h}^n; \quad (2.4.22)$$

$$\sigma_{yy} = \sum_{n=1}^k \sigma_{yy}^n \bar{h}^n; \quad (2.4.23)$$

$$\sigma_{xy} = \sum_{n=1}^k \sigma_{xy}^n \bar{h}^n, \quad (2.4.24)$$

где σ_{xx} , σ_{yy} и σ_{xy} – средние по пакету напряжения, n – порядковый номер слоя, $\bar{h}$ – толщина одного слоя.

Согласно условию равенства деформации пакета и одного слоя будут одинаковы:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^n; \quad (2.4.25)$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}^n; \quad (2.4.26)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^n. \quad (2.4.27)$$

Связь между напряжениями и деформациями для каждого слоя в осях образца примет вид:

$$[\sigma^n] = [K^n][\varepsilon^n] \quad (2.4.28)$$

или

$$[\sigma^n] = [K^n][\varepsilon], \quad (2.4.29)$$

где $[K^n]$ – матрица жесткости n-ого слоя в координатах образца:

$$[K^n] = [T_\sigma^n][\bar{K}^n][T_\sigma^n]^T. \quad (2.4.30)$$

Для нахождения матрицы жесткости пакета необходимо провести подстановку выражения 2.4.29 в уравнения 2.4.22-2.4.24, в результате получим соотношение связи средних напряжений и деформаций для пакета ПКМ:

$$[\sigma] = [K][\varepsilon], \quad (2.4.31)$$

где

$$[K] = \sum_{n=1}^k [K^n] \bar{h}^n. \quad (2.4.31)$$

Из уравнения 2.4.31 можно сделать вывод, что при определении жесткостных характеристик пакета ПКМ порядок чередования слоев в этом пакете не имеет никакого значения. Также пакет ПКМ, состоящий из слоев с одинаковой жесткостью, можно рассматривать как один слой с суммарной толщиной всех слоев, входящий в такой пакет.

ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

3.1. Деформирование и оценка прочности однонаправленных ПКМ при различных направлениях нагружения

Как отмечено ранее пакет ПКМ, состоящий из слоев с одинаковой жесткостью, можно рассматривать, как один слой с суммарной толщиной всех слоев, входящий в такой пакет. В таком случае для определения жесткостных характеристик однонаправленных ПКМ при различных нагружениях, можно использовать следующие соотношения:

$$[\bar{\sigma}] = [\bar{K}][\bar{\varepsilon}] \quad (3.1.1)$$

или

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} & 0 \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{K}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (3.1.2)$$

Рассмотрим случай нагружения однонаправленных образцов из углепластика в направлениях 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° и 90° к оси армирования, результаты экспериментов приведены в работе Jen M.–H.R., Lee C.H. [118].

По результатам испытаний с помощью следующих соотношений

$$E_1 = E_{xx}^0; \quad (3.1.3)$$

$$E_2 = E_{xx}^{90}; \quad (3.1.4)$$

$$\mu_{12} = \mu_{xy}^0; \quad (3.1.5)$$

$$\mu_{21} = \mu_{xy}^{90}; \quad (3.1.6)$$

$$G_{12} = \left(\frac{4}{E_{xx}^{45}} - \frac{1 - \mu_{xy}^0}{E_{xx}^0} + \frac{1 - \mu_{xy}^{90}}{E_{xx}^{90}} \right)^{-1}, \quad (3.1.7)$$

определены и представлены в таблице 3.1.1. упругие характеристики углепластика.

Таблица 3.1.1 – Упругие характеристики углепластика.

E_1 , МПа	E_2 , МПа	G_{12} , МПа	μ_{12}	μ_{21}
140 350	9 440	4 900	0,253	0,017

Для определения матрицы податливости пакета ПКМ необходимо провести преобразование матрицы податливости монослоя в координаты образца:

$$[\Phi] = [T_\varepsilon][\bar{\Phi}][T_\varepsilon]^T; \quad (3.1.8)$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{14} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{24} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{44} \end{bmatrix} \quad (3.1.9)$$

или

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{xx}} & -\frac{\mu_{yx}}{E_{yy}} & \frac{\eta_{x,xy}}{G_{xy}} \\ -\frac{\mu_{xy}}{E_{xx}} & \frac{1}{E_{yy}} & \frac{\eta_{y,xy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_{xy,x}}{E_{xx}} & \frac{\eta_{xy,y}}{E_{yy}} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}, \quad (3.1.10)$$

где $\eta_{xy,x}$ – коэффициент связи деформаций.

Для нахождения компонент матрицы $[T]$, связывающей напряжения возникающие в монослое с напряжением пакета, рассмотрим случай одноосного растяжения или сжатия образца:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (3.1.11)$$

$$[\bar{\sigma}] = [T]\sigma_{xx}, \quad (3.1.12)$$

Тогда компоненты матрицы $[T]$ принимают следующий вид:

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\varphi) \\ \sin^2(\varphi) \\ -2\cos(\varphi)\sin(\varphi) \end{bmatrix}. \quad (3.1.13)$$

Компоненты матрицы $[T]$ представлены в графической форме в зависимости от угла выкладки на рисунке 3.1.1, компонента T_{12} приведена на графике в абсолютных значениях.

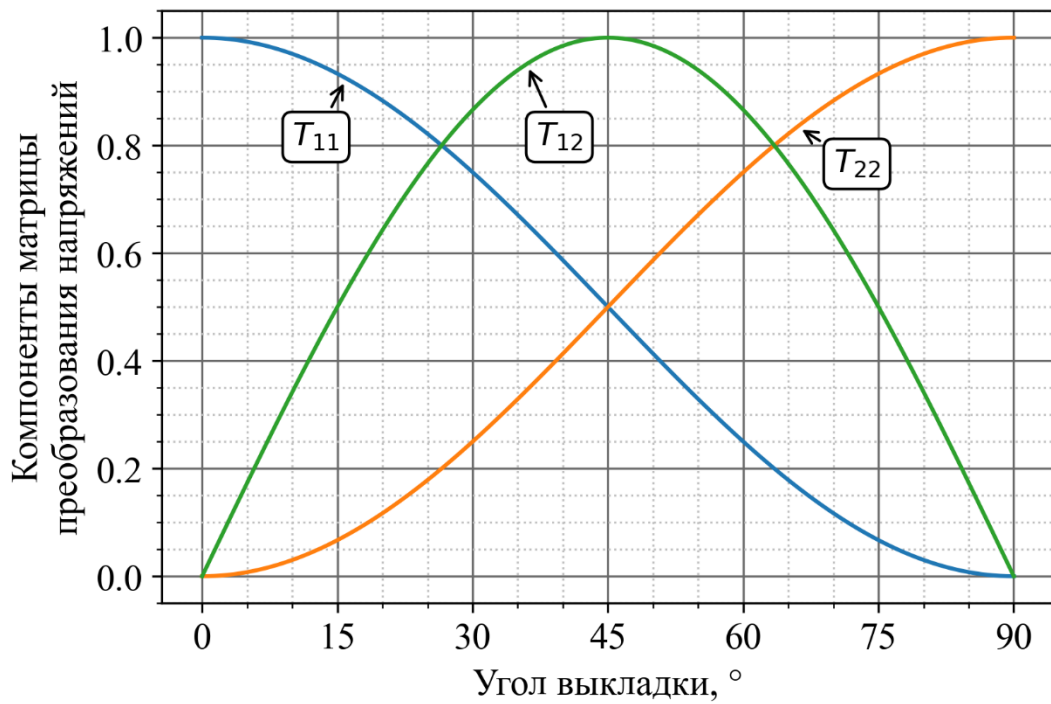


Рисунок 3.1.1 – Диаграмма зависимости компонент матрицы преобразования напряжений от направления нагружения

Тогда упругие характеристики пакета ПКМ из углепластика в зависимости от направления нагружения определяется следующим образом:

$$E_{xx} = \frac{1}{\Phi_{11}}; \quad (3.1.11)$$

$$\mu_{xy} = -\Phi_{21}E_{xx} = -\frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}}; \quad (3.1.12)$$

$$\eta_{xy,x} = \Phi_{41}E_{xx} = \frac{\Phi_{41}}{\Phi_{11}}. \quad (3.1.13)$$

На рисунках 3.1.2-3.1.4 приведено сравнение жесткостных характеристик однонаправленного пакета ПКМ в зависимости от направления нагружения, полученных по результатам эксперимента и по формулам 3.1.11-3.1.13.

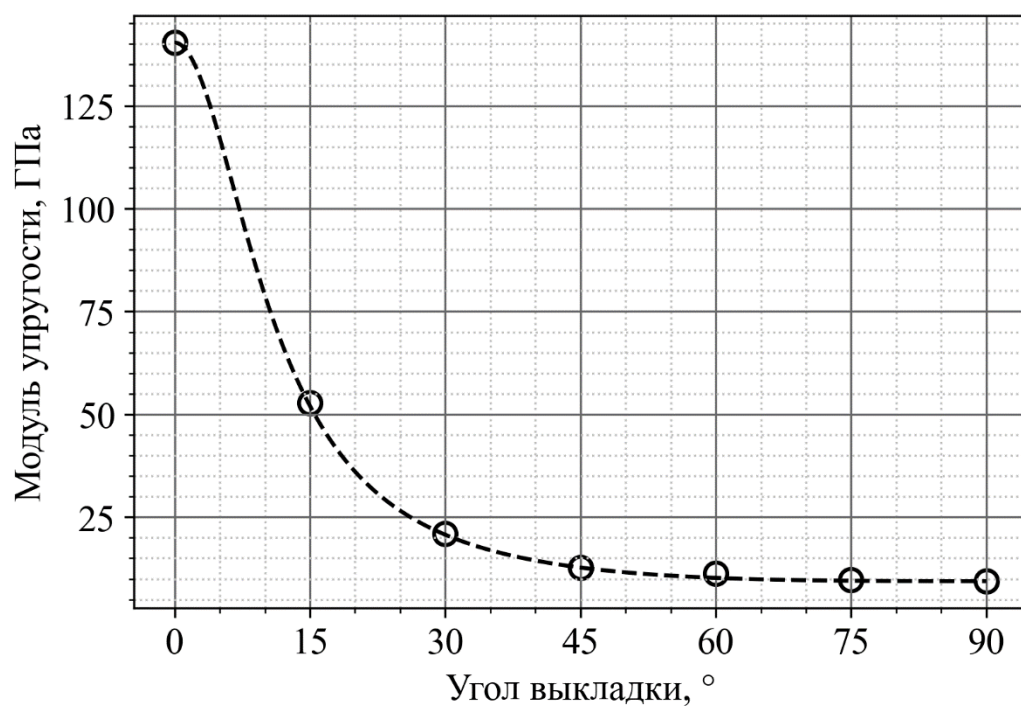


Рисунок 3.1.2 – Диаграмма зависимости модуля упругости однонаправленного пакета ПКМ от направления нагружения

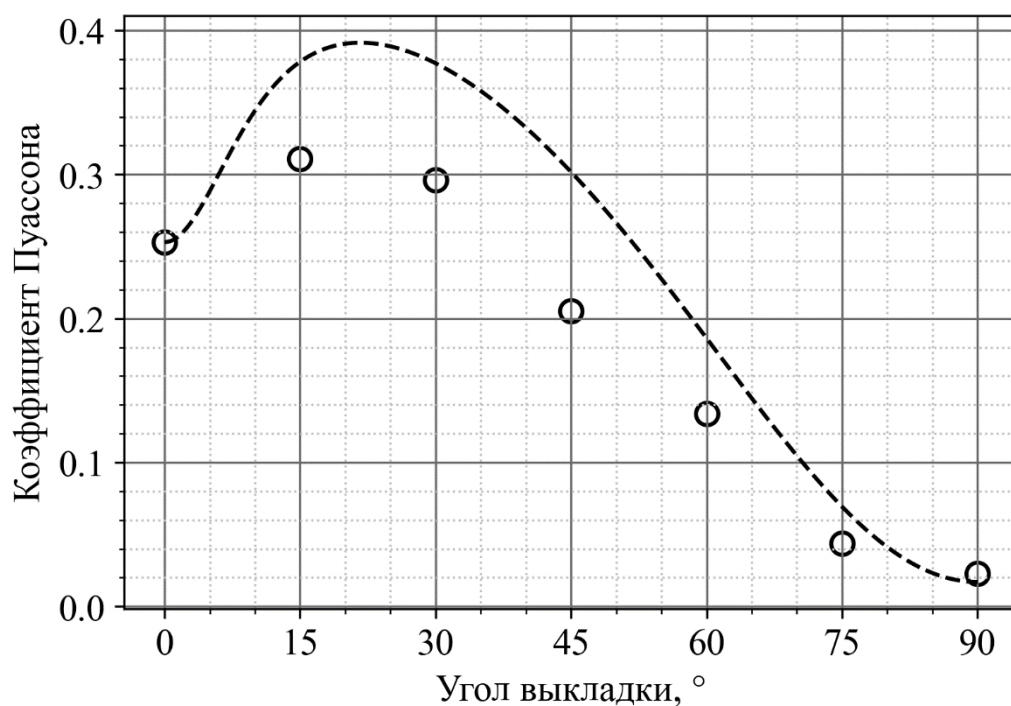


Рисунок 3.1.3 – Диаграмма зависимости коэффициента Пуассона однонаправленного пакета ПКМ от направления нагружения

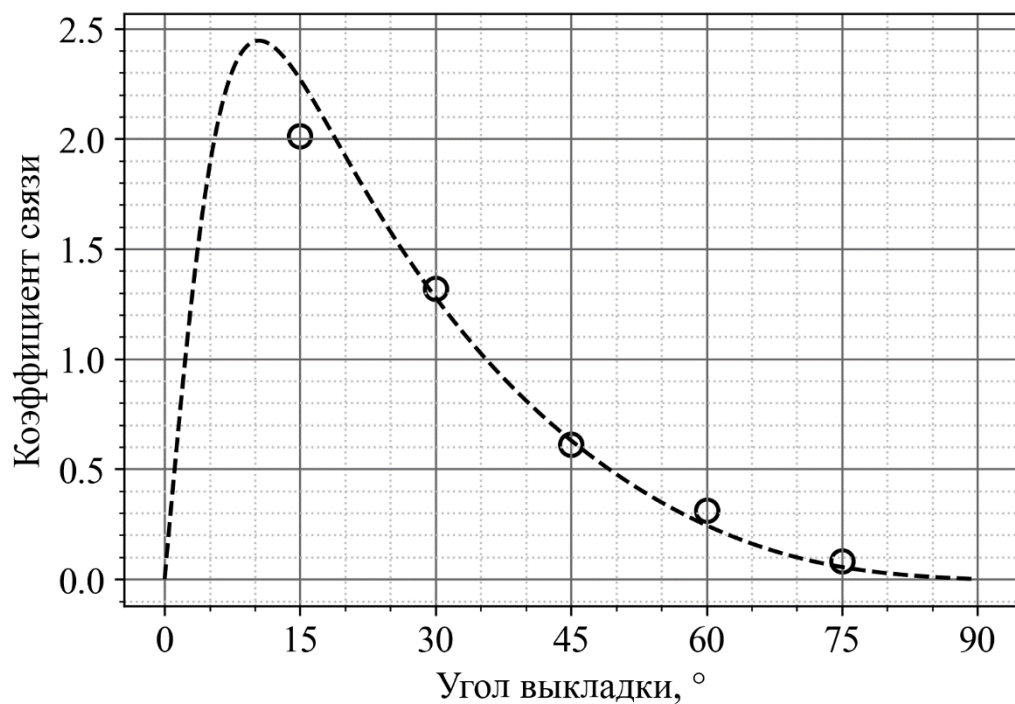


Рисунок 3.1.4 – Диаграмма зависимости коэффициента связи деформаций однонаправленного пакета ПКМ от направления нагружения

Прочностные характеристики однонаправленного пакета ПКМ определены по формулам 2.2.9-2.2.12 и представлены в таблице 3.1.2.

Таблица 3.1.2 – Прочностные характеристики однонаправленного пакета.

X^T , МПа	X^C , МПа	Y^T , МПа	Y^C , МПа	S^L , МПа	S^T , МПа	α
2128	954,6	93	205,9	258,6	177,7	1,22

На рисунках 3.1.5 и 3.1.6 представлены диаграммы зависимости предельных растягивающих напряжений от направления нагружения.

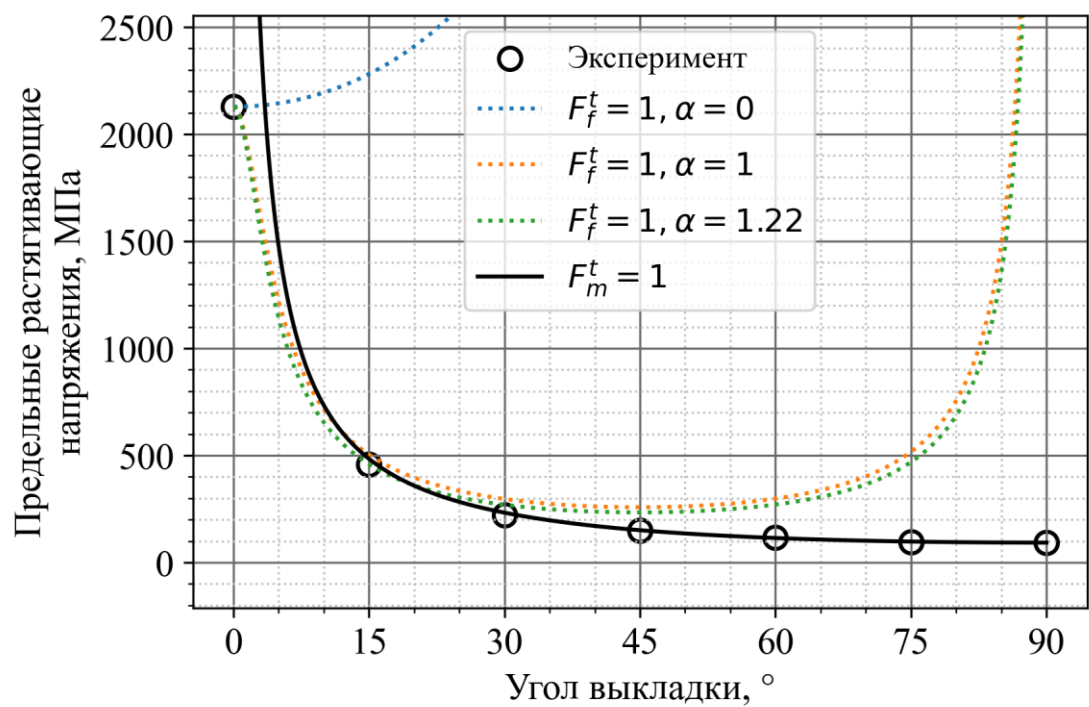


Рисунок 3.1.5 – Диаграмма зависимости предельных растягивающих напряжений от направления нагружения

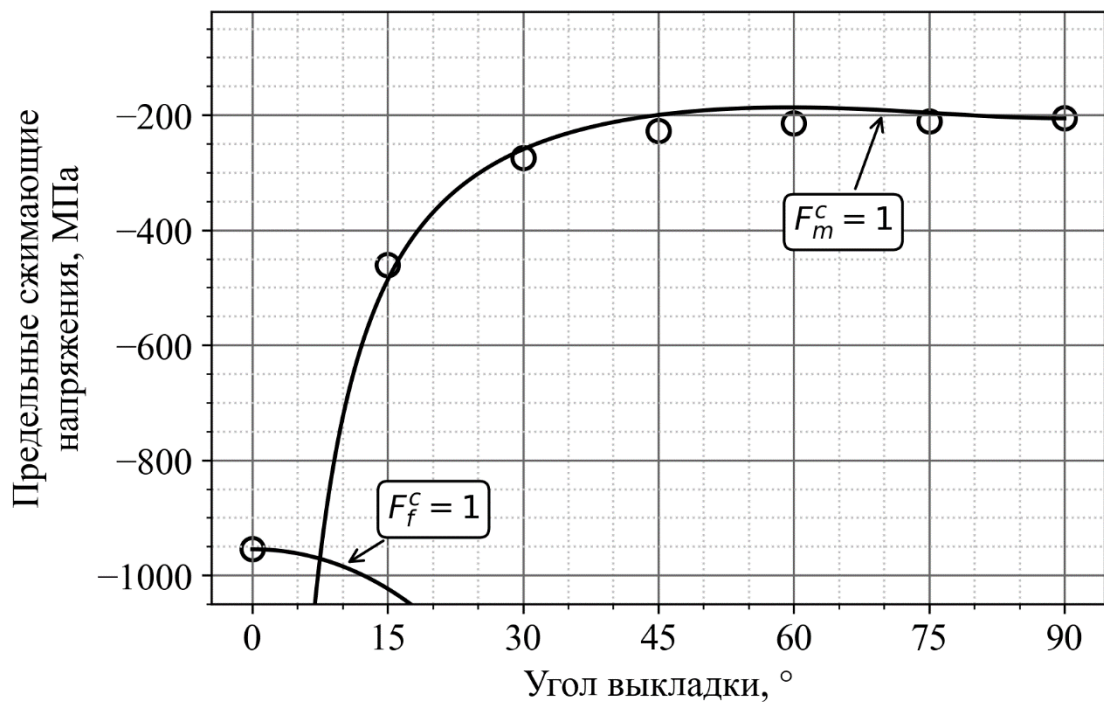


Рисунок 3.1.6 – Диаграмма зависимости предельных сжимающих напряжений от направления нагружения

Как видно из рисунков 3.1.5 и 3.1.6 экспериментальные и расчетные данные хорошо согласуются, однако, разрушение образцов с направлением нагружения отличным от 0 градусов происходит по критерию разрушения

матрицы, в связи с чем определение коэффициента, отвечающего за вклад сдвиговых напряжений, $0 \leq \alpha \leq 1$ по данному набору экспериментальных данных не представляется возможным. Определение коэффициента α возможно при направлениях нагружения в диапазоне $0^\circ < \varphi \leq 5^\circ$.

Выводы по разделу:

Хорошее совпадение упругих характеристик подтверждает достоверность разработанного метода идентификации параметров монослоя.

Хорошее совпадение прочностных параметров подтверждает правильность выбора критерия Хашина, однако, механизм разрушения однонаправленного углепластика по волокну при сжатии и растяжении срабатывает только при значении угла нагружения в диапазоне $0^\circ < \varphi \leq 5^\circ$, что затрудняет определение коэффициента α , отвечающего за вклад сдвиговых напряжений. Подобные эксперименты не позволяют в полной мере провести верификацию выбранного подхода к оценке прочности ПКМ.

3.2. Деформирование и оценка прочности ПКМ с симметричной схемой армирования

Для определения параметров материала лучше всего подходит симметричная схема армирования, поскольку при механических испытаниях монослоя при углах выкладки больше 5° разрушается матрица, а также возникает концентрация напряжений из-за разрыва граничных условий в захватной области и, за счет сдвиговых напряжений, формоизменение образца.

Связь напряжений и деформаций монослоя ортотропного ПКМ через матрицу жесткости выглядит следующим образом:

$$[\bar{\sigma}] = [\bar{K}][\bar{\varepsilon}]; \quad (3.2.1)$$

$$[\bar{\sigma}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}, [\bar{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, [\bar{K}] = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} & 0 \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{K}_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.2.2)$$

где $[\bar{\sigma}]$ – матрица напряжений монослоя, $[\bar{\varepsilon}]$ – матрица деформаций монослоя, $[\bar{K}]$ – матрица жесткости монослоя.

Выразив компоненты матрицы жесткости монослоя через упругие параметры материала, получаем:

$$\bar{K}_{11} = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad (3.2.3)$$

$$\bar{K}_{22} = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad (3.2.4)$$

$$\bar{K}_{44} = G_{12}, \quad (3.2.5)$$

$$\bar{K}_{12} = \bar{K}_{21} = \frac{\mu_{21}E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} = \frac{\mu_{12}E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad (3.2.6)$$

$$\mu_{21} = \mu_{12} \frac{E_2}{E_1}, \quad (3.2.7)$$

Матрица жесткости симметричного пакета слоистого ПКМ определяется следующим образом:

$$[\sigma] = [K][\varepsilon]; \quad (3.2.8)$$

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}, [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 \\ K_{12} & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.2.9)$$

$$[K] = \frac{1}{2} ([K^{(+\varphi)}] + [K^{(-\varphi)}]), \quad (3.2.10)$$

где φ – угол, $K^{(+\varphi)}$ и $K^{(-\varphi)}$ матрицы жесткостей слоя в координатах пакета.

Для нахождения матрицы жесткости слоя в координатах пакета необходимо провести следующее преобразование:

$$[K_n^\varphi] = [T_\sigma^\varphi][\bar{K}][T_\sigma^\varphi]^T, \quad (3.2.11)$$

где $[T_\sigma^\varphi]$ – матрица поворота напряжений на угол φ :

$$[T_\sigma^\varphi] = \begin{bmatrix} \cos^2(\varphi) & \sin^2(\varphi) & -2\cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \sin^2(\varphi) & \cos^2(\varphi) & 2\cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi)\sin(\varphi) & -\cos(\varphi)\sin(\varphi) & \cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (3.2.12)$$

тогда, компоненты матрицы жесткости симметричного пакета определяются из соотношений:

$$K_{11} = \cos^4(\varphi)\bar{K}_{11} + \sin^4(\varphi)\bar{K}_{22} + 2\sin^2(\varphi)\cos^2(\varphi)(\bar{K}_{12} + 2\bar{K}_{44}), \quad (3.2.13)$$

$$K_{12} = \sin^2(\varphi)\cos^2(\varphi)(\bar{K}_{11} + \bar{K}_{22} - 4\bar{K}_{44}) + (\cos^4(\varphi) + \sin^4(\varphi))\bar{K}_{12}, \quad (3.2.14)$$

$$K_{22} = \sin^4(\varphi)\bar{K}_{11} + \cos^4(\varphi)\bar{K}_{22} + 2\sin^2(\varphi)\cos^2(\varphi)(\bar{K}_{12} + 2\bar{K}_{44}), \quad (3.2.15)$$

$$K_{44} = \sin^2(\varphi)\cos^2(\varphi)(\bar{K}_{11} + \bar{K}_{22} - 2\sin^2(\varphi)\cos^2(\varphi)\bar{K}_{12}) + (\cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi))^2\bar{K}_{44}. \quad (3.2.16)$$

Матрица податливости симметричного пакета является обратной матрице жесткости:

$$[\varepsilon] = [\Phi][\sigma] \quad (3.2.17)$$

$$[\Phi] = [K]^{-1} \quad (3.2.18)$$

Компоненты матрицы податливости симметричного пакета в координатах образца можно выразить следующим образом:

$$\Phi_{11} = \frac{K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}^2}, \quad (3.2.19)$$

$$\Phi_{22} = \frac{K_{11}}{K_{11}K_{22} - K_{12}^2}, \quad (3.2.20)$$

$$\Phi_{12} = \frac{-K_{12}}{K_{11}K_{22} - K_{12}^2}, \quad (3.2.21)$$

$$\Phi_{44} = \frac{1}{K_{44}}. \quad (3.2.22)$$

Рассмотрим случай одноосного растяжения или сжатия (при $\sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0$) образца многослойного ПКМ.

Жесткость образца в этом случае определяется из соотношения:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & 0 \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}^2} \sigma_{xx} \\ \frac{-K_{12}}{K_{11}K_{22} - K_{12}^2} \sigma_{xx} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2.23)$$

Из полученных соотношений выводятся уравнения зависимости модуля упругости и коэффициента Пуассона пакета от жесткостных характеристик материала:

$$E_{xx} = \frac{1}{\Phi_{11}} = K_{11} - \frac{K_{12}^2}{K_{22}}, \quad (3.2.24)$$

$$\mu_{xy} = \frac{-\Phi_{12}\sigma_{xx}}{\Phi_{11}\sigma_{xx}} = \frac{K_{12}}{K_{22}}, \quad (3.2.25)$$

Уравнение (3.2.24) зависимости модуля упругости пакета от упругих характеристик материала для образца симметричной выкладки $\pm 45^\circ$ можно записать следующим образом:

$$E_{xx} = \frac{4\bar{K}_{44}(\bar{K}_{11} + \bar{K}_{22} + 2\bar{K}_{12})}{\bar{K}_{11} + \bar{K}_{22} + 2\bar{K}_{12} + 4\bar{K}_{44}}, \quad (3.2.26)$$

$$E_{xx} = 4G_{12} \frac{E_1 + E_2(1 + 2\mu_{12})}{E_1 + E_2(1 + 2\mu_{12}) + 4G_{12}(1 - \mu_{12}\mu_{21})}. \quad (3.2.27)$$

Из уравнения (3.2.27) выразим модуль сдвига материала:

$$G_{12} = \frac{E_{xx}(E_1 + E_2(1 + 2\mu_{12}))}{4(E_1 + E_2(1 + 2\mu_{12}) - E_{xx}(1 - \mu_{12}\mu_{21}))}. \quad (3.2.28)$$

Ниже приводится сравнение расчета и результатов экспериментальных исследований, приведенных в работе Snell M.B. [139]. В таблице 3.2.1 представлены упругие характеристики углепластика, определенные по результатам испытаний. Модуль упругости монослоя определялся по результатам испытаний однонаправленных образцов, вырезанных вдоль направления армирования. Модуль упругости связующего определялся по результатам испытаний однонаправленных образцов, вырезанных поперек направления армирования.

Таблица 3.2.1 – Упругие характеристики углепластика

E_1 , МПа	E_2 , МПа	G_{12} , МПа	μ_{12}
153 400	8 300	5 000	0.8

На рисунке 3.2.11 представлена экспериментальная зависимость модуля упругости симметричного пакета от угла его выкладки в сравнении с данными, полученными расчетным путем.

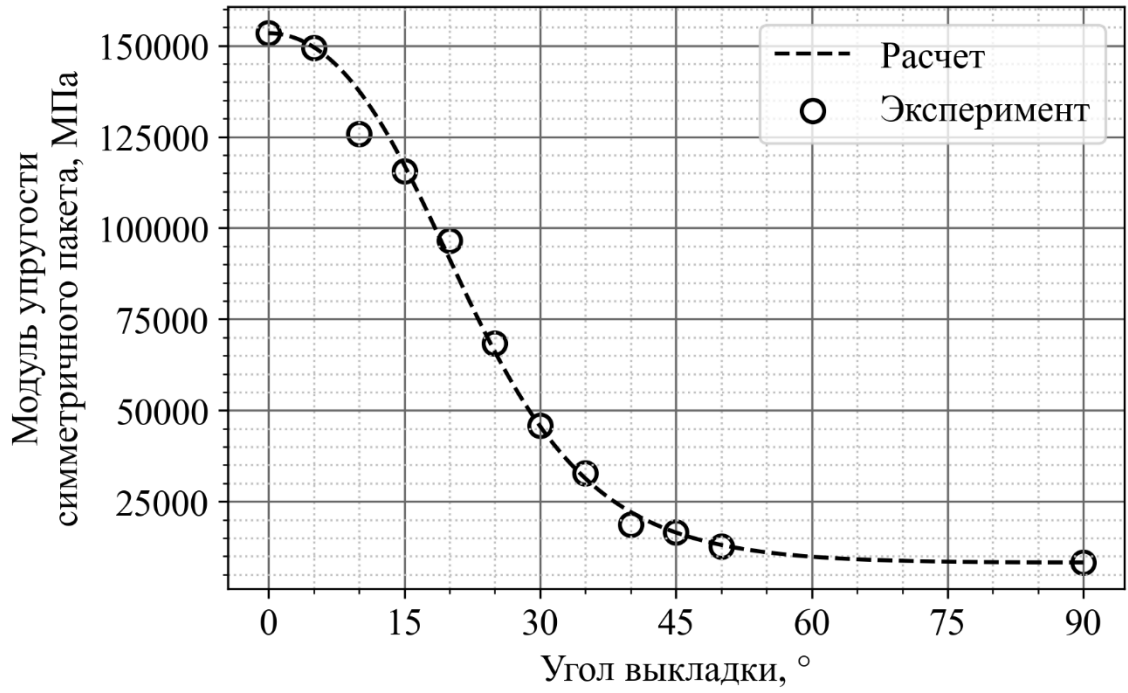


Рисунок 3.2.1 – Зависимость модуля упругости пакета от угла выкладки

Для определения компонентов матрицы, связывающей значение растягивающих напряжений пакета и напряжений каждого слоя в координатах образца

$$[\bar{\sigma}] = \sigma_{xx}[T], \quad (3.2.29)$$

проведем преобразование деформаций каждого слоя в оси материала:

$$[\bar{\varepsilon}^{(\varphi)}] = [T_{\varepsilon}^{(\varphi)}][\varepsilon], \quad (3.2.30)$$

где

$$[T_{\varepsilon}^{\varphi}] = \begin{bmatrix} \cos^2(\varphi) & \sin^2(\varphi) & -\cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \sin^2(\varphi) & \cos^2(\varphi) & \cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ 2\cos(\varphi)\sin(\varphi) & -2\cos(\varphi)\sin(\varphi) & \cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi) \end{bmatrix}. \quad (3.2.31)$$

Тогда, принимая, что деформация каждого слоя одинакова и равна деформации пакета в целом, получаем:

$$[\bar{\varepsilon}^{(+\varphi)}] = \sigma_{xx} \begin{bmatrix} (\Phi_{11}\cos^2(+\varphi) + \Phi_{12}\sin^2(+\varphi)) \\ (\Phi_{11}\sin^2(+\varphi) + \Phi_{12}\cos^2(+\varphi)) \\ 2\cos(+\varphi)\sin(+\varphi)(\Phi_{11} - \Phi_{12}) \end{bmatrix}. \quad (3.2.32)$$

Определим напряжения каждого слоя в осях материала:

$$[T] = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} & 0 \\ \bar{K}_{12} & \bar{K}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{K}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Phi_{11} \cos^2(+\varphi) + \Phi_{12} \sin^2(+\varphi)) \\ (\Phi_{11} \sin^2(+\varphi) + \Phi_{12} \cos^2(+\varphi)) \\ 2 \cos(+\varphi) \sin(+\varphi) (\Phi_{11} - \Phi_{12}) \end{bmatrix}, \quad (3.2.33)$$

тогда компоненты матрицы, связывающей значение растягивающих напряжений пакета и напряжений каждого слоя в координатах образца, принимают следующий вид:

$$T_{11} = (\Phi_{11} \cos^2(\varphi) + \Phi_{12} \sin^2(\varphi)) \bar{K}_{11} + (\Phi_{11} \sin^2(\varphi) + \Phi_{12} \cos^2(\varphi)) \bar{K}_{12}, \quad (3.2.34)$$

$$T_{22} = (\Phi_{11} \cos^2(\varphi) + \Phi_{12} \sin^2(\varphi)) \bar{K}_{12} + (\Phi_{11} \sin^2(\varphi) + \Phi_{12} \cos^2(\varphi)) \bar{K}_{22}, \quad (3.2.35)$$

$$T_{12} = 2 \cos(\varphi) \sin(\varphi) (\Phi_{11} - \Phi_{12}) \bar{K}_{44}. \quad (3.2.36)$$

Определенные параметры T_{11} , T_{22} , и T_{12} являются компонентами матрицы преобразования напряжений из координат материала в координаты образца. Зависимость этих компонентов от угла выкладки представлена на рисунке 3.2.2.

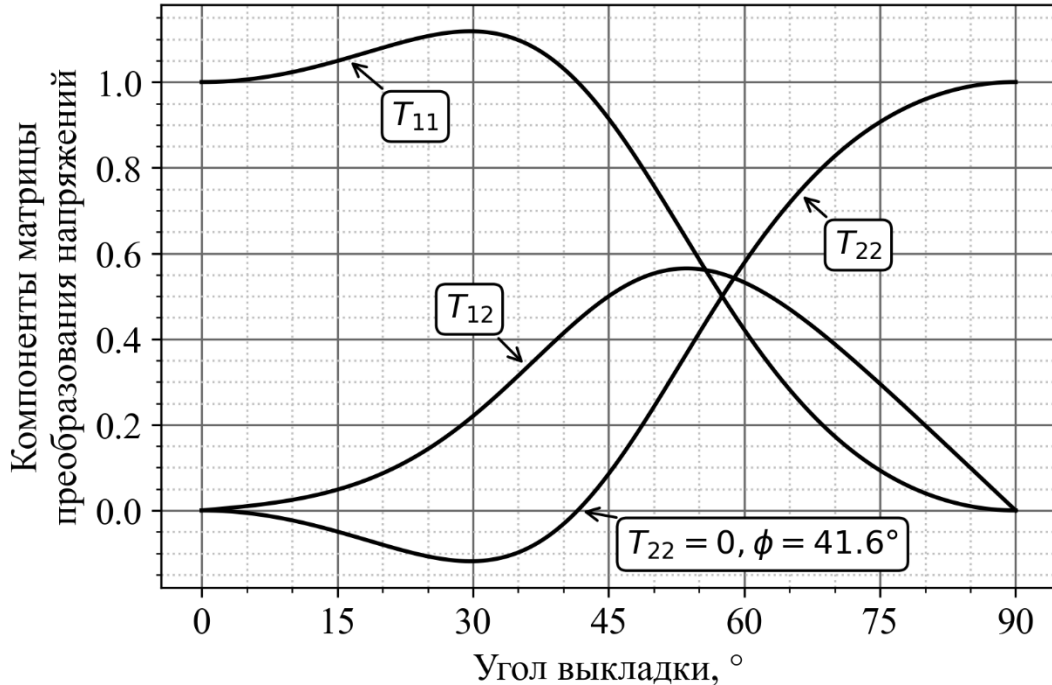


Рисунок 3.2.2 – Диаграмма зависимости компонентов матрицы преобразования напряжений от угла выкладки

На рисунке 3.2.2 отмечен характерный угол выкладки при котором значение T_{22} , становится равно нулю. При углах меньше 41.6° , напряжения волокон и матрицы имеют разные знаки, а при углах больше – одинаковые.

Параметры X^T , X^C , Y^T и Y^C определяются по результатам испытаний однонаправленных ПКМ под углами 0 и 90 следующим образом:

$$X^T = \sigma_{0^\circ}^t, \quad (3.2.37)$$

$$X^C = |\sigma_{0^\circ}^c|, \quad (3.2.38)$$

$$Y^T = \sigma_{90^\circ}^t, \quad (3.2.39)$$

$$Y^C = |\sigma_{90^\circ}^c|, \quad (3.2.40)$$

где $\sigma_{0^\circ}^t$ и $\sigma_{0^\circ}^c$ – предельные напряжения материала при растяжении и сжатии в направлении армирования соответственно, $\sigma_{90^\circ}^t$ и $\sigma_{90^\circ}^c$ – предельные напряжения материала при растяжении и сжатии в направлении поперек армирования соответственно.

Параметры S^L , S^T и α определяются по результатам испытаний образцов с симметричной выкладкой. Параметр S^L определяется по критерию прочности матрицы при растяжении. Испытания на сжатие пакета в области $\varphi < 41.6^\circ$ не подходят, поскольку разрушение матрицы, как правило, не приводит к полному разрушению образца. Поэтому параметр S^L целесообразно определять из испытаний пакета на растяжение при углах $\varphi > 41.6^\circ$. Для этого необходимо решить уравнение 3.2.39 при условии срабатывании индикатора прочности матрицы при растяжении. При этом значение индикатора F_f^t должно быть ниже значения F_m^t :

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y^T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2 > \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T}\right)^2 + \alpha \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2. \quad (3.2.41)$$

Параметр α , отвечающий за вклад сдвиговый напряжений, не определен, но может принимать значения от 0 до 1. Тогда правая часть уравнения вносит максимальный вклад при $\alpha = 1$. А условие (3.2.41) принимает вид:

$$\frac{T_{22}}{Y^T} > \frac{T_{11}}{X^T}. \quad (3.2.42)$$

Решая уравнение 3.2.39, определяем параметр S^L :

$$S^L = \frac{Y^T \sigma_{xx}^t T_{12}}{\sqrt{(Y^T)^2 - (\sigma_{xx}^t T_{22})^2}}. \quad (3.2.43)$$

Здесь σ_{xx}^t – предельное напряжение растяжения пакета. Параметр S^T определяется по результатам испытаний образцов на сжатие при углах $\varphi > 41.6^\circ$. Формула для определения параметра S^T следует из уравнения 3.2.40 при $F_m^c = 1$:

$$S^T = \frac{1}{2} \sqrt{T_{22} \frac{T_{22} \sigma_{xx}^c + Y^c}{\frac{T_{22}}{Y^c} - \left(\frac{T_{12}}{S^L}\right)^2 \sigma_{xx}^c + \frac{1}{\sigma_{xx}^c}}}, \quad (3.2.44)$$

где σ_{xx}^c – предельное напряжение сжатия пакета.

Также необходимо, чтобы в момент разрушения F_f^c был меньше 1:

$$\left(\frac{\sigma_{xx}^c T_{11}}{X^c}\right)^2 < 1. \quad (3.2.45)$$

Параметр α определяется из уравнения 3.2.37:

$$\alpha = 4 \left(\frac{S^L}{\sigma_{xx}^t}\right)^2 \left[1 - \left(\sigma_{xx}^t \frac{T_{11}}{X^T}\right)^2\right]. \quad (3.2.46)$$

Параметр α определяется по результатам испытаний образцов на растяжение, при малых значениях угла φ . При этом, разрушение волокна должно происходить раньше матрицы, в связи с чем накладывается условие:

$$\begin{aligned} 1 + \left(\frac{S^L}{T_{12}}\right)^2 \left[\left(\frac{T_{22}}{Y^T}\right)^2 - \left(\frac{T_{11}}{X^T}\right)^2\right] &< \alpha, & T_{22} \geq 0 \\ \left(\frac{T_{22}}{2S^T}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T}\right)^2 - 1\right] \frac{T_{22}}{Y^c \sigma_{xx}^t} + \left(\frac{T_{12}}{S^L}\right)^2 &< 1, & T_{22} < 0 \end{aligned} \quad (3.2.47)$$

В таблице 2 приведены определенные по формулам параметры критерия прочности углепластика.

Параметр α может быть определен по результатам испытаний образцов при углах 25° и 30° . При углах $\varphi < 25^\circ$ его значение превышает 1, а при углах $\varphi > 30^\circ$ разрушение пакета происходит по критерию разрушения матрицы материала. Параметры S^L и S^T определены при углах 45° и 60° соответственно. Параметры углепластика приведены в таблице 3.2.2.

Таблица 3.2.2 – Параметры критерия прочности Хашина

X^T , МПа	X^C , МПа	Y^T , МПа	Y^C , МПа	S^L , МПа	S^T , МПа	α_{30°	α_{25°
1 017	605	28,6	152	55,9	22,9	0,47	0,74

Предельные напряжения симметричного пакета ПКМ можно определить путем решения уравнений 3.2.37-3.2.40 с учетом 3.2.29 относительно σ_{xx} при $F = 1$:

при разрушении волокна:

$$\sigma_f = \begin{cases} \text{sign}(\sigma_{xx}) \left[\left(\frac{T_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right]^{-0,5} & \text{sign}(\sigma_{xx}) T_{11} \geq 0 \\ \text{sign}(\sigma_{xx}) \frac{X^C}{T_{11}}, & \text{sign}(\sigma_{xx}) T_{11} < 0 \end{cases}, \quad (3.2.48)$$

при разрушении матрицы:

$$\sigma_f = \begin{cases} \text{sign}(\sigma_{xx}) \left[\left(\frac{T_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right]^{-0,5} & \text{sign}(\sigma_{xx}) T_{22} \geq 0 \\ \frac{\left[1 - \left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 \right] \frac{T_{22}}{Y^C} + \text{sign}(\sigma_{xx}) \sqrt{D}}{2 \left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right]} & \text{sign}(\sigma_{xx}) T_{22} < 0 \end{cases}, \quad (3.2.49)$$

$$D = \left(\left[\left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^C} \right)^2 + 4 \left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right], \quad (3.2.50)$$

где $\text{sign}(\sigma_{xx})$ – знак осевого напряжения пакета.

Разрушение пакета будет происходить при достижении минимального значения предельного напряжения.

На рисунке 3.2.3 представлена диаграмма зависимости предельных растягивающих напряжений от углов выкладки углепластика. На графике черными кружками отмечены экспериментальные данные, черными линиями – предельные напряжения матрицы, пунктирными линиями – предельные напряжения волокна, определенные при различных значения параметра альфа.

Разрушение образцов симметричного пакета описывается с удовлетворительной точностью при углах $\varphi \geq 35^\circ$. При этих угла разрушение происходит по критерию прочности матрицы. Однако, качественно описать результаты испытаний при углах $5^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$ не представляется возможным. На кривой индикатора прочности матрицы отмечен характерный угол выкладки, при котором $T_{22} = 0$. При растяжении образцов с углами выкладки меньше 41.6° матрица находится в сжатом состоянии, при углах больше – в растянутом.

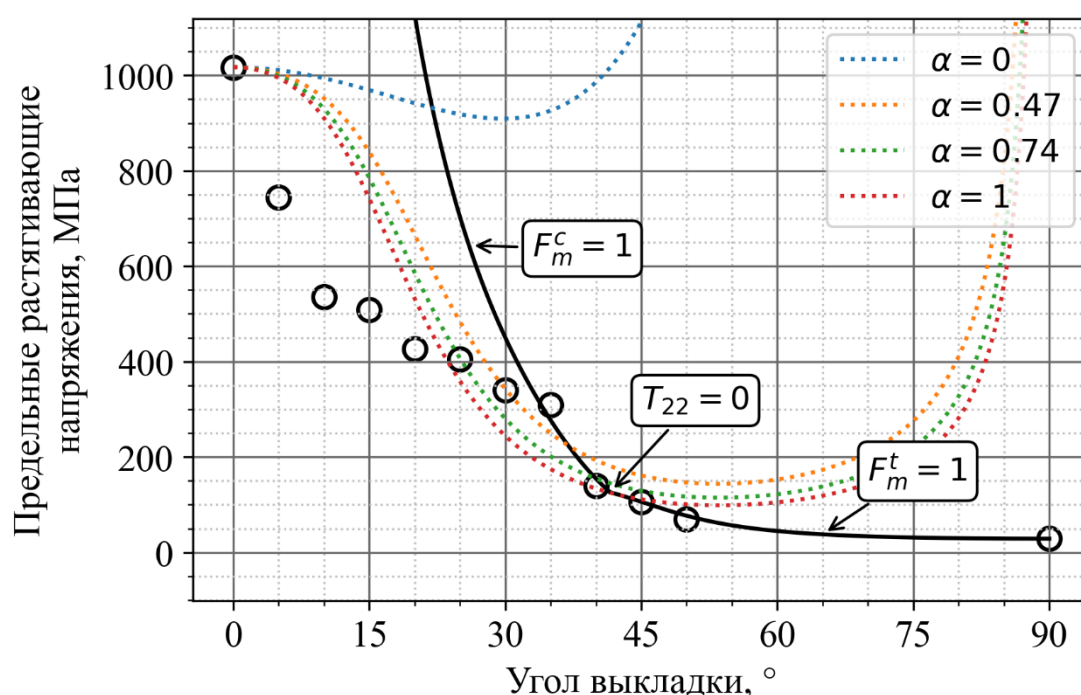


Рисунок 3.2.3 – Диаграмма зависимости предельных растягивающих напряжений от углов выкладки углепластика

На рисунке 3.2.4 представлена диаграмма зависимости предельных сжимающих напряжений от углов выкладки углепластика. Черными кружками отмечены экспериментальные данные, черными линиями – предельные напряжения матрицы и волокна. Получена удовлетворительная сходимость расчетных и экспериментальных данных. При угле выкладки 30° выявлено небольшое отклонение от расчёта, возможно, связанное с полным разрушением при сжатии волокна. Также как и при растяжении на кривой индикатора прочности матрицы отмечен характерный угол выкладки, при

котором $T_{22} = 0$. При сжатии образцов с углами выкладки меньше 41.6° матрица находится в растянутом состоянии, при углах больше – в сжатом.

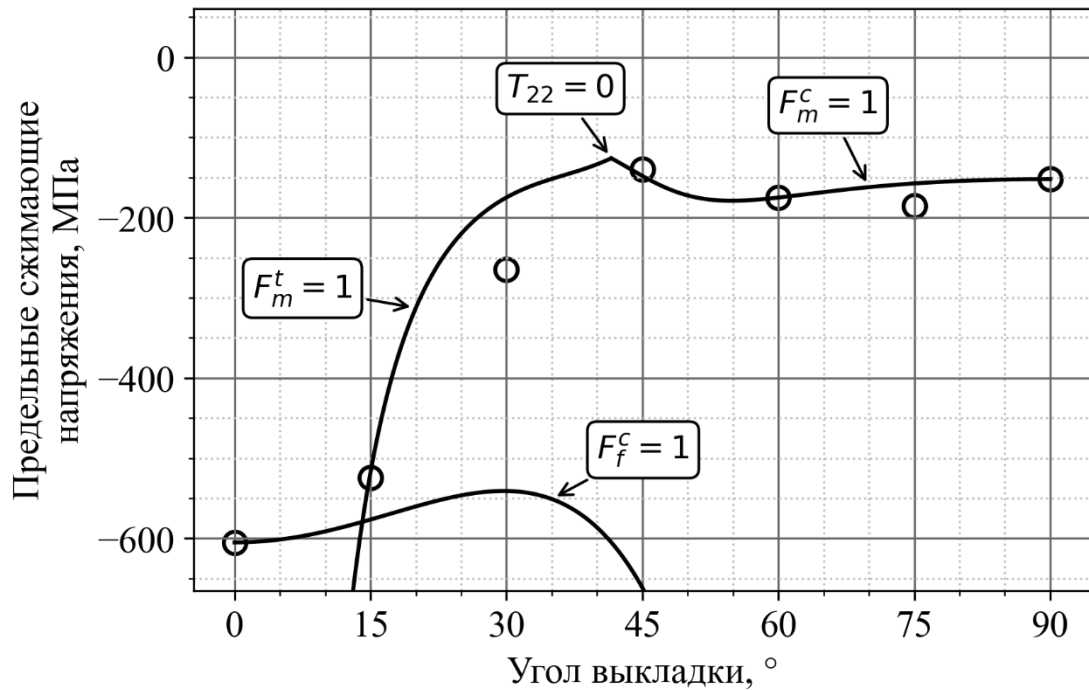


Рисунок 3.2.4 – Диаграмма зависимости предельных сжимающих напряжений от углов выкладки углепластика

Представим результаты экспериментальных исследований в виде зависимости, характеризующей влияние сдвиговых напряжений на прочность волокна:

$$f(\sigma_{12}) = 1 - \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T} \right)^2. \quad (3.2.51)$$

Согласно уравнению 4 эта функция описывается следующей формулой:

$$f(\sigma_{12}) = \alpha \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L} \right)^2. \quad (3.2.52)$$

Однако, эта функция не достаточно точно описывает результаты эксперимента, которые могут быть аппроксимированы с удовлетворительной точностью функцией вида:

$$f(\sigma_{12}) = \alpha \left[\left(\frac{\sigma_{12}}{S^L} \right)^2 \right]^{n_\alpha}, \quad (3.2.53)$$

где n_α – параметр материала.

На рисунке 3.2.5 приведена полученная зависимость и её аппроксимация функцией 3.2.57.

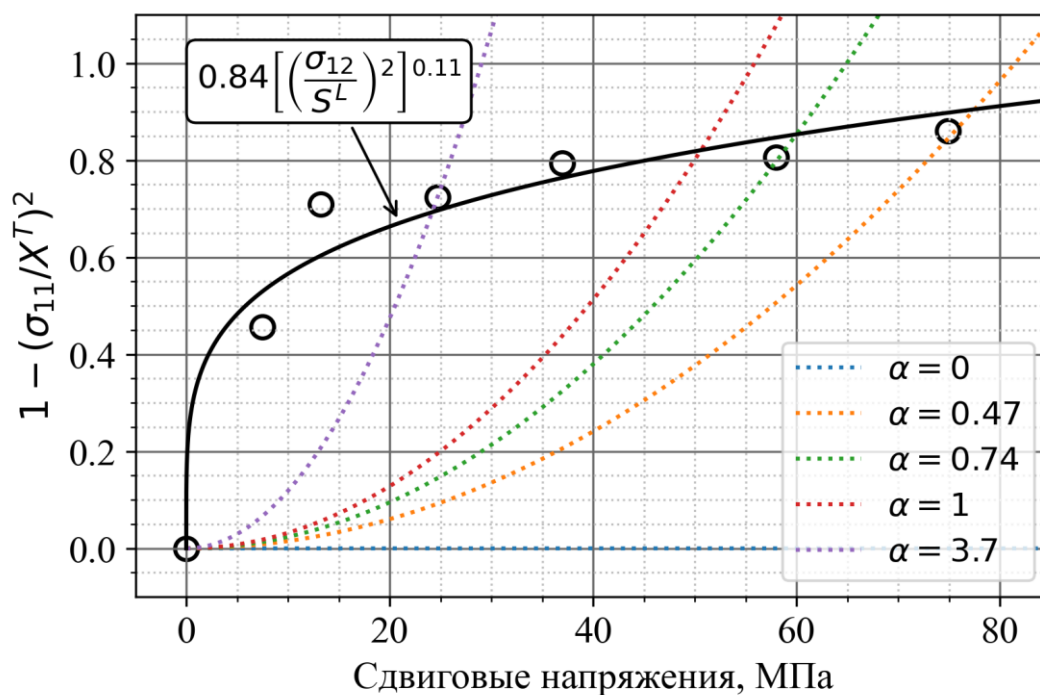


Рисунок 3.2.5 – Диаграмма зависимости сдвиговых напряжений от прочности волокна

Таким образом критерий прочности волокна при растяжении принимает вид:

$$F_f^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T}\right)^2 + 0.84 \left(\left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2\right)^{0.11}. \quad (3.2.54)$$

На рисунке 3.2.6 представлена диаграмма зависимости предельных растягивающих напряжений от углов выкладки углепластика с аппроксимацией по уточненному критерию прочности.

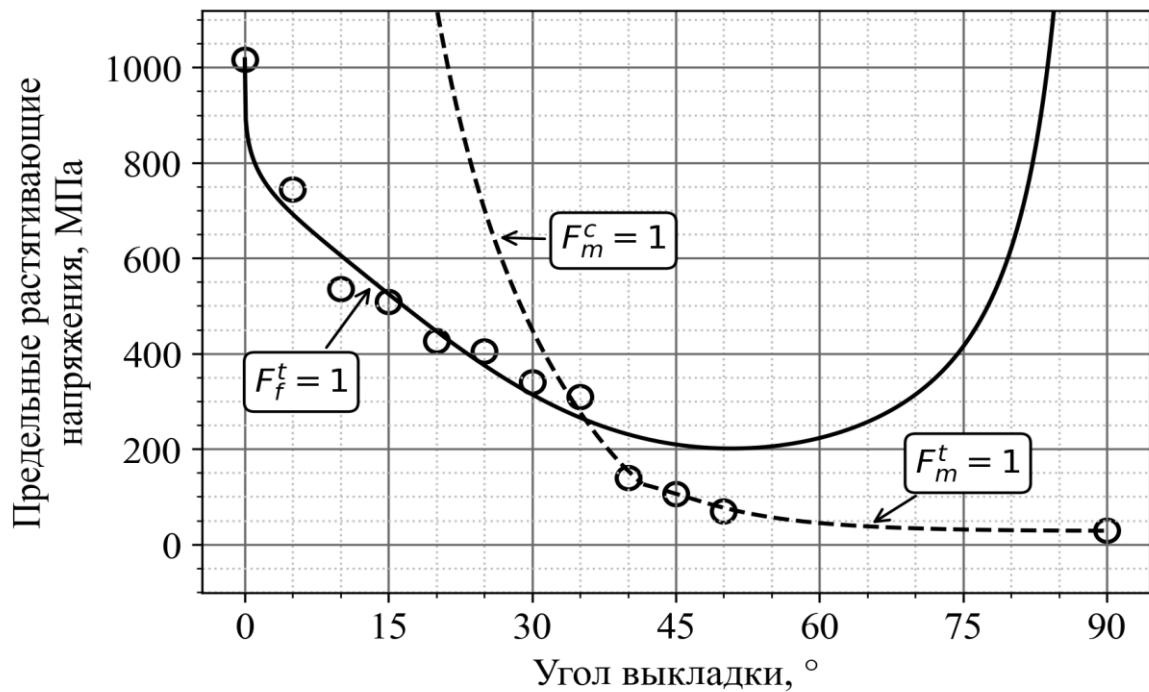


Рисунок 3.2.6 – Диаграмма зависимости предельных растягивающих напряжений от углов выкладки углепластика

Тогда уравнение 3.2.52 предельных напряжений симметричного пакета при разрушении волокна можно записать следующим образом:

$$\sigma_f = \begin{cases} \text{sign}(\sigma_{xx}) \left[\left(\frac{T_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left[\left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right]^{n_\alpha} \right]^{-0,5} & \text{sign}(\sigma_{xx}) T_{11} \geq 0 \\ \text{sign}(\sigma_{xx}) \frac{X^C}{T_{11}}, & \text{sign}(\sigma_{xx}) T_{11} < 0 \end{cases} \quad (3.2.59)$$

Параметры уточненного критерия прочности представлены в таблице 3.2.3.

Таблица 3.2.3 – Параметры уточненного критерия прочности.

X^T , МПа	X^C , МПа	Y^T , МПа	Y^C , МПа	S^L , МПа	S^T , МПа	α	n_α
1 017	605	28.6	152	55.9	22.9	0.84	0.11

Выводы по разделу:

Получены уравнения связывающие напряжения, возникающие в слоях симметричного пакета ПКМ, при испытании образцов на осевое растяжение и сжатие.

Для оценки прочности симметричного пакета апробирован критерий Хашина. Разработан метод определения параметров по результатам испытаний образцов симметричной и однонаправленной схемы армирования.

Критерий Хашина не позволяет качественно описывать прочностное поведение ПКМ симметричной схемы армирования с углами $5^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$ при растяжении.

Предложено уточнение критерия Хашина, получена удовлетворительная сходимость расчетной модели и экспериментальных данных.

3.3. Деформирование и оценка прочности ПКМ при различных видах нагружения

В настоящем разделе приводятся результаты экспериментальных исследований, полученные лично автором. Объектом исследования являются образцы ПКМ на основе углеродной ленты, изготовленные методом послойной выкладки препрегов. С целью определения полного комплекса механических и прочностных характеристик были проведены испытания однонаправленных образцов, вырезанных под углом 0° , 90° и 45° к направлению армирования, и образцов с квазиизотропной выкладкой на растяжение, сжатие, изгиб и сдвиг. Испытания проводились на универсальной испытательной машине при комнатной температуре и с постоянной скоростью перемещения активного захвата 2 мм/мин. Перед испытаниями проводились измерения толщины и ширины рабочей части каждого образца, определялась площадь его поперечного сечения.

3.3.1. Проведение испытаний

Испытания на растяжение образцов ПКМ проводились на образцах-полосках с приклеенными накладками, изготовленных в соответствии с ГОСТ Р 56785-2015. Образец устанавливался в захваты испытательной машины и нагружался до разрушения. В процессе проведения испытаний фиксировалось изменение нагрузки и перемещения активного захвата, также с помощью механического экстензометра измерялась продольная деформация рабочей части образца. С целью определения коэффициента Пуассона на однонаправленных образцах, вырезанных под углом 0° к направлению армирования, проводились измерения продольной и поперечной деформации с помощью наклеенных тензорезисторов.

Для определения характеристик материала при растяжении использовались следующие соотношения:

$$\sigma^+ = \frac{P_{max}}{bh}; \quad (3.3.1)$$

$$E^+ = \frac{\Delta P}{\Delta \varepsilon_{xx} bh}; \quad (3.3.2)$$

$$\mu = \frac{\Delta \varepsilon_{yy}}{\Delta \varepsilon_{xx}}, \quad (3.3.3)$$

где P_{max} – нагрузка в момент разрушения образца; b – ширина образца; h – толщина образца; $\Delta \varepsilon_{xx}$ – изменение продольной деформации образца при изменении нагрузки ΔP ; $\Delta \varepsilon_{yy}$ – изменение поперечной деформации образца при изменении нагрузки ΔP , измеренной по ширине.

Испытания на сжатие образцов ПКМ проводились с применением специального приспособления на образцах-полосках с приклеенными накладками, изготовленных в соответствии с ГОСТ Р 56812-2015. Установленный в приспособление образец нагружался до разрушения. В процессе проведения испытаний фиксировалось изменение нагрузки и перемещения активного захвата, с помощью наклеенных тензорезисторов измерялась продольная деформация. Измерение поперечной деформации

проводилось только на образцах, вырезанных под углом 0° к направлению армирования.

Для определения характеристик материала при сжатии использовались следующие соотношения:

$$\sigma^- = \frac{|P_{min}|}{bh}; \quad (3.3.4)$$

$$E^- = \frac{\Delta P}{\Delta \varepsilon_{xx} bh}; \quad (3.3.5)$$

$$\mu = \frac{\Delta \varepsilon_{yy}}{\Delta \varepsilon_{xx}}, \quad (3.3.6)$$

где $|P_{min}|$ – абсолютное значение нагрузки в момент разрушения образца.

Испытания на трехточечный изгиб образцов ПКМ проводились с использованием специального приспособления на образцах-полосках, изготовленных в соответствии с ГОСТ 56810-2015. Установленный на двух неподвижных опорах образец нагружался с помощью пуансона до момента разрушения. Фиксировались изменения показаний нагрузки и перемещения подвижной траверсы.

Для определения характеристик материала при изгибе использовались следующие соотношения:

$$\sigma^и = \frac{3 P_{max} L}{2 bh^2}; \quad (3.3.7)$$

$$E^и = \frac{1}{4} \frac{\Delta P}{\Delta w} \frac{L^3}{bh^3}, \quad (3.3.8)$$

где L – расстояние между опорами (60 мм); Δw – изменение прогиба образца при изменении нагрузки ΔP .

Испытания на сдвиг образцов ПКМ проводились с использованием специального приспособления на образцах-полосках, изготовленных в соответствии с ГОСТ 32659-2014. Установленный на двух неподвижных опорах образец нагружался с помощью пуансона до момента разрушения. Фиксировались изменения показаний нагрузки и перемещения подвижной траверсы.

Для определения характеристик материала при межслоевом сдвиге использовались следующие соотношения:

$$\sigma^{\text{мс}} = \frac{3}{4} \frac{P_{\text{max}}}{bh}; \quad (3.3.9)$$

$$C^{\text{мс}} = \frac{\Delta P}{\Delta w}. \quad (3.3.10)$$

Метод определения модуля межслоевого сдвига описан в [91]. При испытании методом короткой балки, прогиб в середине пролета имеет величину:

$$w = \frac{PL^3}{48E^{\text{и}} \cdot I} \left(1 + \frac{24\gamma E^{\text{и}} \cdot I}{PL^2} \right) \quad (3.3.11)$$

где L – расстояние между опорами (10 мм); $E^{\text{и}}$ – модуль упругости однонаправленного материала, вырезанного под углом 0° , при изгибе.

Сдвиговая деформация определялась следующим образом:

$$\gamma = \frac{2w}{L} - \frac{PL^2}{2E^{\text{и}} \cdot bh^3} \quad (3.3.12)$$

Модуль межслоевого сдвига определялся следующим образом:

$$G^{\text{мс}} = \frac{3C^{\text{мс}}}{4bh} \left(\frac{2}{L} - \frac{L^2 C^{\text{мс}}}{2E_{0^\circ}^{\text{и}} \cdot bh^3} \right)^{-1} \quad (3.3.13)$$

3.3.2. Определение параметров материала

По результатам испытаний образцов ПКМ на растяжение определены следующие характеристики:

- модуль упругости ПКМ в направлении армирования $E_{0^\circ}^+$ при растяжении;
- модуль упругости ПКМ в направлении поперек армирования $E_{90^\circ}^+$ при растяжении;
- модуль упругости ПКМ под углом 45° относительно оси армирования $E_{45^\circ}^+$ при растяжении;

- модуль упругости ПКМ с квазиизотропной выкладкой E_k^+ при растяжении;
- предел прочности ПКМ в направлении армирования σ_0^+ при растяжении;
- предел прочности ПКМ в направлении поперек армирования σ_{90}^+ при растяжении;
- предел прочности ПКМ под углом 45° к оси армирования σ_{45}^+ при растяжении;
- предел прочности ПКМ с квазиизотропной выкладкой σ_k^+ при растяжении;
- коэффициент Пуассона μ_{12}^+ при растяжении в направлении армирования.

Характеристики ПКМ, определенные по результатам испытаний на растяжение, представлены в таблице 3.3.1.

Таблица 3.3.1 – Результаты испытаний ПКМ при растяжении.

№ п.п.	E_0^+ , ГПа	E_{90}^+ , ГПа	E_{45}^+ , ГПа	E_k^+ , ГПа	σ_0^+ , МПа	σ_{90}^+ , МПа	σ_{45}^+ , МПа	σ_k^+ , МПа	μ_{12}^+
1	140	9,1	16,6	44,5	2105	53	86	593	0,36
2	147	9,4	12,5	49,2	2244	61	120	803	0,35
3	136	6,6	13,3	49,6	1709	56	103	878	0,33
4	141	8,4	12,5	48,8	2002	54	111	757	0,37
5	139	8,8	14,8	47,2	2025	60	101	844	0,35
Среднее	141	8,5	13,9	47,9	2017	57	104	775	0,35
Минимальное	136	6,6	12,5	44,5	1709	53	86	593	0,33

По результатам испытаний образцов ПКМ на сжатие определены следующие характеристики:

- модуль упругости ПКМ в направлении армирования E_0^- при сжатии;
- модуль упругости ПКМ в направлении поперек армирования E_{90}^- при сжатии;

- модуль упругости ПКМ под углом 45° относительно оси армирования $E_{45^\circ}^-$ при сжатии;
- модуль упругости ПКМ с квазиизотропной выкладкой E_k^- при сжатии;
- предел прочности ПКМ в направлении армирования σ_0^- при сжатии;
- предел прочности ПКМ в направлении поперек армирования $\sigma_{90^\circ}^-$ при сжатии;
- предел прочности ПКМ под углом 45° относительно оси армирования $\sigma_{45^\circ}^-$ при сжатии;
- предел прочности ПКМ с квазиизотропной выкладкой σ_k^- при сжатии;
- коэффициент Пуассона μ_{12}^- при сжатии в направлении армирования.

Характеристики ПКМ, определенные по результатам испытаний на сжатие, представлены в таблице 3.3.2.

Таблица 3.3.2 – Результаты испытаний ПКМ при сжатии.

№ п.п.	E_0^- , ГПа	$E_{90^\circ}^-$, ГПа	$E_{45^\circ}^-$, ГПа	E_k^- , ГПа	σ_0^- , МПа	$\sigma_{90^\circ}^-$, МПа	$\sigma_{45^\circ}^-$, МПа	σ_k^- , МПа	μ_{12}^-
1	130	8,6	21,6	43,5	1214	292	268	641	0,48
2	135	8,8	18,3	42,1	1053	329	321	772	0,38
3	128	7,7	20,2	44,2	1173	214	357	746	0,43
4	130	9,5	17,4	43,9	1110	297	296	658	0,36
5	138	9,2	19,7	44,0	1203	315	311	709	0,34
Среднее	132	8,8	19,4	43,5	1150	289	310	705	0,40
Минимальное	128	7,7	17,4	42,1	1053	214	268	641	0,34

По результатам испытаний образцов ПКМ на изгиб определены следующие характеристики:

- модуль упругости ПКМ в направлении армирования E_0^i при изгибе;
- модуль упругости ПКМ в направлении поперек армирования $E_{90^\circ}^i$ при изгибе;

- модуль упругости ПКМ под углом 45° относительно оси армирования $E_{45^\circ}^и$ при изгибе;
- модуль упругости ПКМ с квазиизотропной выкладкой $E_K^и$ при изгибе;
- предел прочности ПКМ в направлении армирования $\sigma_0^и$ при изгибе;
- предел прочности ПКМ в направлении поперек армирования $\sigma_{90^\circ}^и$ при изгибе;
- предел прочности ПКМ под углом 45° относительно оси армирования $\sigma_{45^\circ}^и$ при изгибе;
- предел прочности ПКМ с квазиизотропной выкладкой $\sigma_K^и$ при изгибе.

Характеристики ПКМ, определенные по результатам испытаний на трехточечный изгиб, представлены в таблице 3.3.3.

Таблица 3.3.3 – Результаты испытаний ПКМ при трехточечном изгибе.

№ п.п.	$E_{0^\circ}^и$, ГПа	$E_{90^\circ}^и$, ГПа	$E_{45^\circ}^и$, ГПа	$E_K^и$, ГПа	$\sigma_0^и$, МПа	$\sigma_{90^\circ}^и$, МПа	$\sigma_{45^\circ}^и$, МПа	$\sigma_K^и$, МПа
1	124	10,1	20	52,5	2755	113	245	1239
2	138	9,2	15,1	61,2	2682	110	234	1381
3	131	9,5	17,6	55,2	2540	106	239	1290
4	126	9,6	18,4	59,6	2793	112	251	1303
5	130	10,0	16,3	53,1	2598	111	232	1340
Среднее	130	9,7	17,5	56,3	2674	110	240	1311
Минимальное	124	9,2	15,1	52,5	2540	106	232	1239

По результатам испытаний образцов ПКМ на межслоевой сдвиг:

- предел прочности σ_0^{MC} при межслоевом сдвиге в направлении армирования;
- модуль межслоевого сдвига образца G_0^{MC} в направлении армирования;
- предел прочности σ_K^{MC} при межслоевом сдвиге образца с квазиизотропной выкладкой;
- модуль межслоевого сдвига образца с квазиизотропной выкладкой G_K^{MC} .

Проведение испытаний образцов однонаправленного ПКМ, вырезанных под углом 45° и 90° , не представляется возможным в связи с тем, что будет происходить разрушение полимерной матрицы из-за растягивающих напряжений.

Характеристики ПКМ, определенные по результатам испытаний на межслоевой сдвиг методом короткой балки, представлены в таблице 3.3.4.

Таблица 3.3.4 – Результаты испытаний ПКМ при межслоевом сдвиге.

№ п.п.	$G_{0^\circ}^{MC}$, ГПа	G_K^{MC} , ГПа	$\sigma_{0^\circ}^{MC}$, МПа	σ_K^{MC} , МПа
1	2,17	1,89	130	92
2	2,15	2,04	134	91
3	1,88	1,98	137	94
4	2,20	1,92	129	88
5	2,16	2,02	134	96
Среднее	2,11	1,97	133	92
Минимальное	1,88	1,89	129	88

По результатам испытаний видно, что $E_{0^\circ}^+ \approx E_{0^\circ}^-$, $E_{90^\circ}^+ \approx E_{90^\circ}^-$, $E_{45^\circ}^+ \approx E_{45^\circ}^-$, $\mu_{12}^+ \approx \mu_{12}^-$, поэтому можно сделать вывод, что для данного ПКМ может быть применима упругая модель деформирования. Также по результатам испытаний видно, что $\sigma_{0^\circ}^+ \neq \sigma_{0^\circ}^-$, $\sigma_{90^\circ}^+ \neq \sigma_{90^\circ}^-$, $\sigma_{45^\circ}^+ \neq \sigma_{45^\circ}^-$, а $\sigma_{0^\circ}^+ \neq \sigma_{90^\circ}^+$ и $\sigma_{0^\circ}^- \neq \sigma_{90^\circ}^-$, поэтому для оценки прочности ПКМ следует выбирать критерий разделяющий механизмы разрушения при растяжении и сжатии, в том числе – армирующих волокон и полимерной матрицы.

По результатам представленных экспериментов были определены и представлены в таблице 3.3.5 параметры модели поведения и критерия прочности.

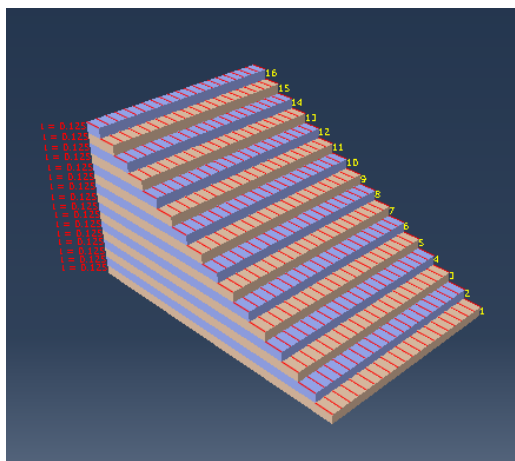
Таблица 3.3.5 – Параметры модели поведения и критерия прочности.

Модель поведения		Критерий прочности	
Параметр	Значение	Параметр	Значение
E_1 , ГПа	141,9	X^T , МПа	1700
E_2 , ГПа	8,6	X^C , МПа	1050
μ_{12}	0,35	Y^T , МПа	55
G_{12} , ГПа	5,8	Y^C , МПа	210
G_{13}, G_{23} , ГПа	2,0	S^L , МПа	170
		S^T , МПа	110
		$\sigma_{13}^{max}, \sigma_{23}^{max}$, МПа	130

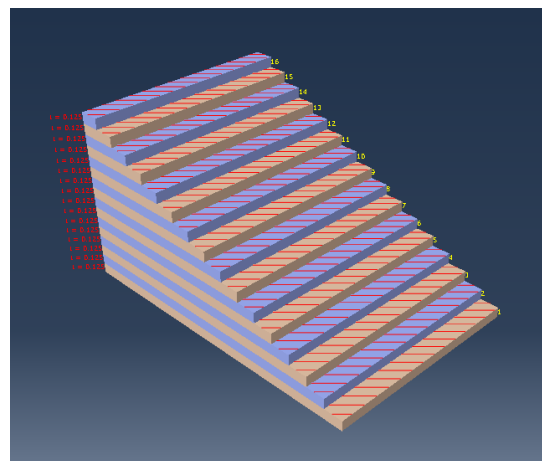
3.3.3. Моделирование процессов деформирования и оценка прочности ПКМ методом конечных элементов

Для верификации разработанных модели поведения, критерия прочности и метода идентификации параметров ПКМ проводится моделирование испытаний на растяжение, сжатие, изгиб и межслоевой сдвиг однонаправленных образцов и образцов с квазиизотропной выкладкой из материала на основе углеродной ленты и цианатэфирного связующего.

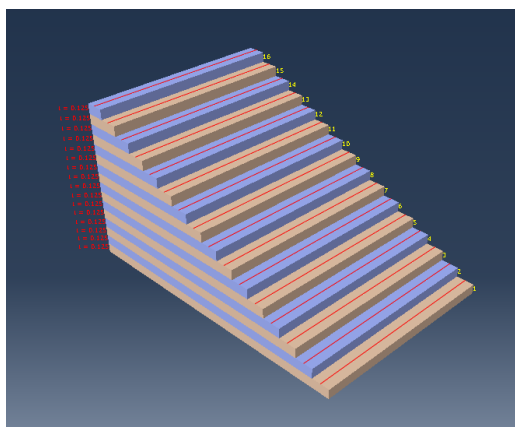
Верификация проводилась в программно-расчетном комплексе Abaqus, в котором создавались конечно-элементные модели испытаний образцов ПКМ. Моделирование испытаний проводилось с использованием разработанных модели поведения ПКМ и критерия прочности. Параметры монослоя, определены по результатам экспериментов однонаправленных образцов на растяжение и сжатие. Образцы моделировались оболочечными элементами, сечение которых представляло собой набор из 16 слоев, толщиной 0,125 мм каждый с различным направлением выкладки. Суммарная толщина образца при этом составляла 2 мм. На рисунке 3.3.1 представлена модель элемента образца ПКМ с различной выкладкой.



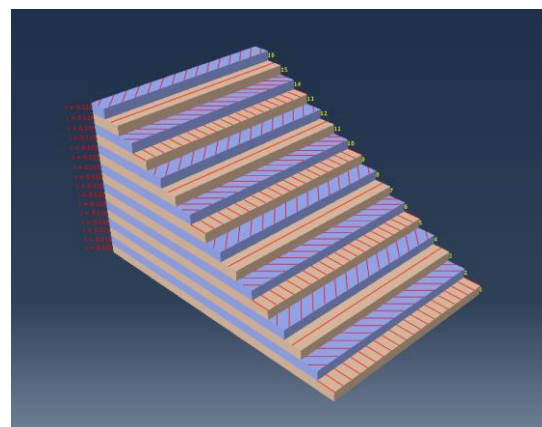
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.3.1 – Модель элемента образца ПКМ с различной выкладкой
(а, б, в – однонаправленная 0° , 45° и 90° , г – квазиизотропная)

По результатам расчета определялись зависимости, характеризующие процесс деформирования образца, расчетные зависимости сравнивались с экспериментальными.

Испытания на растяжение

Моделирование эксперимента по растяжению образца ПКМ проводилось путем приложения растягивающего перемещения к одной из границ рабочей части образца. Вторая граница рабочей части образца заделана в направлении оси образца. Схема нагружения приведена на рисунке 3.3.2.



Рисунок 3.3.2 – Расчётная схема нагружения образца ПКМ при растяжении

На рисунках 3.3.3 – 3.3.6 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования, связывающие деформацию и осевое напряжение рабочей части образца ПКМ с различными вариантами выкладки при растяжении. На расчетных диаграммах деформирования отмечены моменты достижения индикаторами прочности значений равных 1. Красным крестиком – индикатор прочности волокна на растяжение F_f^t ; красным треугольником – индикатор прочности матрицы на растяжение F_m^t .

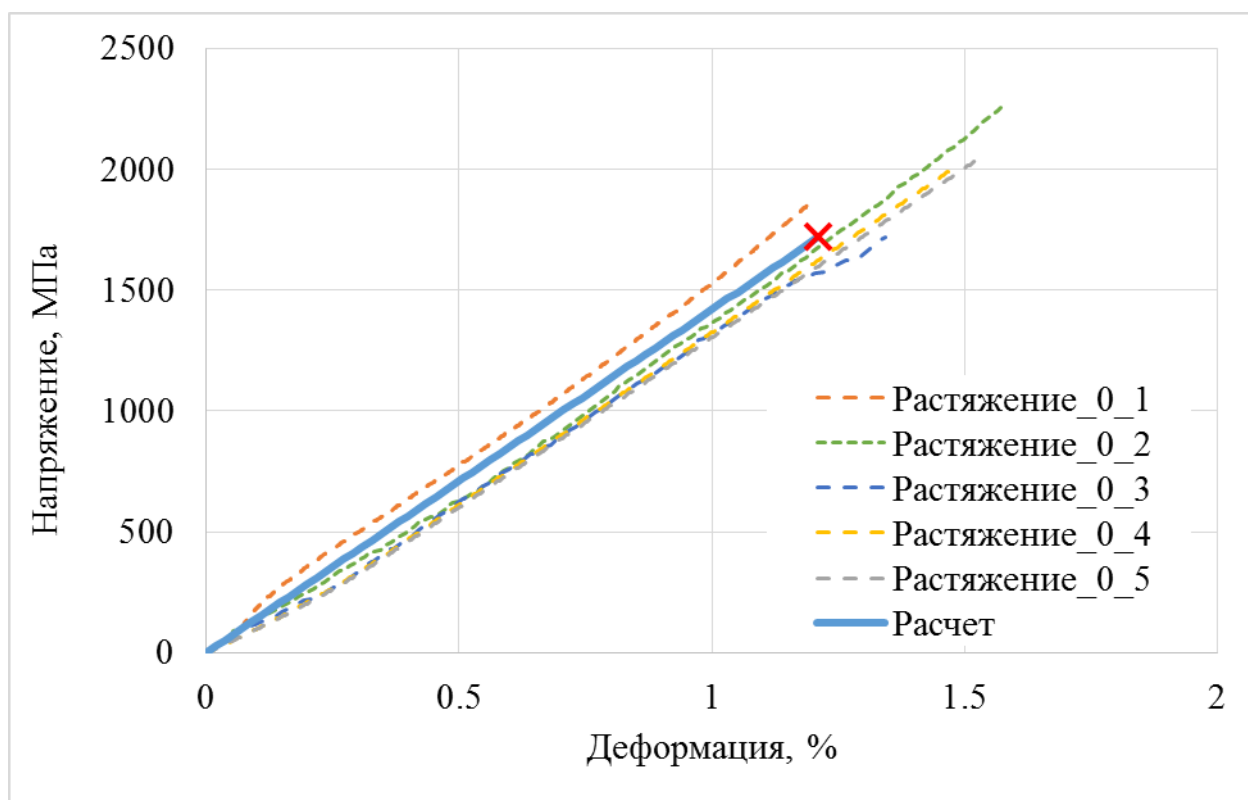


Рисунок 3.3.3 – Диаграммы деформирования при растяжении однонаправленного ПКМ по направлению армирования

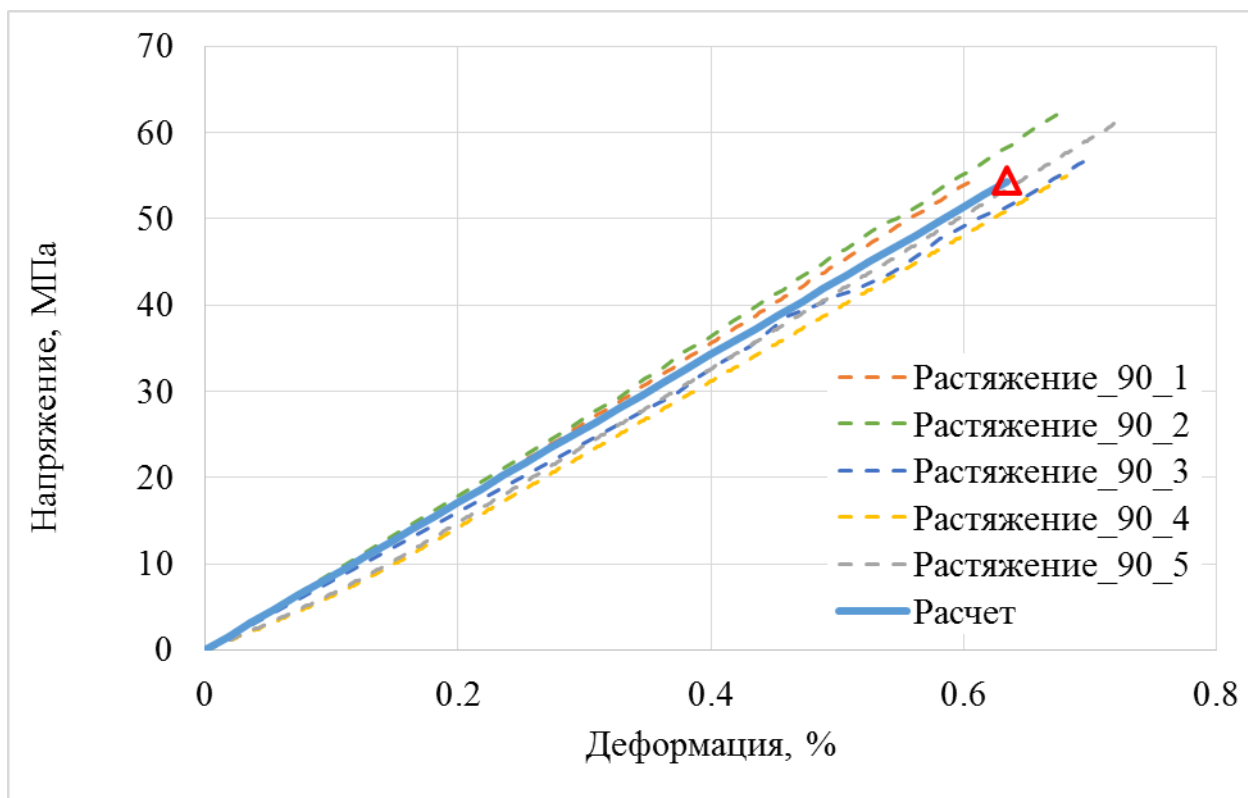


Рисунок 3.3.4 – Диаграммы деформирования при растяжении однонаправленного ПКМ по направлению поперек армирования

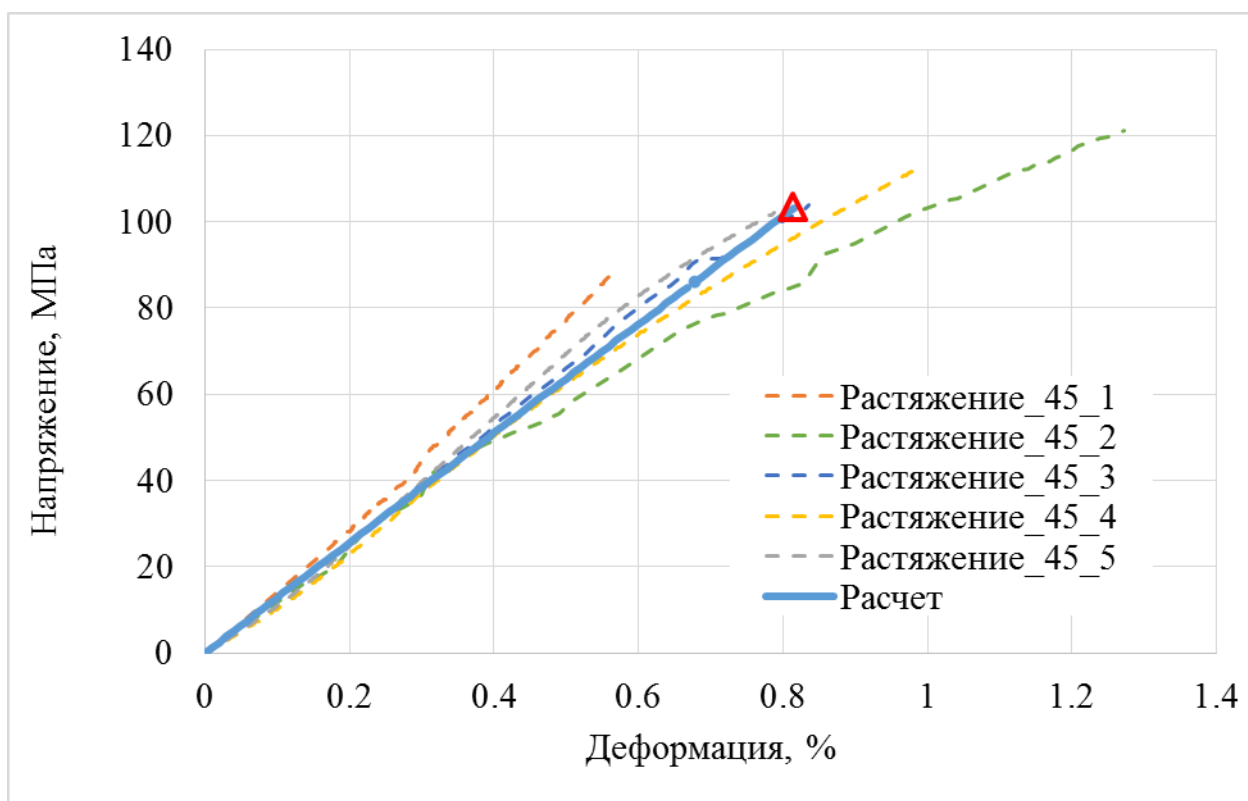


Рисунок 3.3.5 – Диаграммы деформирования при растяжении однонаправленного ПКМ по направлению под углом 45° относительно оси армирования

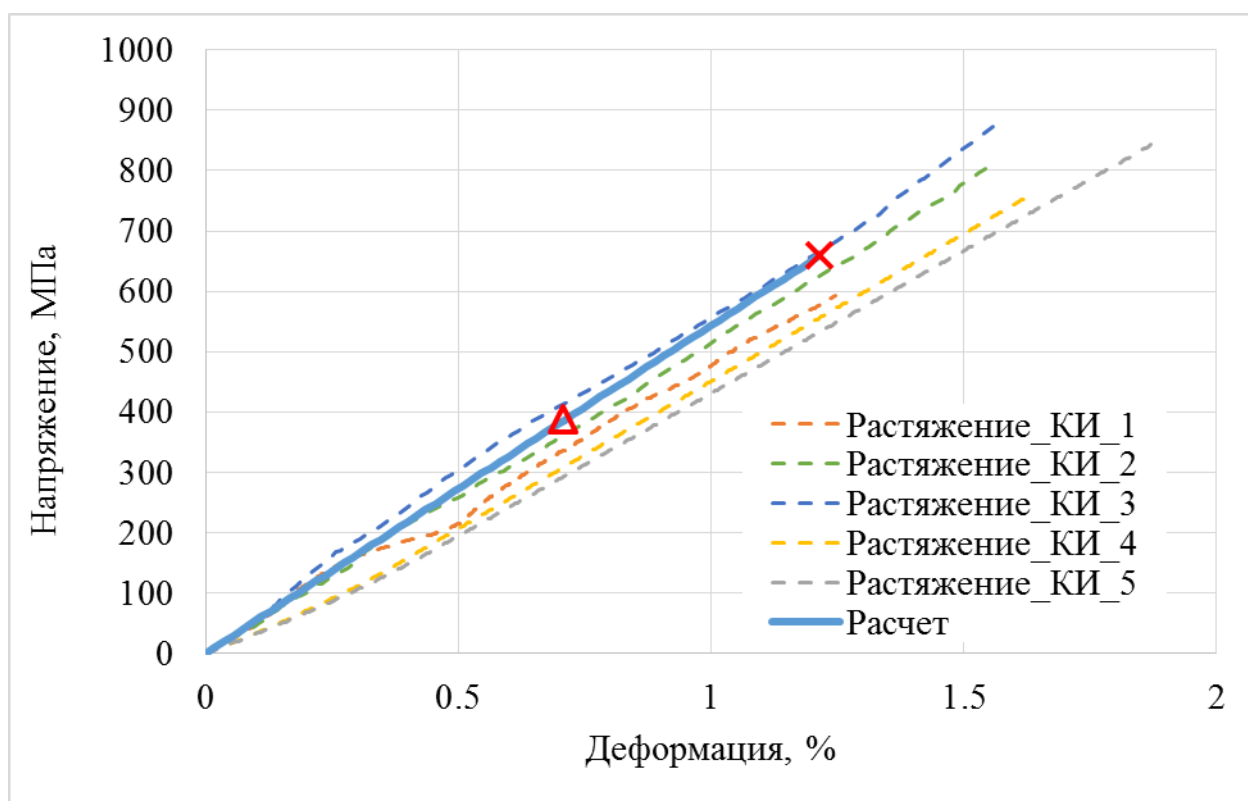


Рисунок 3.3.6 – Диаграммы деформирования при растяжении ПКМ с квазиизотропной выкладкой

Испытания на сжатие

Моделирование эксперимента по сжатию образца ПКМ проводилось путем приложения сжимающего перемещения к одной из границ рабочей части образца. Вторая граница рабочей части образца заделана в направлении оси образца. Схема нагружения приведена на рисунке 3.3.7.

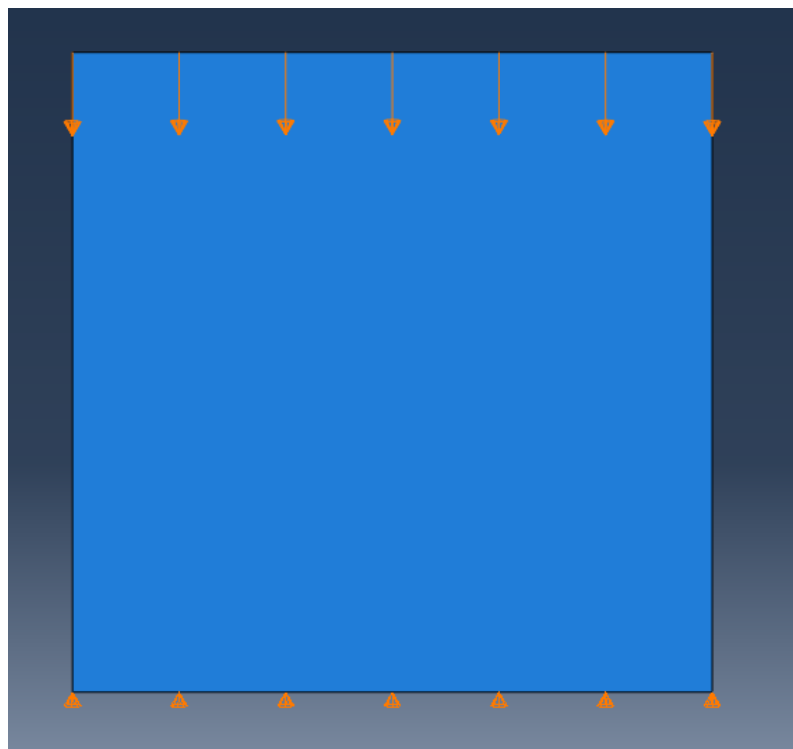


Рисунок 3.3.7 – Расчётная схема нагружения образца ПКМ при сжатии

На рисунках 3.3.8 – 3.3.11 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования, связывающие деформацию и осевое напряжение рабочей части образца ПКМ с различными вариантами выкладки при сжатии. На расчетных диаграммах деформирования отмечены моменты достижения индикаторами прочности значений, равных 1. Зеленым крестиком – индикатор прочности волокна на сжатие F_f^c ; зеленым треугольником – индикатор прочности матрицы на сжатие F_m^c .

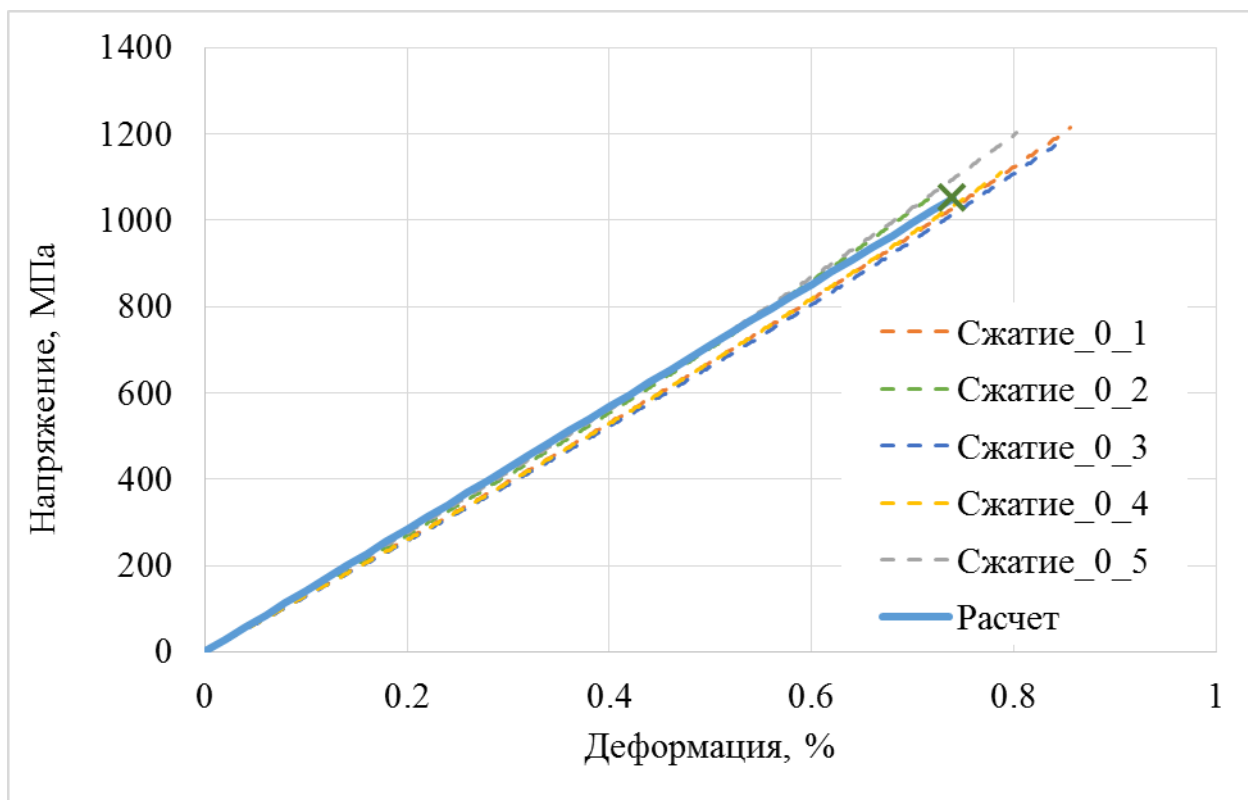


Рисунок 3.3.8 – Диаграммы деформирования при сжатии однонаправленного ПКМ по направлению армирования

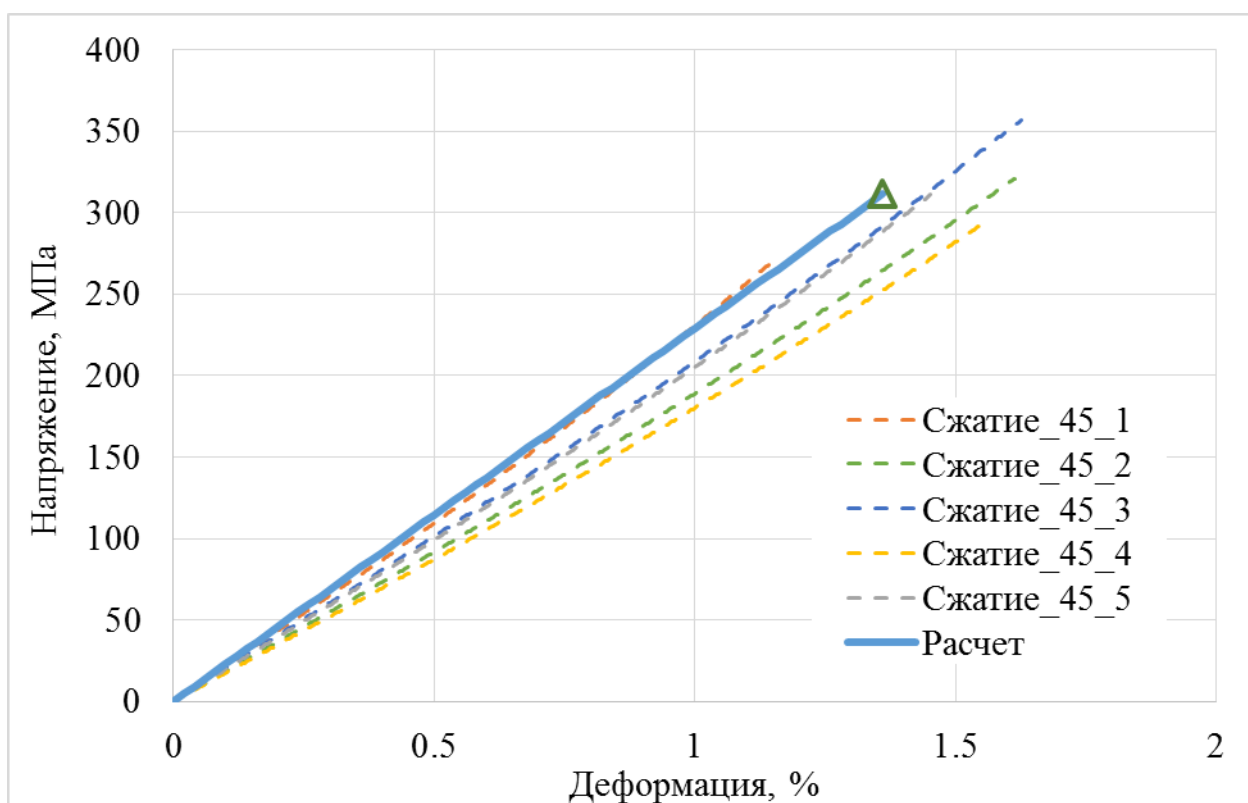


Рисунок 3.3.9 – Диаграммы деформирования при сжатии однонаправленного ПКМ по направлению поперек армирования

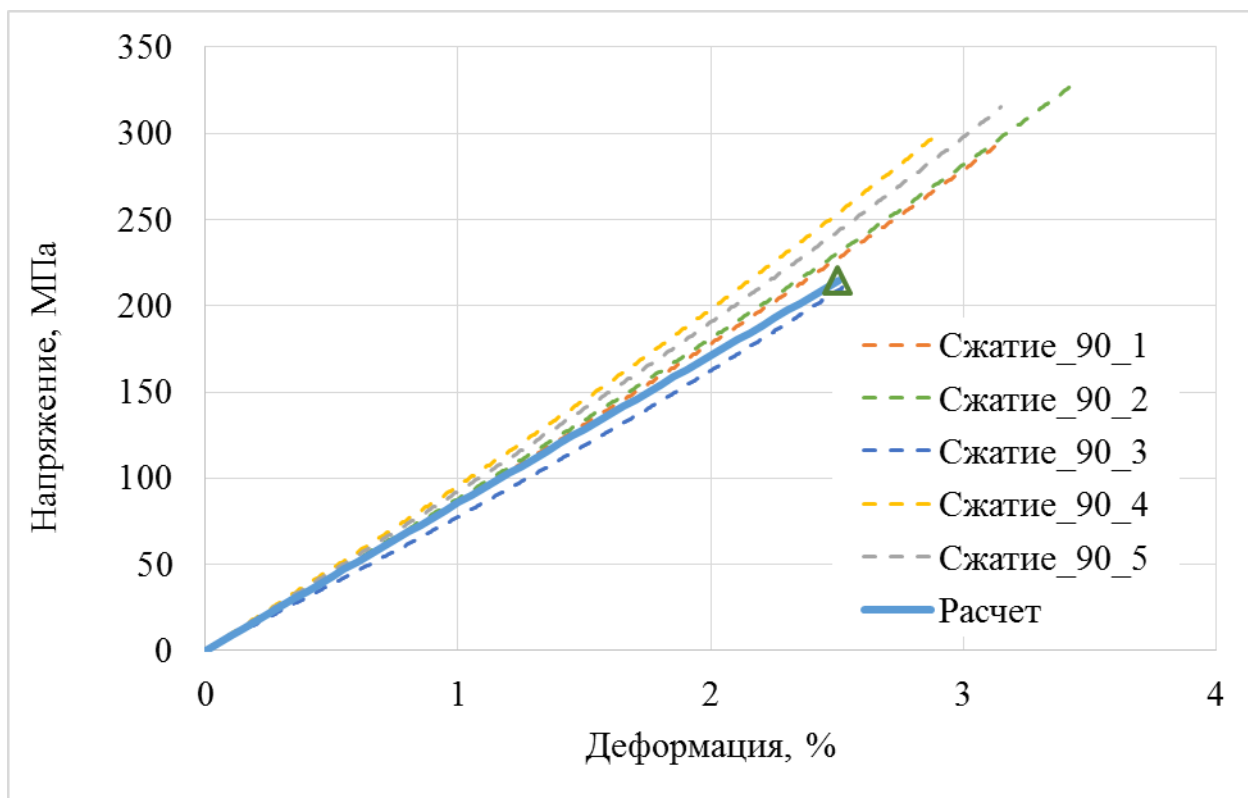


Рисунок 3.3.10 – Диаграммы деформирования при сжатии
однонаправленного ПКМ по направлению под углом 45° относительно оси
армирования

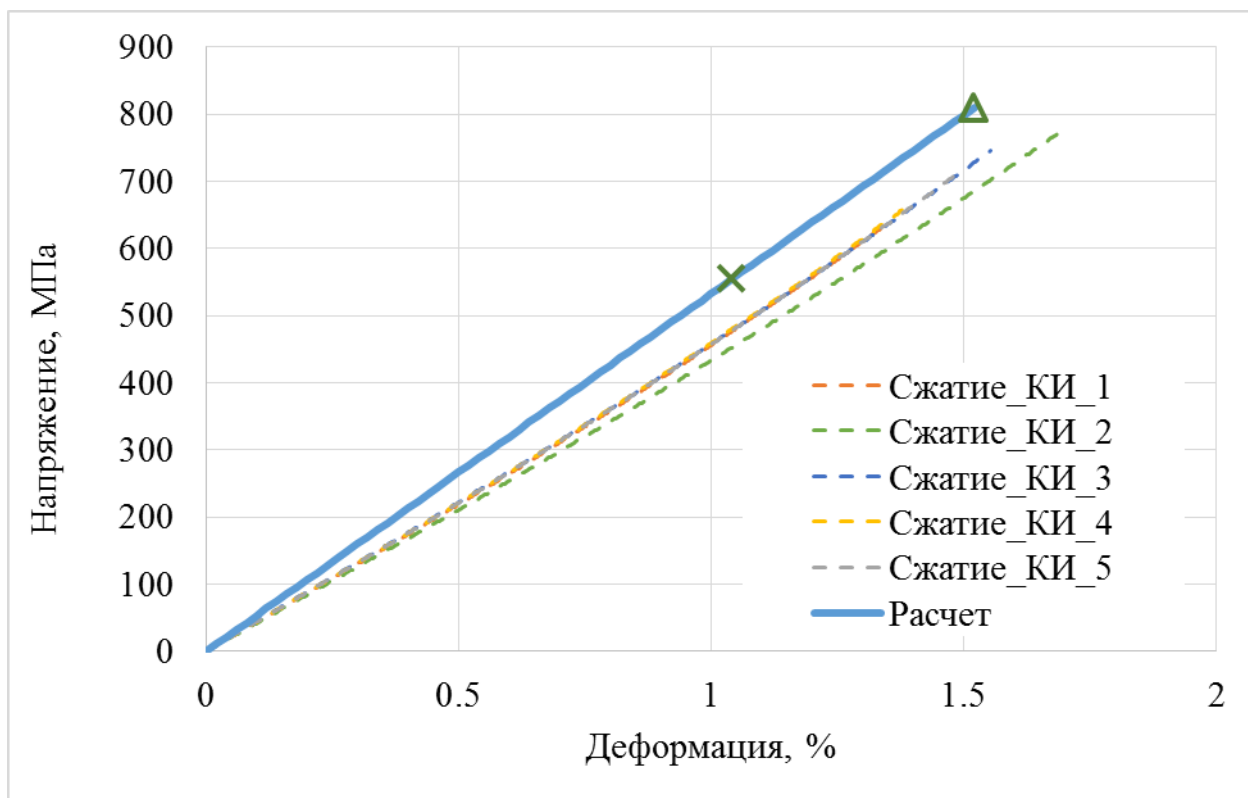


Рисунок 3.3.11 – Диаграммы деформирования при сжатии ПКМ с
квазиизотропной выкладкой

Испытания на трехточечный изгиб

При моделировании испытаний на изгиб в конечно элементной модели реализована схема нагружения образца, аналогичная схеме нагружения при проведении эксперимента. Смоделированы опоры и пуансон с помощью трехмерных жестких элементов. Созданы взаимодействия между поверхностям образца, опор и пуансона. Нагружение образца моделировалось путем перемещения пуансона. Схема нагружения при изгибе приведена на рисунке 3.3.12.

На рисунке 3.3.13 показано распределение осевых напряжений на поверхности образца из однонаправленного ПКМ при моделировании испытания в направлении армирования в момент соответствующий разрушению.

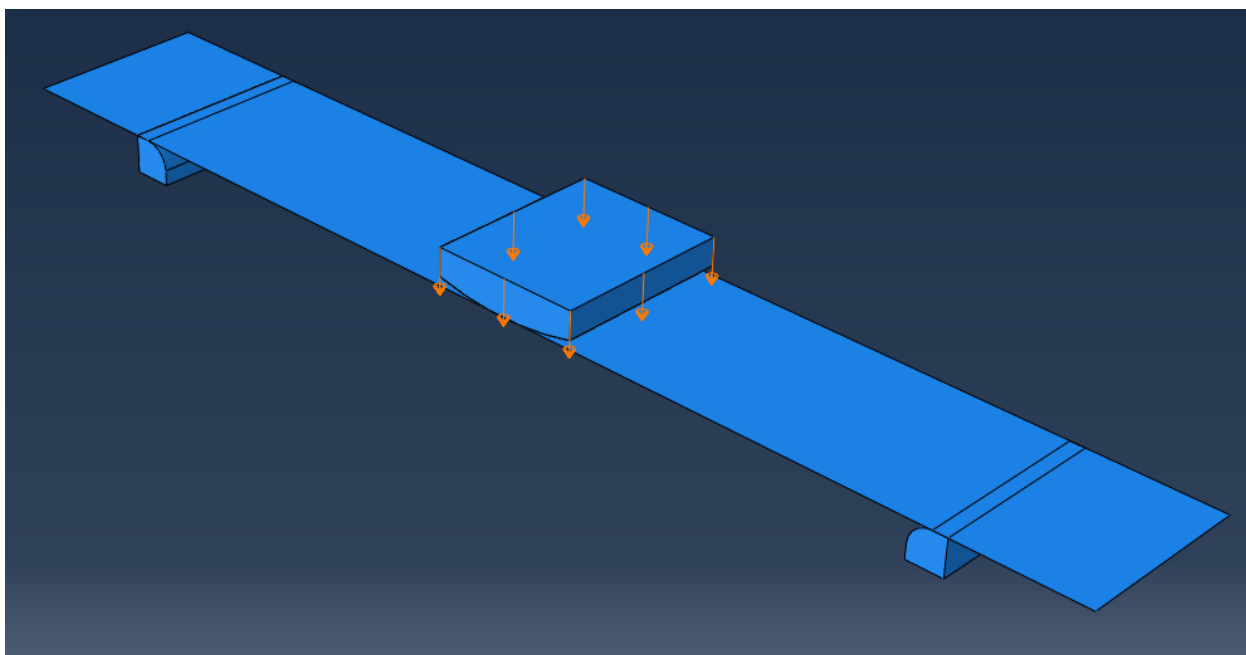


Рисунок 3.3.12 – Расчетная схема нагружения образца ПКМ при изгибе

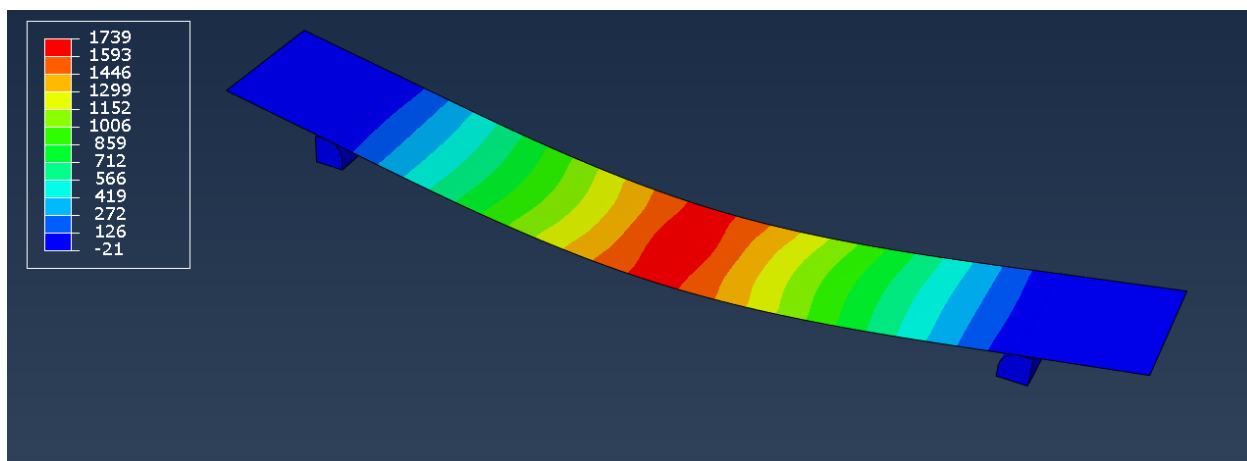


Рисунок 3.3.13 – Картограмма осевых напряжений однонаправленного ПКМ при изгибе в момент разрушения

По результатам расчета получены зависимости прогиба образца от прикладываемой к пуансону нагрузки. Сравнение этих зависимостей с экспериментальными приведено на рисунках 3.3.14 – 3.3.17. На приведенных расчетных диаграммах отмечен момент достижения индикаторами прочности значения равного 1. Красным крестиком – индикатор прочности волокна на растяжение F_f^t ; красным треугольником – индикатор прочности матрицы на растяжение F_m^t ; зеленым крестиком – индикатор прочности волокна на сжатие F_f^c ; зеленым треугольником – индикатор прочности матрицы на сжатие F_m^c .

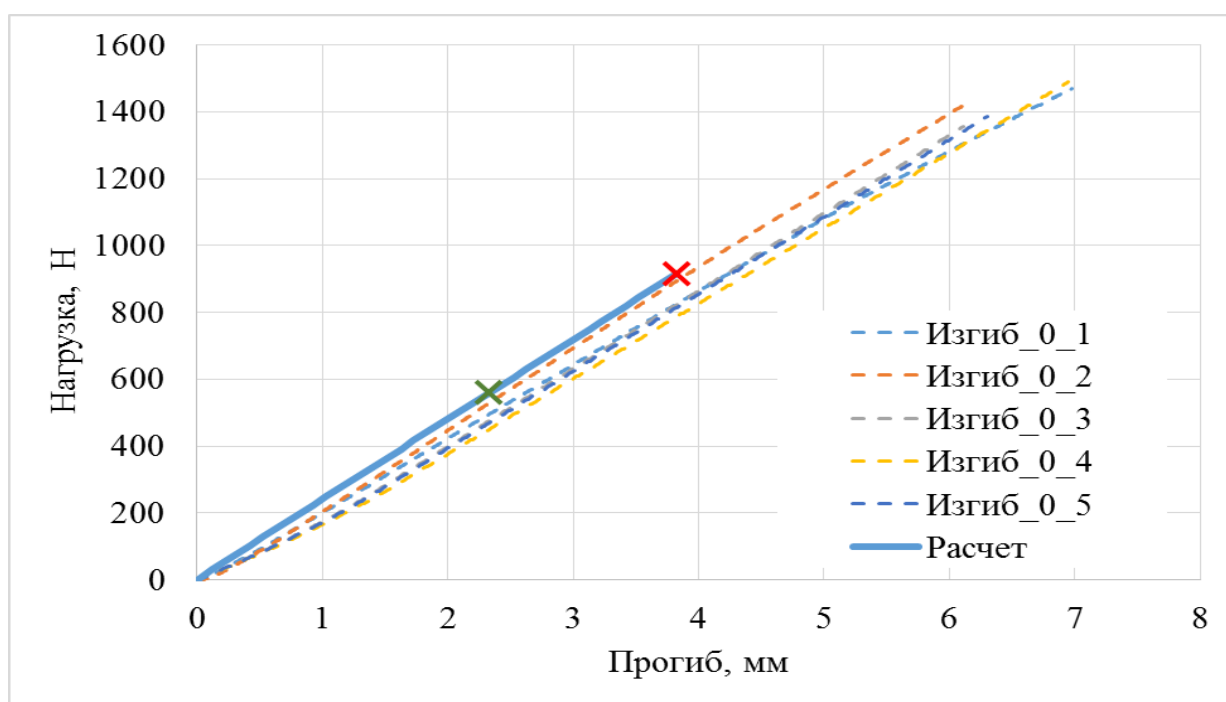


Рисунок 3.3.14 – Диаграммы зависимости "нагрузка-прогиб" при изгибе однонаправленного ПКМ армированного в осевом направлении

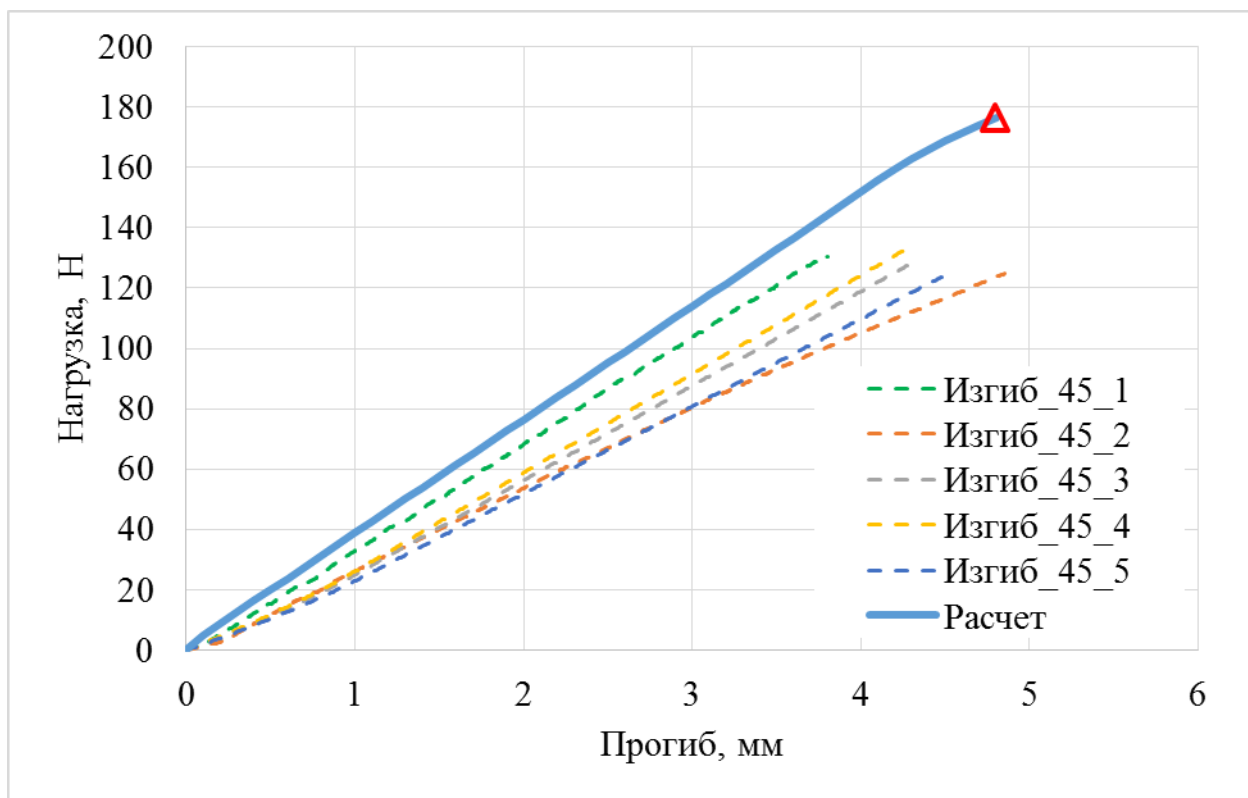


Рисунок 3.3.15 – Диаграммы зависимости "нагрузка-прогиб" при изгибе однонаправленного ПКМ армированного под углом 45° к оси образца

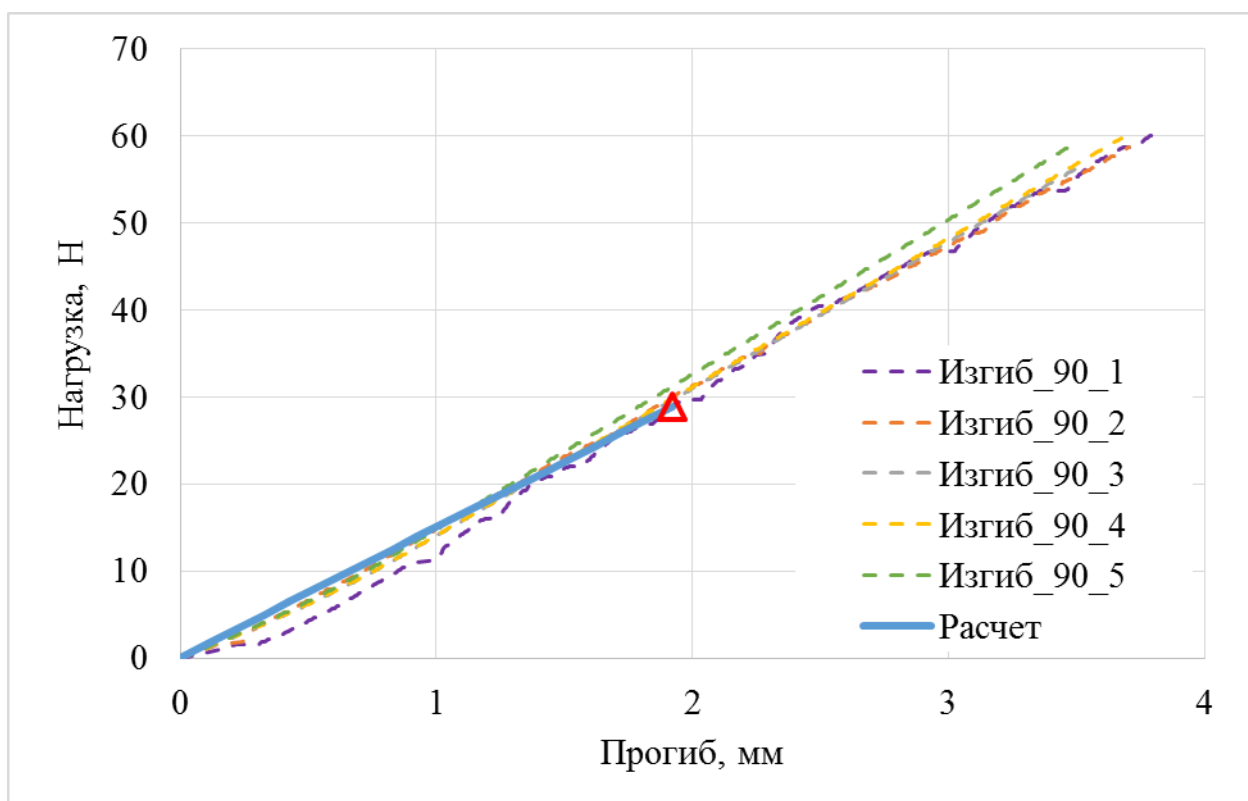


Рисунок 3.3.16 – Диаграммы зависимости "нагрузка-прогиб" при изгибе однонаправленного ПКМ армированного в поперечном направлении

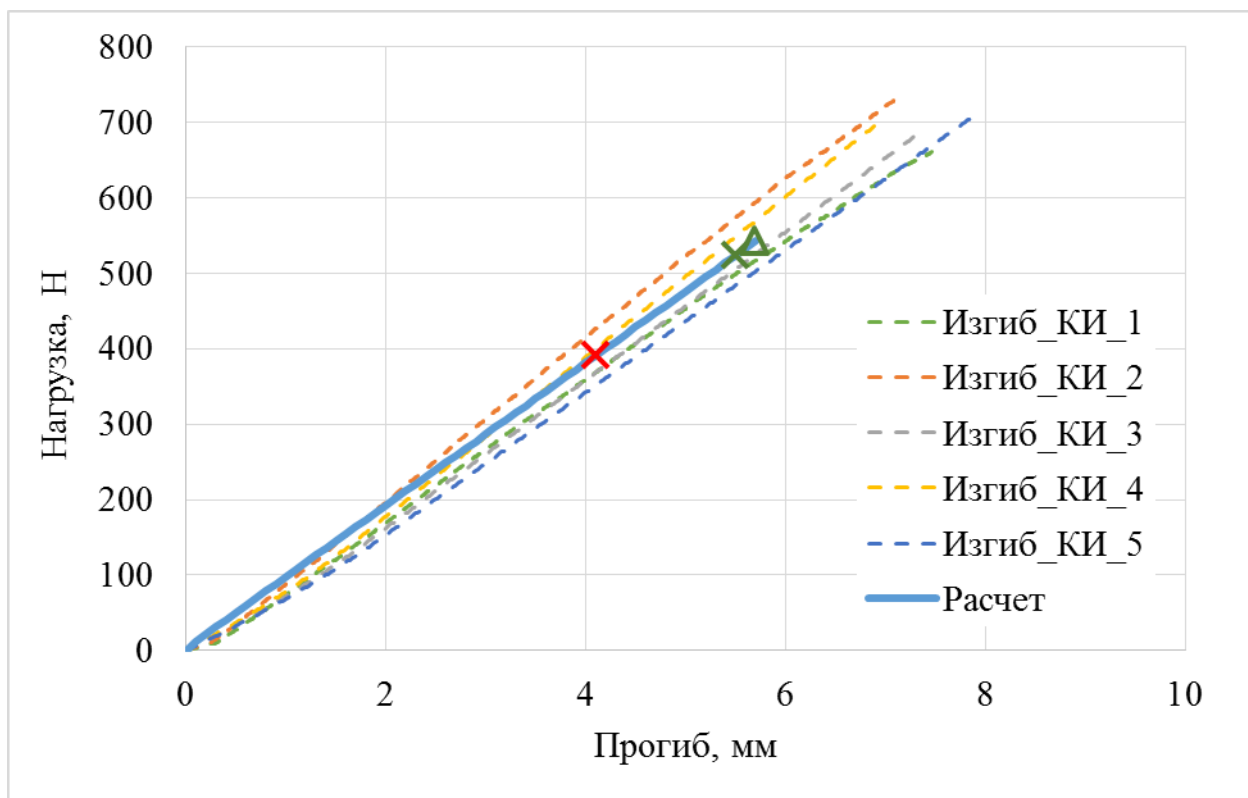


Рисунок 3.3.17 – Диаграммы зависимости "нагрузка-прогиб" при изгибе ПКМ с квазиизотропной выкладкой

Испытания на межслоевой сдвиг

Моделирование испытаний на сдвиг аналогично трехточечному изгибу, но при других размерах опор, пуансона и образца. Схема нагружения образца ПКМ при моделировании испытаний на межслоевой сдвиг приведена на рисунке 3.3.18.

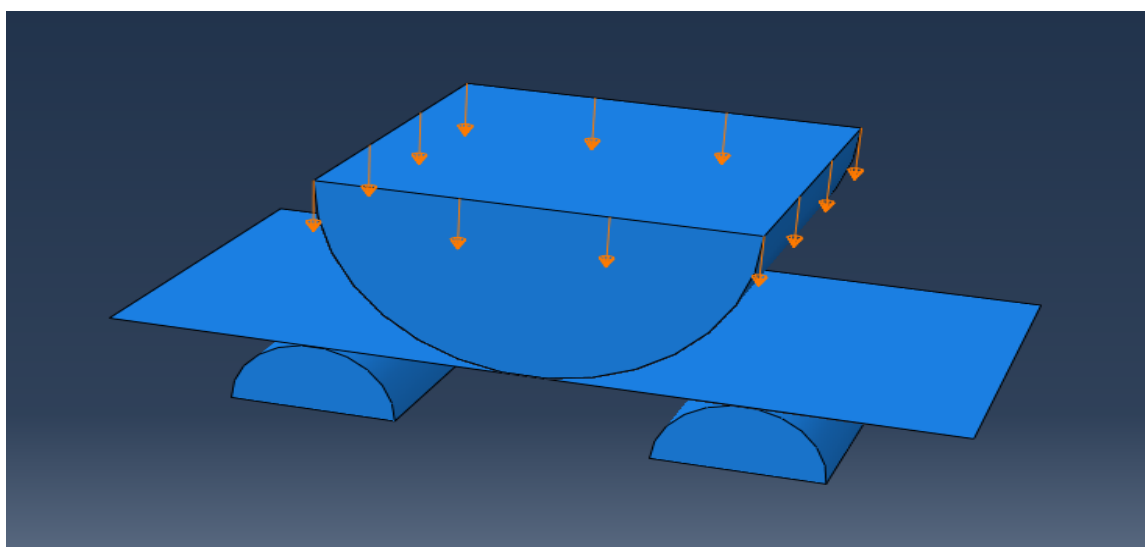


Рисунок 3.3.18 – Расчетная схема нагружения образца ПКМ при межслоевом сдвиге

На рисунке 3.3.19 показано распределение напряжений сдвига в образце ПКМ при моделировании испытания в направлении армирования в момент соответствующий разрушению.

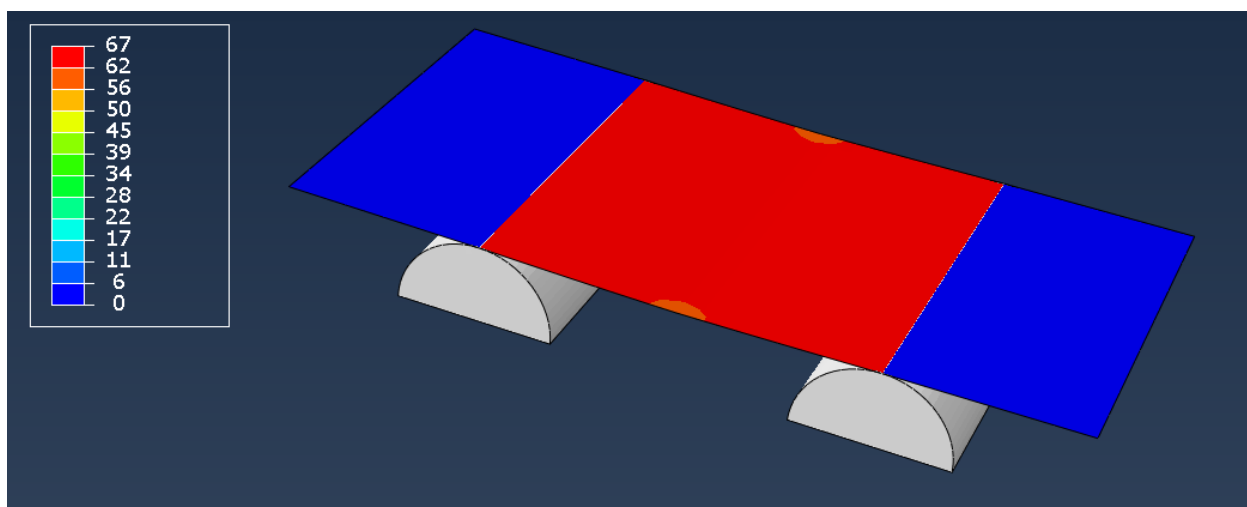


Рисунок 3.3.19 – Картограмма сдвиговых напряжений однонаправленного ПКМ в момент разрушения

По результатам расчета получены зависимости прогиба образца от прикладываемой к пуансону нагрузке. Сравнение этих зависимостей с экспериментальными приведено на рисунках 3.3.20 – 3.3.21. На приведенных расчетных диаграммах отмечен момент достижения индикаторами прочности значения, равного 1. Зеленым крестиком – индикатор прочности волокна на сжатие F_f^c ; красным квадратом – индикатор прочности при межслоевом сдвиге F_{13}^s и F_{23}^s .

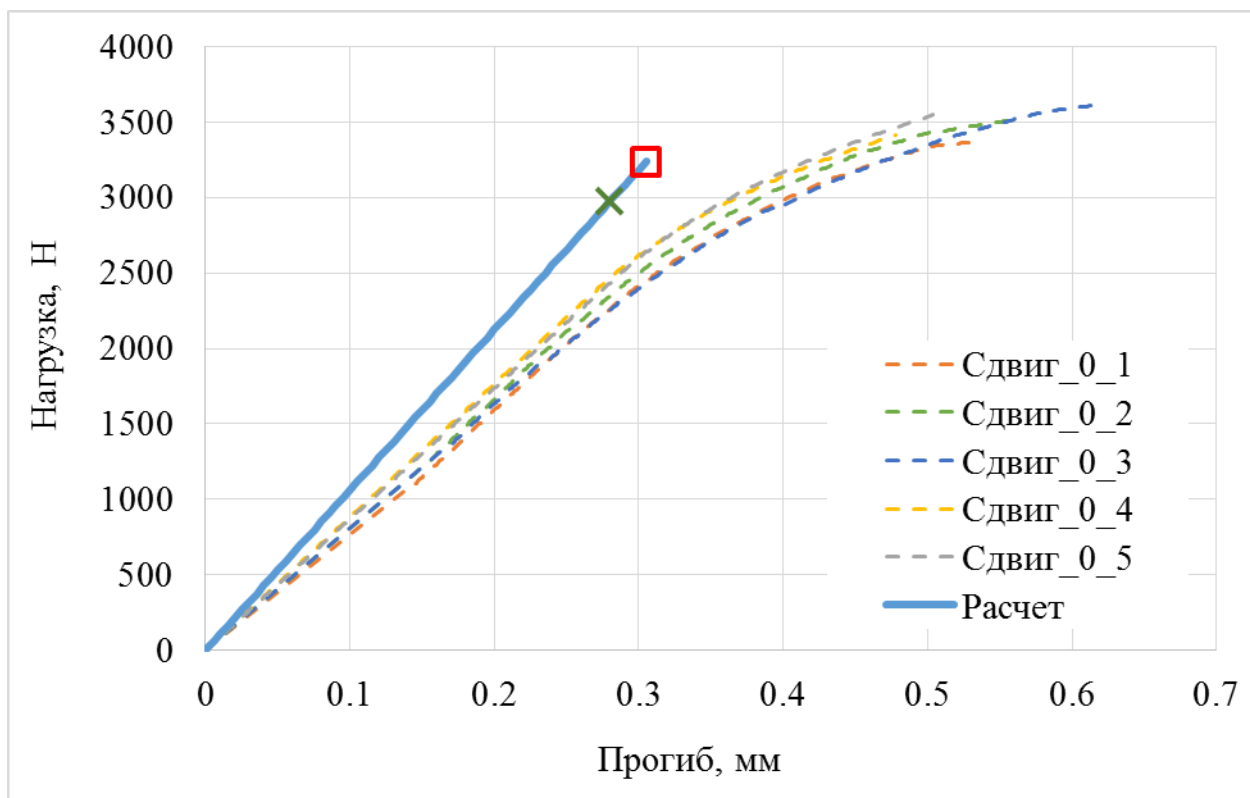


Рисунок 3.3.20 – Диаграммы зависимости "нагрузка-прогиб" при сдвиге однонаправленного ПКМ армированного в осевом направлении

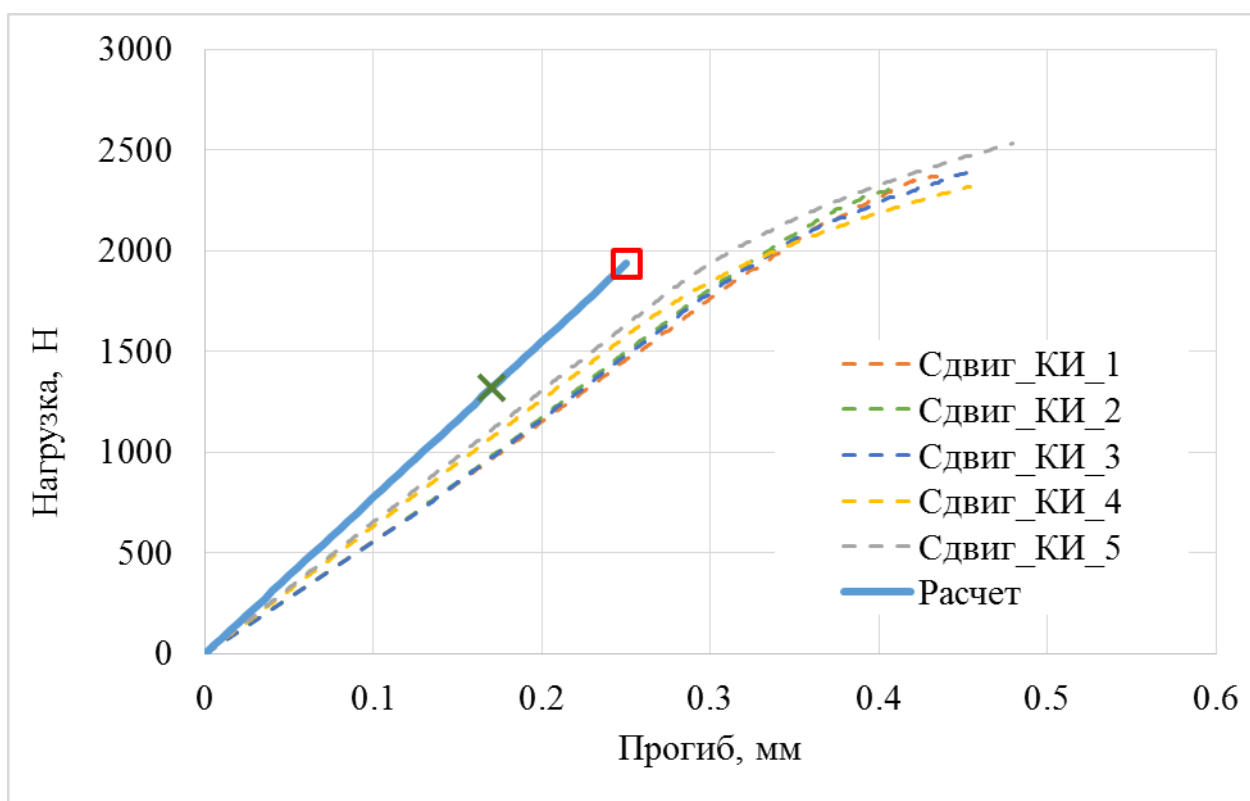


Рисунок 3.3.21 – Диаграммы зависимости "нагрузка-прогиб" при сдвиге ПКМ с квазиизотропной выкладкой

Выводы по разделу:

Таким образом, при разработке метода оценки напряженно-деформированного состояния определен минимальный необходимый объем экспериментальных данных, позволяющих идентифицировать параметры модели и критерия прочности. Разработан метод идентификации параметров монослоя ПКМ по результатам испытаний на растяжение, сжатие и межслоевой сдвиг однонаправленных образцов под углами 0° , 45° и 90° к направлению армирования. Также проведена верификация модели поведения ПКМ, критерия прочности и метода идентификации параметров монослоя, путем сравнения расчетных и экспериментальных диаграмм нагружения однонаправленных образцов и образцов с квазиизотропной выкладкой при растяжении, сжатии, изгибе и сдвиге. Получено хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

ГЛАВА 4. ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Здесь и далее представлен анализ усталостных характеристик однонаправленных углепластиков из статьи Jen M.–H.R., Lee C.H. [118]. В научной работе представлены результаты экспериментальных исследований при циклическом нагружении однонаправленных образцов, армированных в направлениях 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° и 90° , при коэффициентах асимметрии r_{xx} 0; 0,2; 5, $-\infty$. Под коэффициентом асимметрии r_{xx} принимается отношение минимального значения номинального напряжения образца при растяжении или сжатии к его минимальному значению.

Как уже отмечалось в разделе 3.1, разрушение образцов такого углепластика с углами армирования 15° , 30° , 45° , 60° , 75° и 90° происходит по механизму разрушения матрицы, а при 0° – по механизму волокна, что характерно как при испытаниях на растяжение, так и на сжатие.

4.1. Усталость ПКМ в случае отнулевого цикла нагружения

Рассмотрим случаи нагружения образцов при отнулевых циклах растяжения $r_{xx} = 0$ и сжатия $r_{xx} = -\infty$. На рисунках 4.1.1 и 4.1.2 представлены результаты испытаний образцов углепластика с коэффициентами $r_{xx} = 0$ и $r_{xx} = -\infty$ в виде зависимостей

$$\sigma = f(N_f), \quad (4.1.1)$$

где σ – максимальное или минимальное напряжение цикла, N_f – число циклов до разрушения.

Каждый рисунок разделен на две части по механизмам разрушения и соответствующим им углам армирования.

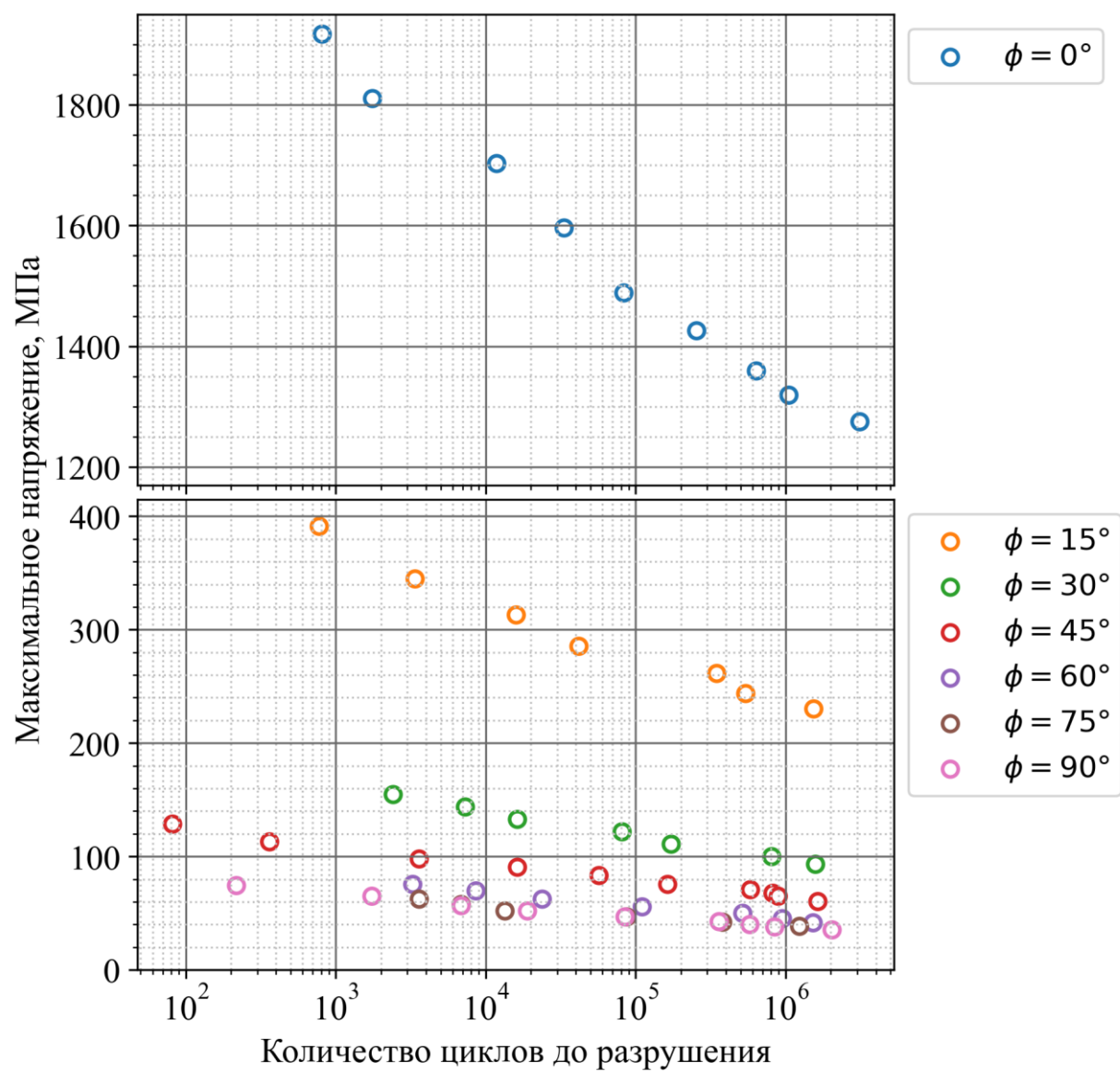


Рисунок 4.1.1 – Диаграмма зависимости максимальных напряжений от числа циклов до разрушения углепластика при $r_{xx} = 0$

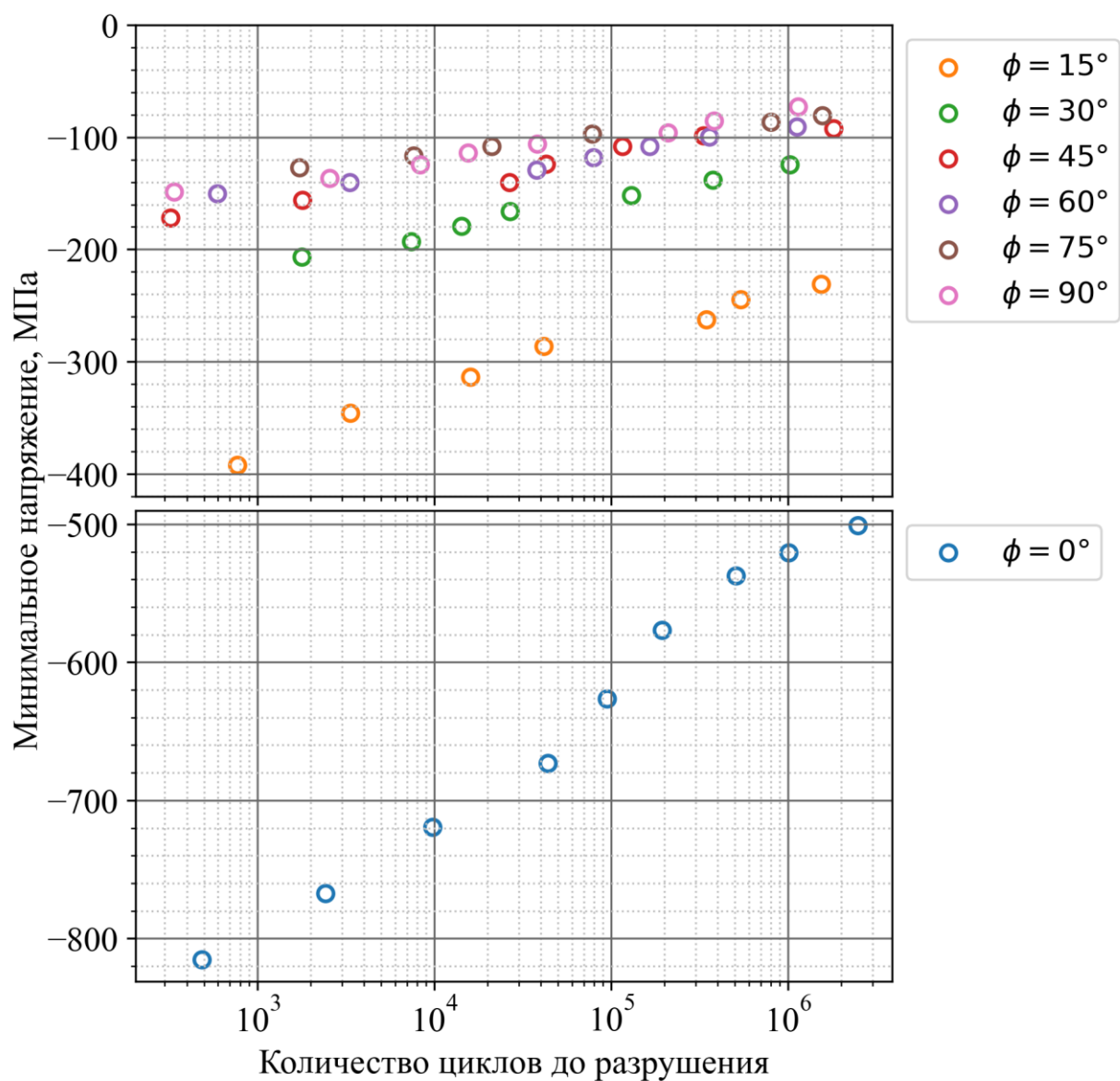


Рисунок 4.1.2 – Диаграмма зависимости минимальных напряжений от числа циклов до разрушения углепластика при $r_{xx} = -\infty$

Представим эти зависимости в следующем виде:

$$F = f(N_f), \quad (4.1.2)$$

где F – один из четырех индикаторов F_f^t , F_m^t , F_f^c , F_m^c критерия прочности Хашина.

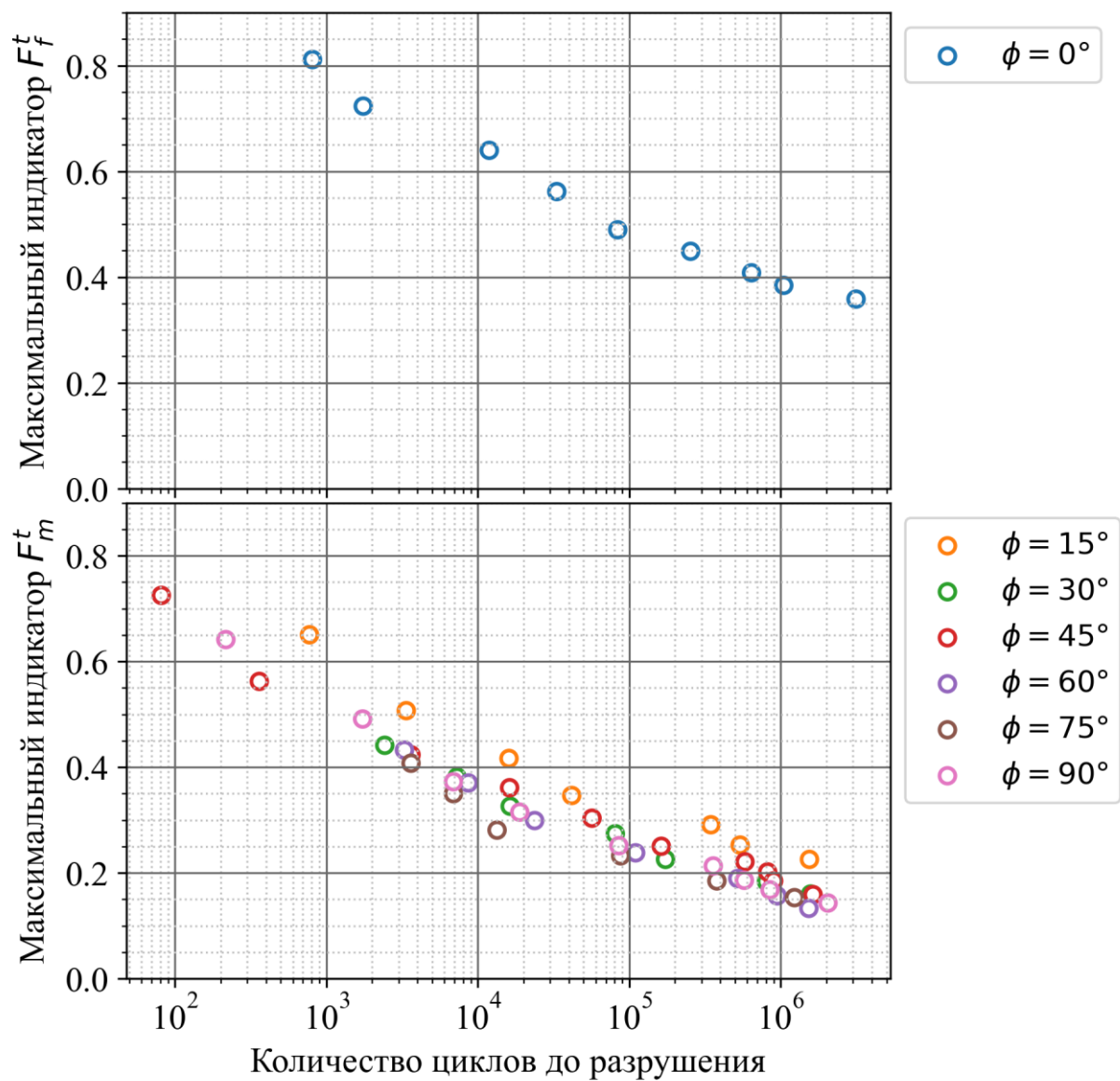


Рисунок 4.1.3 – Диаграмма зависимости индикаторов прочности от числа циклов до разрушения углепластика при $r_{xx} = 0$

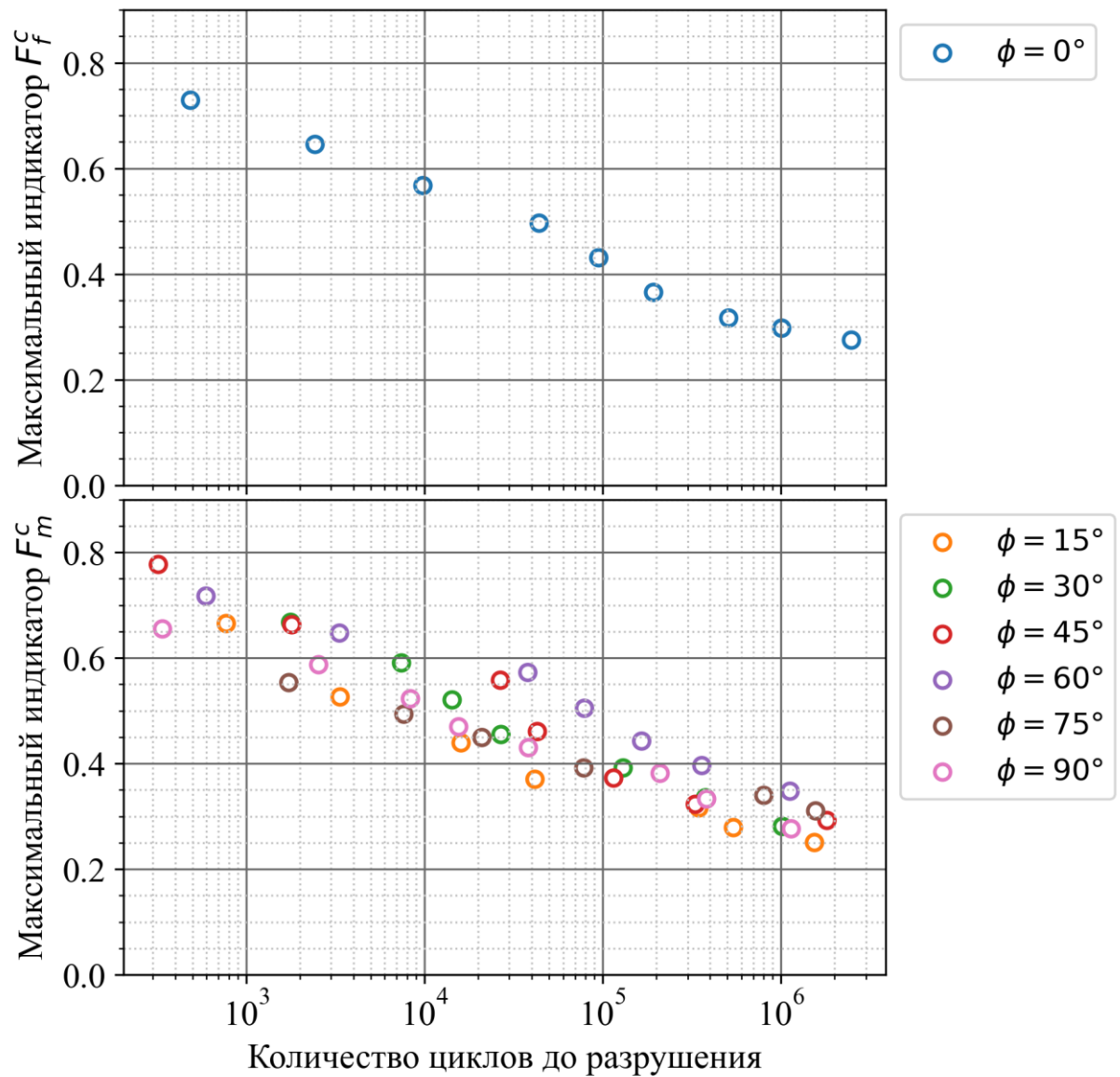


Рисунок 4.1.4 – Диаграмма зависимости индикаторов прочности от числа циклов до разрушения углепластика при $r_{xx} = -\infty$

Как видно из рисунков 4.1.3 и 4.1.4, для механизмов разрушения матрицы F_m^t и F_m^c вид кривой усталости не зависит от направления нагружения (угла выкладки), в подтверждение этой гипотезы для механизмов разрушения волокна F_f^t и F_f^c недостаточно исходных данных, необходимо проведение дополнительных экспериментов с направлением нагружения $0^\circ < \varphi \leq 5^\circ$.

Рассмотрим несколько вариантов описания кривых усталости с помощью следующих аналитических уравнений, приведенных к индикаторам прочности Хашина:

1) Двухпараметрическое уравнение в полулогарифмических координатах с учетом и без учета разрушения при статическом нагружении [137]:

$$\log_{10}(N_f) = C - mF_{max}, \quad (4.1.3)$$

где C и m – параметры определяемые экспериментально, F_{max} – максимальное значение индикатора прочности Хашина.

Представим уравнение 4.1.3 в виде функции числа циклов:

$$F_{max} = \frac{C - \log_{10}(N_f)}{m} \quad (4.1.4)$$

или наоборот

$$N_f = 10^{(C - mF_{max})} \quad (4.1.5)$$

Если кривая проходит через точку, описывающую разрушение при статическом нагружении, тогда принимая $F_{max} = 1$ и $N_f = 1$, получим:

$$1 = \frac{C - \log_{10}(1)}{m}, \quad (4.1.6)$$

откуда следует, что:

$$m = C. \quad (4.1.7)$$

Тогда с учетом 4.1.7 уравнения 4.1.4 и 4.1.5 принимают вид:

$$F_{max} = 1 - \frac{\log_{10}(N_f)}{C}, \quad (4.1.8)$$

$$N_f = 10^{C(1 - F_{max})}. \quad (4.1.9)$$

Тогда параметр C определяется следующим образом:

$$C = \frac{\log_{10}(N_f)}{1 - F_{max}}. \quad (4.1.10)$$

2) Степенное двухпараметрическое уравнение в логарифмических координатах с учетом и без учета разрушения при статическом нагружении:

$$N_f F_{max}^m = C \quad (4.1.11)$$

Аналогично предыдущему уравнению выразим в виде функции числа циклов:

$$F_{max} = \left(\frac{C}{N_f} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (4.1.12)$$

или наоборот

$$N_f = \frac{C}{F_{max}^m}. \quad (4.1.13)$$

Если кривая проходит через точку, описывающую разрушение при статическом нагружении, тогда принимая $F_{max} = 1$ и $N_f = 1$, получим:

$$1 = \frac{C}{1^m}, \quad (4.1.14)$$

откуда следует, что

$$C = 1. \quad (4.1.15)$$

Тогда уравнение 4.1.11 и 4.1.12 принимают вид:

$$F_{max} = N_f^{-\frac{1}{m}}, \quad (4.1.16)$$

$$N_f = F_{max}^{-m}, \quad (4.1.17)$$

а параметр m определяется как логарифм числа циклов по основанию индикатора прочности Хашина:

$$m = - \frac{\log_{10}(N_f)}{\log_{10}(F_{max})} = \log_{F_{max}}(N_f). \quad (4.1.18)$$

3) Степенное трехпараметрическое уравнение [120]:

$$\sigma_0 - \sigma_{max} = a\sigma_{max} \left[\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \right]^b (N_f^c - 1), \quad (4.1.19)$$

где σ_0 – разрушающее напряжение, a и b – параметры определяемые экспериментально.

Приведем уравнение 4.1.17 к функции вида 4.1.2, σ_0 соответствует моменту разрушения при $F = 1$, $\sigma_{max} - F_{max}$, получим:

$$1 - F_{max} = aF_{max}^{b+1}(N_f^c - 1) \quad (4.1.20)$$

или

$$N_f = \left[\frac{F_{max}^b}{a} (F_{max}^{-1} - 1) + 1 \right]^{\frac{1}{c}}. \quad (4.1.21)$$

Аналитическое уравнение 4.1.21 описывает кривую усталости, проходящую через точку разрушения при статическом нагружении.

На рисунках 4.1.5-4.1.8 представлены 5 кривых усталости, описываемых уравнениями 4.1.5, 4.1.9, 4.1.13, 4.1.17 и 4.1.21.

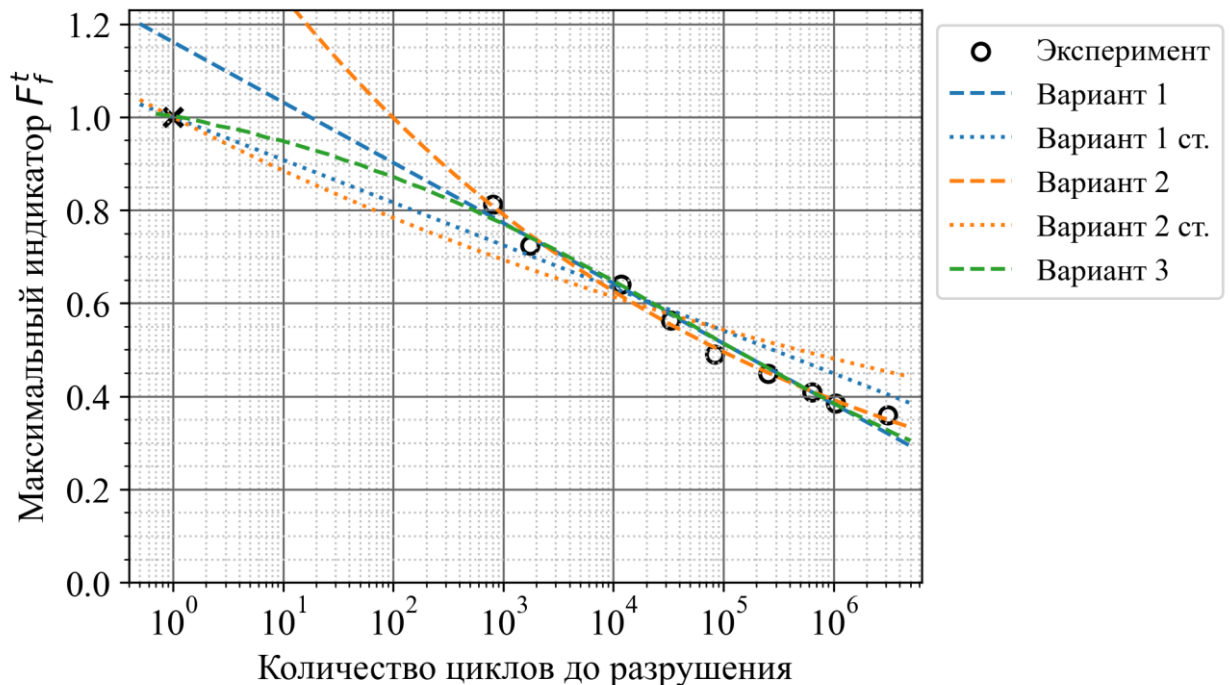


Рисунок 4.1.5 – Кривые усталости "индикатор прочности волокна при растяжении – число циклов до разрушения" при $r_{xx} = 0$

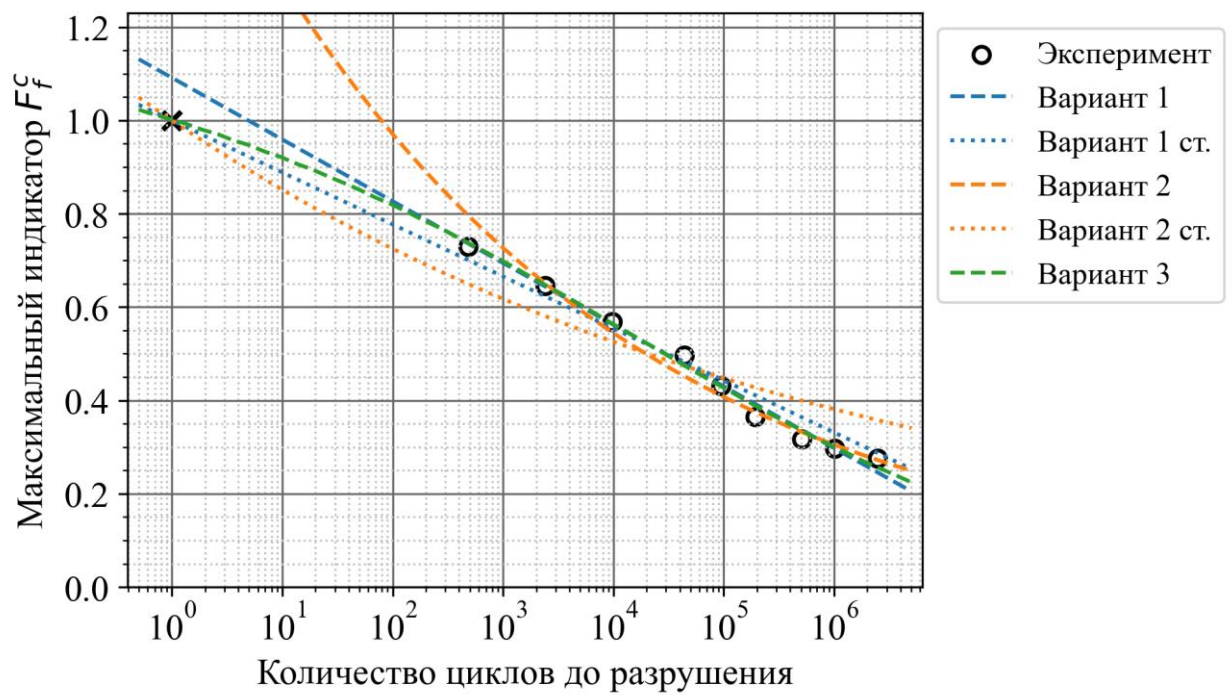


Рисунок 4.1.6 – Кривые усталости "индикатор прочности волокна при сжатии – число циклов до разрушения" при $r_{xx} = 0$

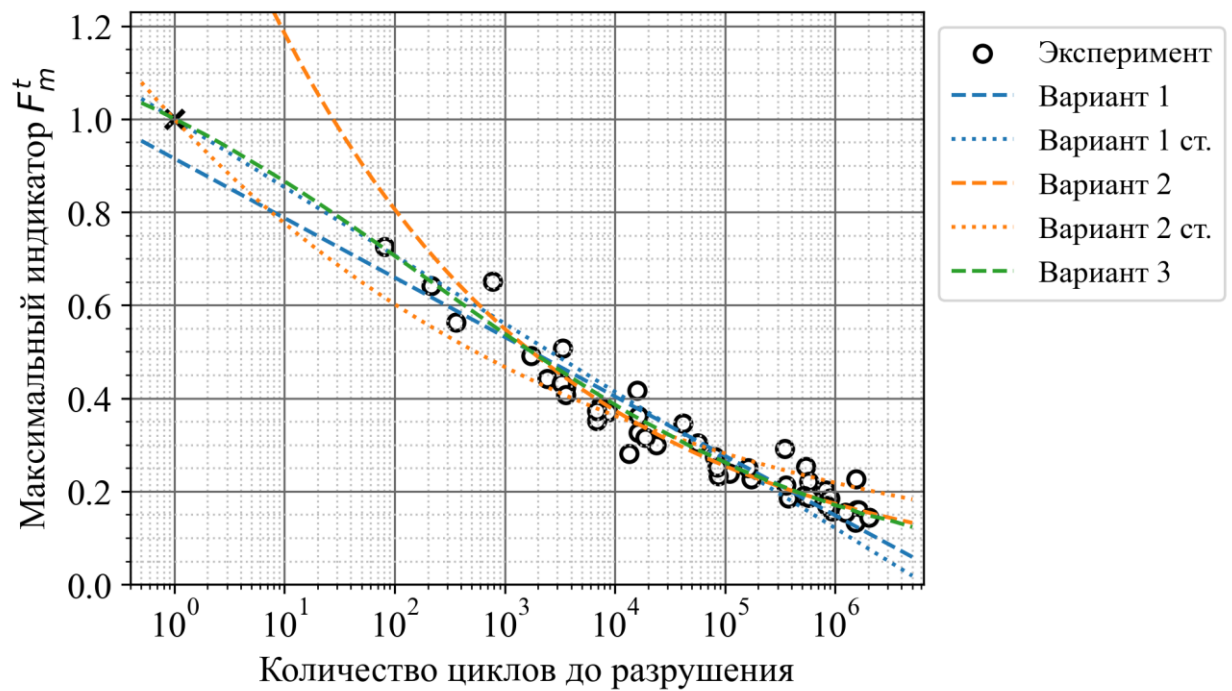


Рисунок 4.1.7 – Кривые усталости "индикатор прочности матрицы при растяжении – число циклов до разрушения" при $r_{xx} = -\infty$

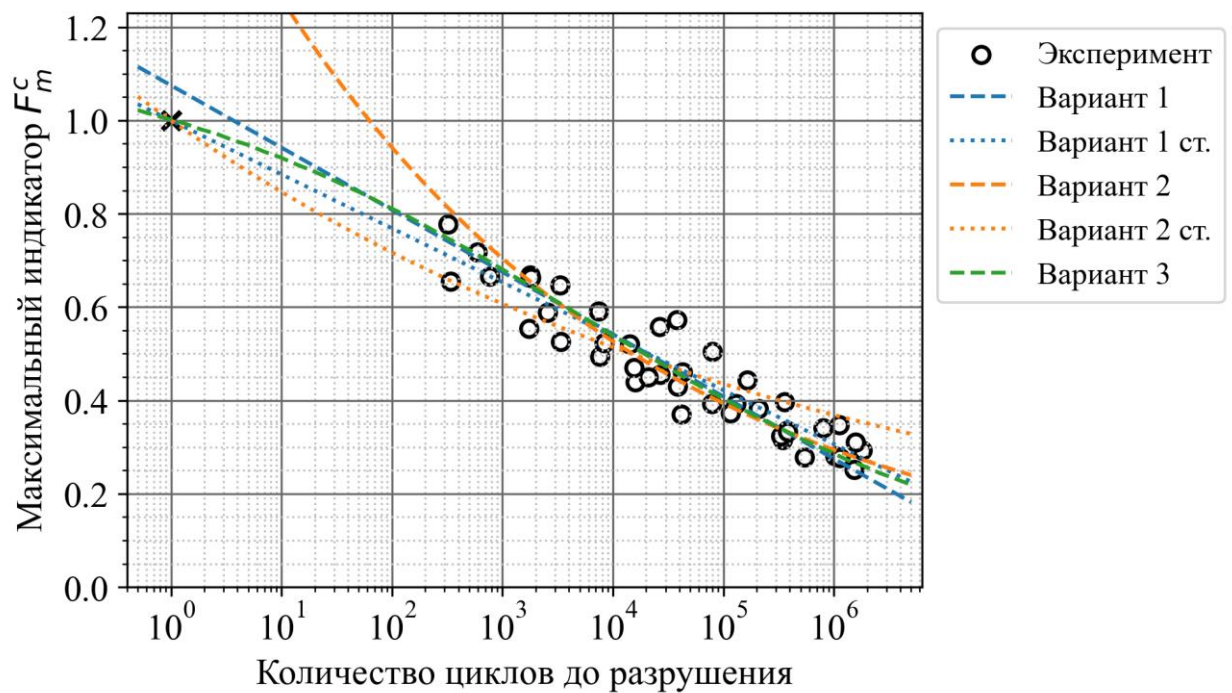


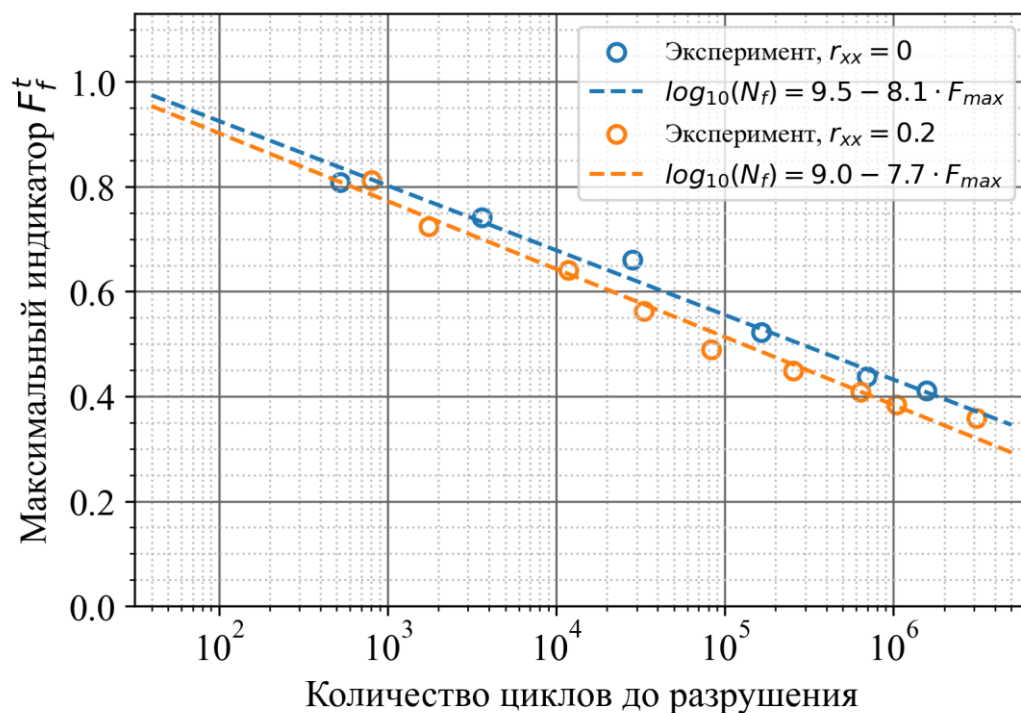
Рисунок 4.1.8 – Кривые усталости "индикатор прочности матрицы при сжатии – число циклов до разрушения" при $r_{xx} = -\infty$

4.2. Усталость ПКМ в случае знакопостоянного цикла нагружения

Рассмотрим частные случаи нагружения образцов при знакопостоянных циклах растяжения $r_{xx} = 0,2$ и сжатия $r_{xx} = 5$. На рисунках 4.2.1-4.2.4 представлено сравнение кривых усталости углепластика с коэффициентами асимметрии цикла $r_{xx} = 0$ и $r_{xx} = 0,2$, $r_{xx} = -\infty$ и $r_{xx} = 5$, аппроксимированных уравнением

$$\log_{10}(N_f) = C - mF_{max}. \quad (4.2.1)$$

Также на легенде каждого рисунка указаны значения определяемых экспериментально параметров m и C .



0,

Рисунок 4.2.1 – Сравнение кривых усталости " $F_f^t - N_f$ "
при $r_{xx} = 0$ и $r_{xx} = 0,2$

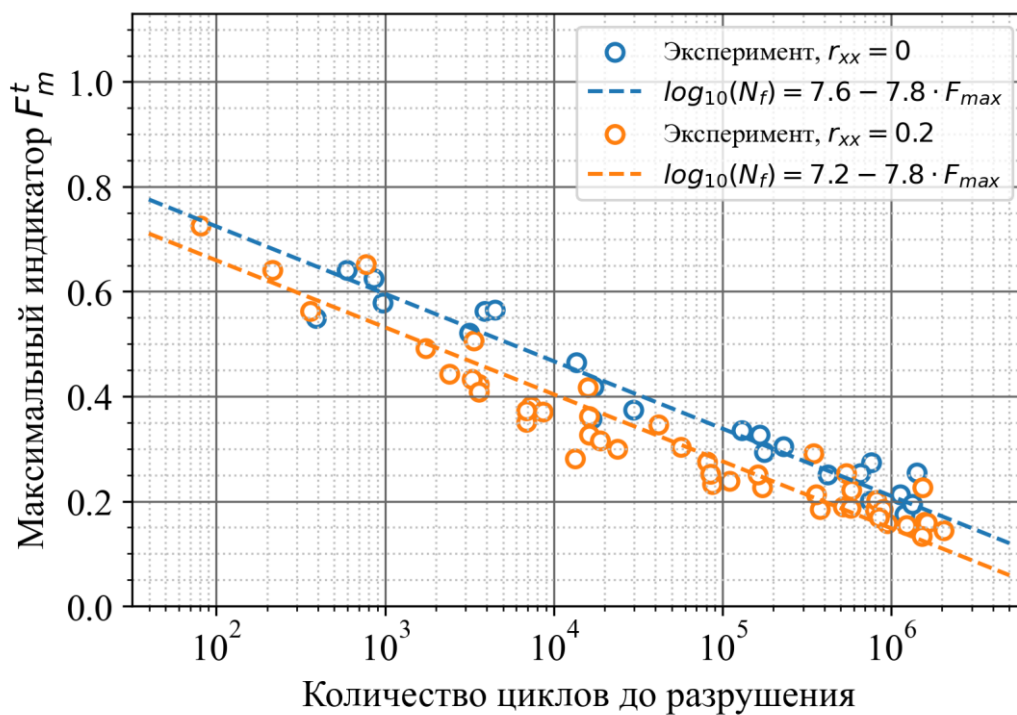


Рисунок 4.2.2 – Сравнение кривых усталости " $F_m^t - N_f$ "
при $r_{xx} = 0$ и $r_{xx} = 0,2$

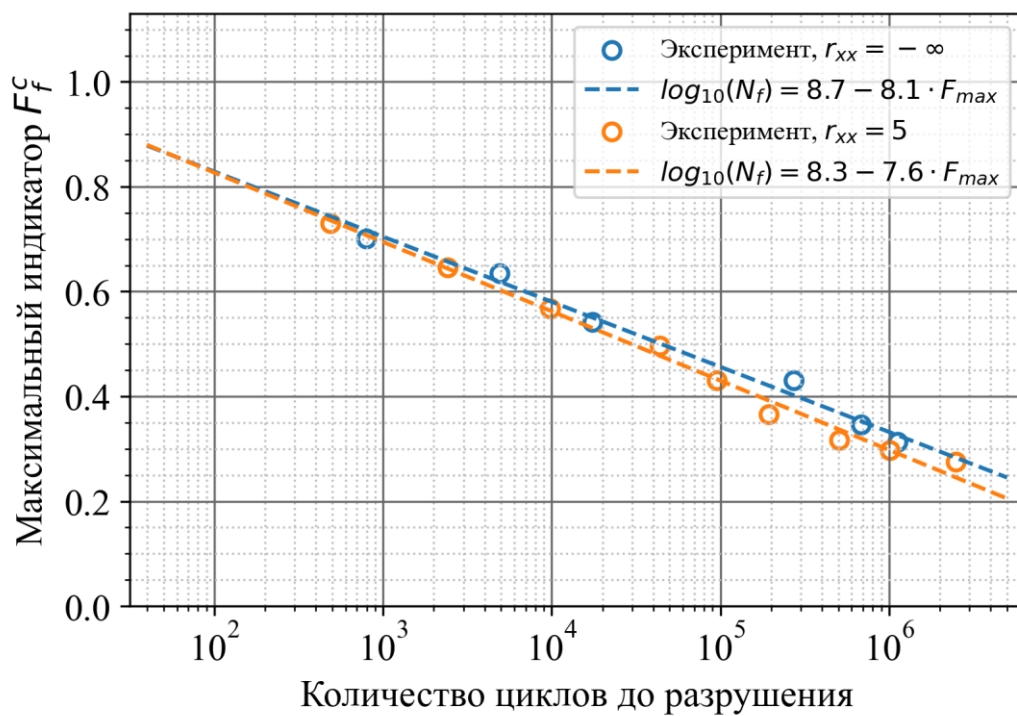


Рисунок 4.2.3 – Сравнение кривых усталости " $F_f^c - N_f$ "
при $r_{xx} = -\infty$ и $r_{xx} = 5$

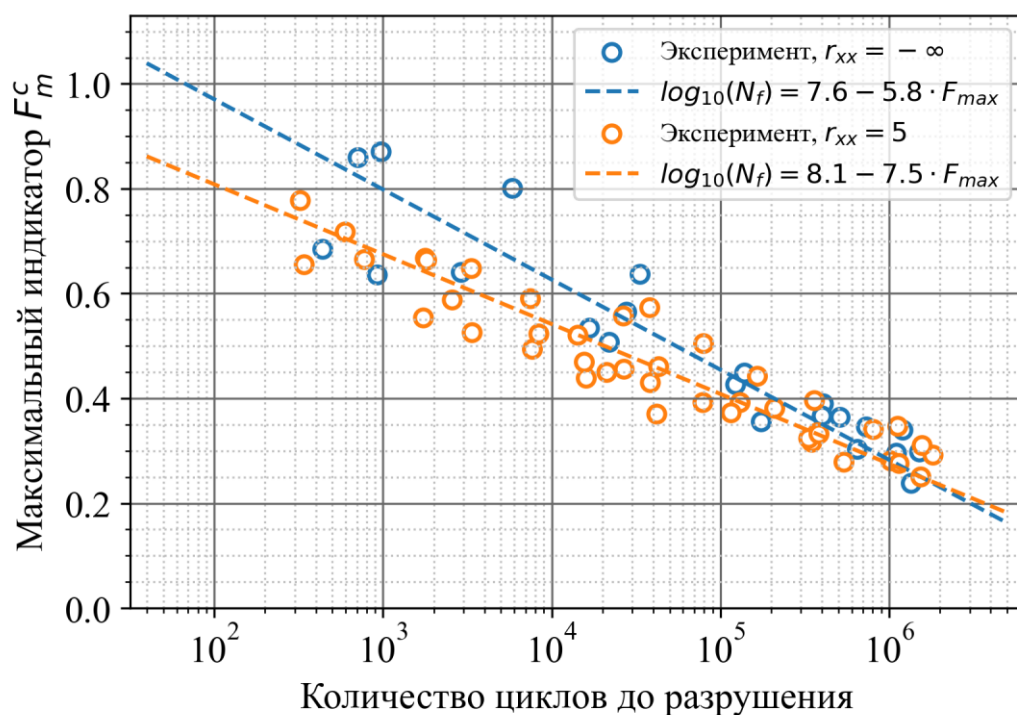


Рисунок 4.2.4 – Сравнение кривых усталости " $F_m^c - N_f$ "
при $r_{xx} = -\infty$ и $r_{xx} = 5$

Введем обозначение коэффициента асимметрии цикла R для индикаторов разрушения F :

$$R = \sqrt{\frac{F_{min}}{F_{max}}} \quad (4.2.2)$$

где $R \in [R_f^t, R_f^c, R_m^t, R_m^c]$ – коэффициент асимметрии цикла, $F_{min} \in [F_{f_{min}}^t, F_{f_{min}}^c, F_{m_{min}}^t, F_{m_{min}}^c]$ и $F_{max} \in [F_{f_{max}}^t, F_{f_{max}}^c, F_{m_{max}}^t, F_{m_{max}}^c]$ – соответствующие минимальное и максимальное значения индикатора прочности в цикле. Квадратный корень из отношения 4.2.2 обусловлен квадратичным характером функций индикаторов F и необходим для сопоставления с коэффициентом асимметрии r_{xx} .

Выразим минимальный и максимальный индикаторы прочности для механизма разрушения по волокну при растяжении:

$$F_{f_{max}}^t = \left[\left(\frac{T_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{max}}^2; \quad (4.2.3)$$

$$F_{f_{min}}^t = \left[\left(\frac{T_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{min}}^2. \quad (4.2.4)$$

Тогда связь R с r_{xx} :

$$R_f^t = \sqrt{\frac{\sigma_{xx_{min}}^2}{\sigma_{xx_{max}}^2}} = r_{xx}. \quad (4.2.5)$$

Для сжатия волокна:

$$F_{f_{max}}^c = \left(\frac{T_{11} \sigma_{xx_{min}}}{X^c} \right)^2; \quad (4.2.6)$$

$$F_{f_{min}}^c = \left(\frac{T_{11} \sigma_{xx_{max}}}{X^c} \right)^2; \quad (4.2.7)$$

$$R_f^c = \sqrt{\frac{\sigma_{xx_{max}}^2}{\sigma_{xx_{min}}^2}} = r_{xx}^{-1}. \quad (4.2.8)$$

Для растяжения матрицы:

$$F_{m_{max}}^t = \left[\left(\frac{T_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{max}}^2; \quad (4.2.9)$$

$$F_{m_{min}}^t = \left[\left(\frac{T_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{min}}^2; \quad (4.2.10)$$

$$R_m^t = \sqrt{\frac{\sigma_{xx_{min}}^2}{\sigma_{xx_{max}}^2}} = r_{xx}. \quad (4.2.11)$$

Для сжатия матрицы:

$$F_{m_{max}}^c = \left[\left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{max}} + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^c} \right] \sigma_{xx_{max}}; \quad (4.2.12)$$

$$F_{m_{min}}^c = \left[\left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{min}} + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^c} \right] \sigma_{xx_{min}}; \quad (4.2.13)$$

$$R_m^c = \sqrt{\frac{\sigma_{xx_{max}} \left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{max}} + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^c}}{\sigma_{xx_{min}} \left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] \sigma_{xx_{min}} + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^c}}} \quad (4.2.14)$$

или

$$R_m^c = r_{xx}^{-1} \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^c \sigma_{xx_{max}}}}{\left[\left(\frac{T_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{T_{12}}{S^L} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{Y^c}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{T_{22}}{Y^c \sigma_{xx_{min}}}}}. \quad (4.2.15)$$

На рисунке 4.2.5 представлена зависимость R_m^c от F_m^c в графической форме.

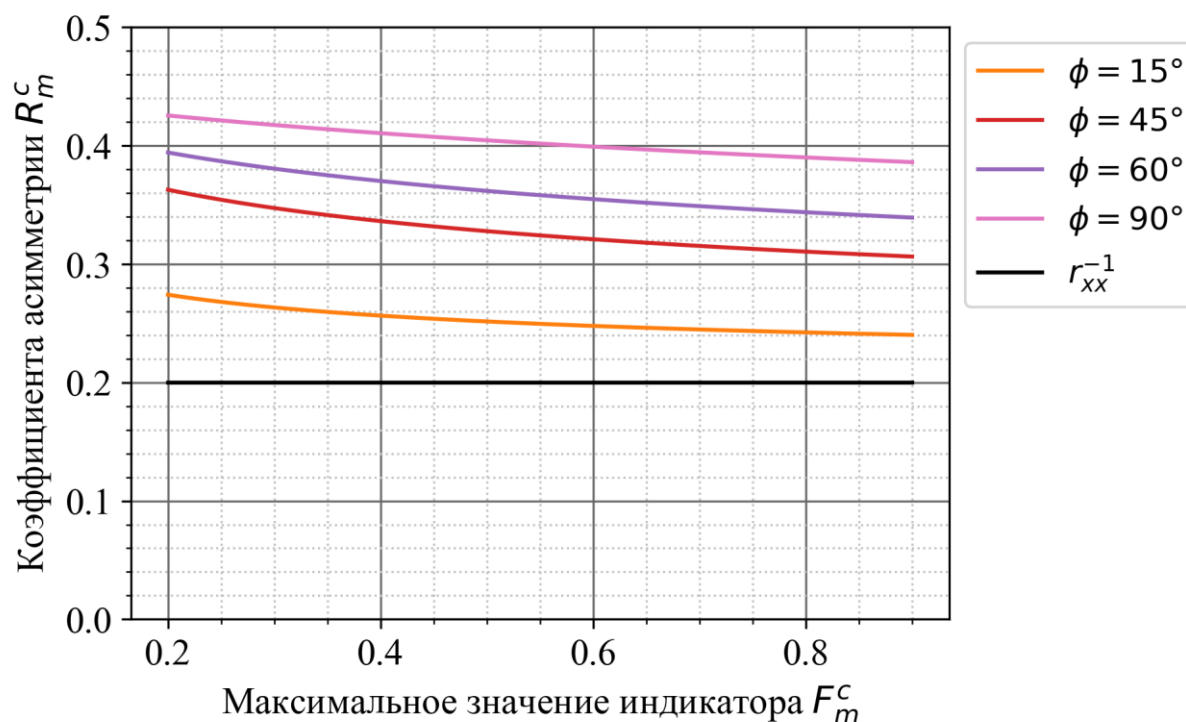


Рисунок 4.2.5 – Диаграмма зависимости R_m^c от F_m^c

Как можно заметить из рисунка 4.2.5 при увеличении максимального значения индикатора прочности при сжатии волокна F_m^c уменьшается коэффициент асимметрии цикла R_m^c .

Этот эффект подтверждается результатами экспериментов при сжатии с коэффициентом асимметрии $r_{xx} = 5$ при углах армирования 15° , 45° , 60° и 90° , представленными на рисунке 4.2.6. Наблюдается изменение угла наклона кривой усталости в области от 10^4 циклов до разрушения. Этот эффект наиболее ярко выражен для угла нагружения 15° . Кроме того, образцы, с углом армирования 15° имеют наиболее низкие усталостные характеристики, что коррелирует с графиками, представленными на рисунке 4.2.5. Для более детального исследования этого эффекта требуется проведение большего объема экспериментальных данных при различных углах армирования.

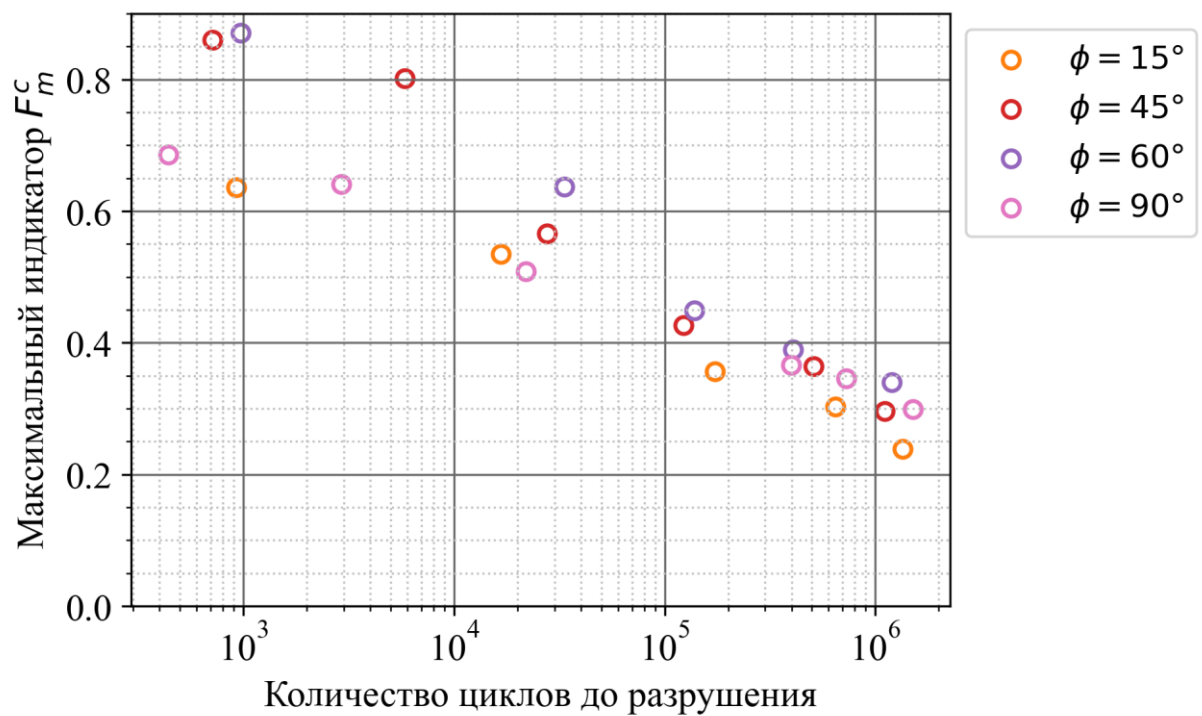


Рисунок 4.2.6 – Кривая усталости при $r_{xx} = 5$

В связи с недостаточным объемом экспериментальных данных, рассмотрим эксперименты на усталость при сжатии образцов в направлениях 15° , 45° , 60° и 90° как испытания с одним коэффициентом асимметрии, значение которого примем равным $R_m^c = 0,338$, определенным как среднее арифметическое значение всех экспериментальных точек. На рисунке 4.2.7 приведены точки, связывающие значение максимального индикатора прочности с коэффициентом асимметрии для 10^3 , 10^4 , 10^5 и 10^6 циклов до разрушения, определенные с помощью соотношения 4.2.1 с ранее найденными параметрами C и m .

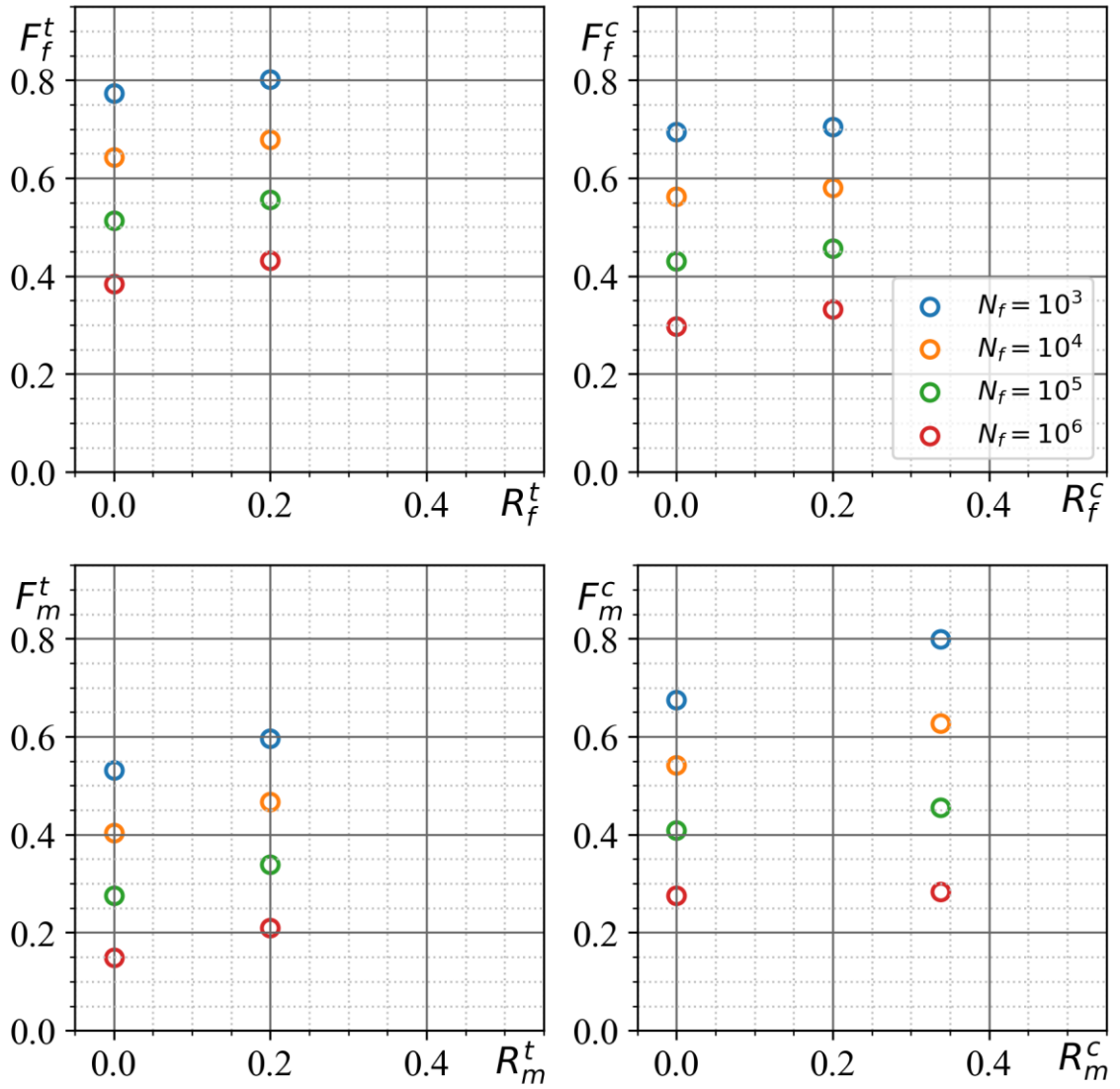


Рисунок 4.2.7 – Диаграммы зависимости F от R

Диапазон значений между точками, связывающими значение максимального индикатора прочности с коэффициентом асимметрии для 10^3 , 10^4 , 10^5 и 10^6 циклов до разрушения, от $R^{(1)}$ до $R^{(2)}$ определяется по методу линейной интерполяции. Тогда:

$$F_{max} = \frac{F_{max}^{(2)} - F_{max}^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} (R - R^{(1)}) + F_{max}^{(1)}, \quad (4.2.16)$$

где $F_{max}^{(1)}$, $F_{max}^{(2)}$ – диапазон значений индикатора прочности, $R^{(1)}$, $R^{(2)}$ – диапазон значений коэффициента асимметрии.

Подставив в уравнение (4.2.16) функцию (4.1.4) найдем уравнение, определяющее значение числа циклов до разрушения N_f в зависимости от коэффициента асимметрии R :

для двухпараметрического уравнения в полулогарифмических координатах:

$$\log_{10}(N_f) = \frac{\left[\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} C^{(2)} - C^{(1)} \right] \frac{R - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} + C^{(1)} - m^{(1)} F_{max}}{\left[\left(\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} - 1 \right) \frac{R - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} - 1 \right]}; \quad (4.2.17)$$

где $C^{(1)}$, $C^{(2)}$, $m^{(1)}$ и $m^{(2)}$ – параметры кривых усталости при коэффициентах асимметрии $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ соответственно.

В случае, если уравнение кривой усталости обобщено на случай статического нагружения, значение числа циклов до разрушения определяется с помощью следующего уравнения:

$$\log_{10}(N_f) = C^{(1)} \frac{1 - F_{max}}{\left(\frac{C^{(1)}}{C^{(2)}} - 1 \right) \frac{R - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} - 1}. \quad (4.2.18)$$

В случае, если уравнение кривой усталости описывается функциями (4.1.13), (4.1.17) или (4.1.21), в виду того, что эти функции имеют более сложный характер, их решение может быть получено любым из известных численных методов.

Для экстраполяции в правую область диаграммы 4.2.7 предположим, что при статическом нагружении $R = 1$ момент разрушения определяется достижением $F = 1$ не зависимо от требуемого числа циклов до разрушения. Тогда уравнение (4.2.16) принимает вид:

$$F_{max} = \frac{1 - F_{max}^{(1)}}{1 - R^{(1)}} (R - R^{(1)}) + F_{max}^{(1)}. \quad (4.2.19)$$

На рисунке 4.2.8 представлена экстраполяция результатов испытаний в область статического нагружения $R = 1$ следующим уравнением:

$$\log_{10}(N_f) = m^{(1)} (F_{max} + 1) \frac{R^{(1)} - 1}{R - 1} + C^{(1)}. \quad (4.2.20)$$

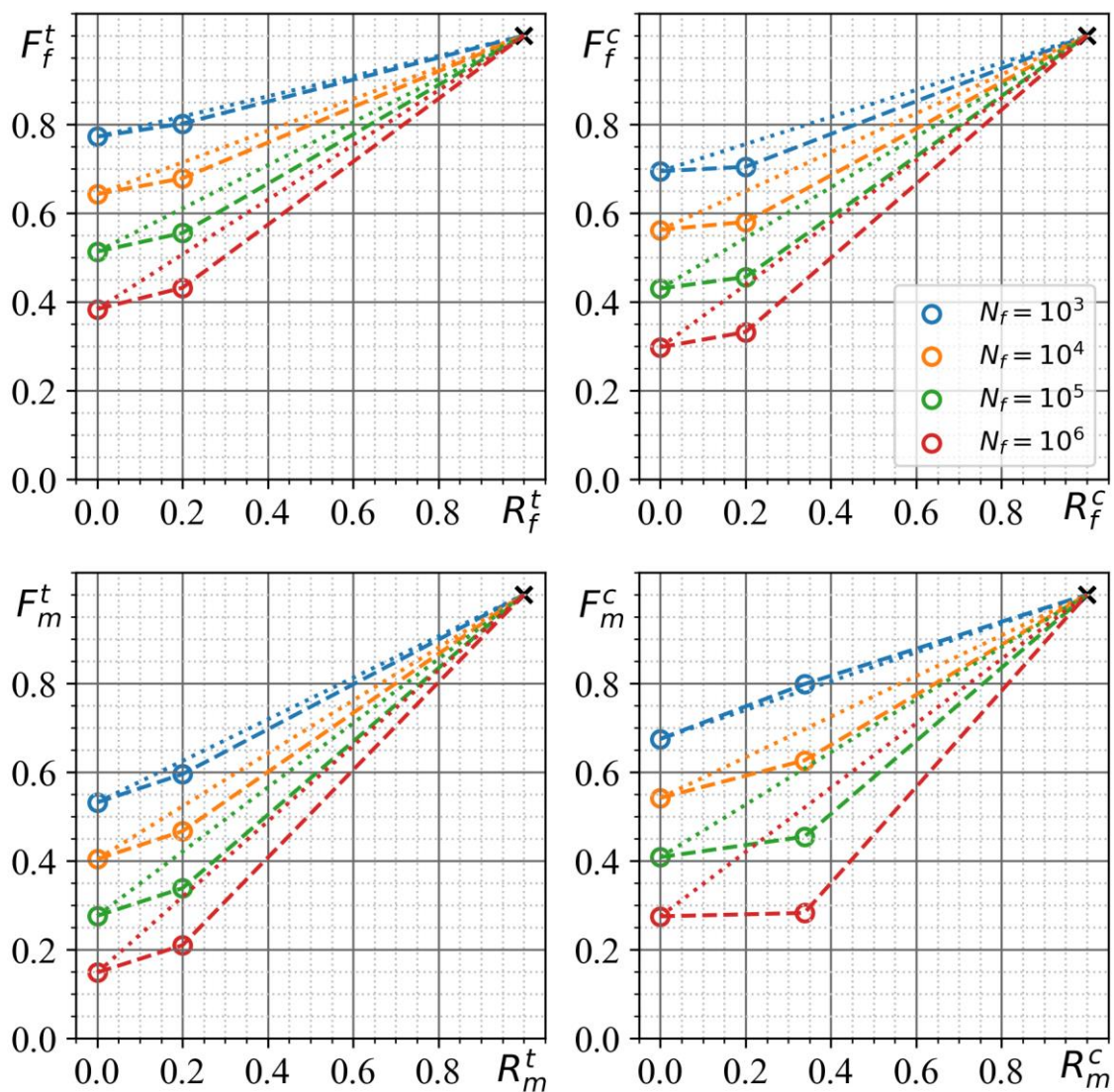


Рисунок 4.2.8 – Диаграммы зависимости F от R

Видно, что экспериментальные точки отличаются от прогнозируемых по методу интерполяции в диапазоне $0 \leq R \leq 1$. Таким образом для повышения точности оценки ресурса ПКМ, необходимо экспериментальное определение кривых усталости в диапазоне коэффициентов асимметрии соответствующему условиям его эксплуатации. В этом диапазоне также необходимо определение функций параметров $C = f(R)$, $m = f(R)$.

4.3. Усталость ПКМ в случае знакопеременного цикла нагружения

Знакопеременные случаи нагружения предполагают переход через ноль вне зависимости от используемых величин, будь то напряжения σ или индикаторы прочности Хашина F .

Предположим, что в случае знакопеременного нагружения, механизм разрушения определяется наибольшим значением индикатора прочности (растяжение или сжатие) для волокна и матрицы материала. Тогда, необходимо определить связь максимальных напряжений цикла с коэффициентом асимметрии. При этом, значение коэффициентов асимметрии следует определять следующим образом:

- 1) Механизм разрушения при растяжении ($F_{max}^c > 0, F_{max}^t > 0, F_{max}^t > F_{max}^c$):

$$R^t = -\sqrt{\frac{F_{max}^c}{F_{max}^t}}; \quad (4.3.1)$$

- 2) Механизм разрушения при сжатии ($F_{max}^c > 0, F_{max}^t > 0, F_{max}^t < F_{max}^c$):

$$R^c = -\sqrt{\frac{F_{max}^t}{F_{max}^c}}. \quad (4.3.2)$$

Значения числа циклов до разрушения при знакопеременном могут быть найдены, путем экстраполяции прямой определяемой, двумя наименьшими значениями коэффициентов асимметрии. Тогда уравнение (4.2.17), полученное путем подстановки $R = -1$, принимает следующий вид:

$$\log_{10}(N_f) = \frac{\left[\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} C^{(2)} - C^{(1)} \right] \frac{-1 - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} + C^{(1)} - m^{(1)} F_{max}}{\left[\left(\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} - 1 \right) \frac{-1 - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} - 1 \right]}. \quad (4.3.3)$$

Параметры кривой усталости при $R = -1$ определяются из соотношений:

$$C_{(-1)} = \frac{\left[\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} C^{(2)} - C^{(1)} \right] \frac{-1 - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} + C^{(1)}}{\left[\left(\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} - 1 \right) \frac{-1 - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} - 1 \right]}; \quad (4.3.4)$$

$$m_{(-1)} = \frac{m^{(1)}}{\left[\left(\frac{m^{(1)}}{m^{(2)}} - 1 \right) \frac{-1 - R^{(1)}}{R^{(2)} - R^{(1)}} - 1 \right]}, \quad (4.3.5)$$

где $C_{(-1)}$ и $m_{(-1)}$ параметры кривой усталости симметричного цикла.

На рисунке 4.3.1 представлена экстраполяция результатов испытаний в область симметричного цикла нагружения при $R = -1$ уравнением (4.3.3).

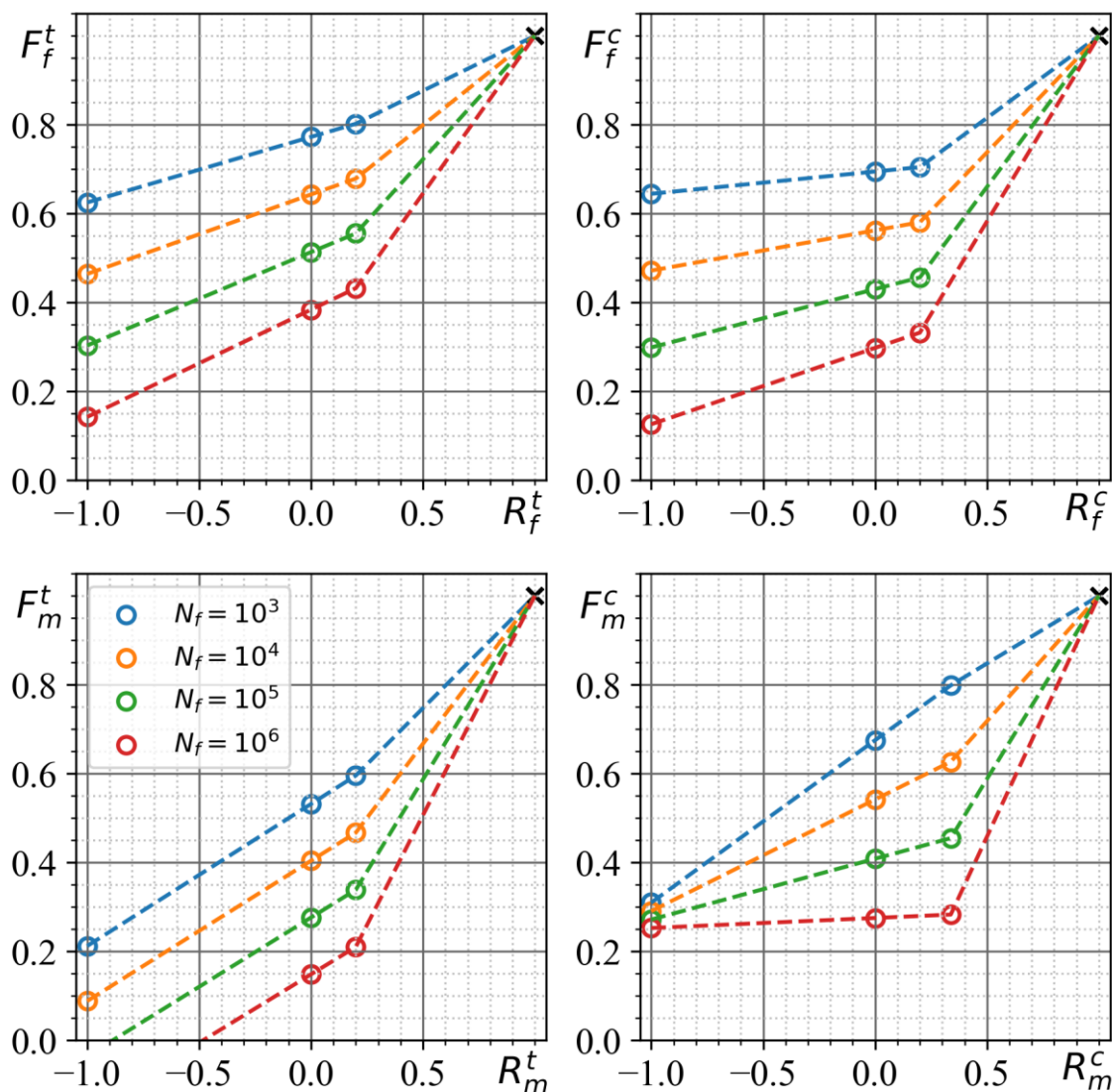


Рисунок 4.2.9 – Диаграммы зависимости F от R

Как видно из графиков, метод экстраполяции при недостаточном количестве экспериментальных данных может привести к значительной ошибке. Свидетельством тому является существенная разница в максимальном значении индикаторов прочности при симметричном цикле, определенных по методу экстраполяции результатов испытаний при растяжении и сжатии. Учитывая тот факт, что эти значения должны быть равны, можно найти параметры кривой усталости, соответствующей симметричному циклу нагружения и являющейся средней между двумя кривыми, определёнными методом экстраполяции. Также стоит отметить, что

в индикаторах прочности F симметричный цикл будет отличаться от симметричного цикла по напряжениям σ , как и для остальных знакопеременных циклов нагружения.

Определим среднее значение индикатора прочности $F_{max(-1)}$ при симметричном цикле нагружения:

$$F_{max(-1)} = \frac{F_{max(-1)}^t + F_{max(-1)}^c}{2}; \quad (4.3.6)$$

$$F_{max(-1)} = 0.5 \left[\frac{C_{(-1)}^t - \log_{10}(N_f)}{m_{(-1)}^t} + \frac{C_{(-1)}^c - \log_{10}(N_f)}{m_{(-1)}^c} \right] \quad (4.3.7)$$

или

$$F_{max(-1)} = \frac{0.5}{m_{(-1)}^t m_{(-1)}^c} [C_{(-1)}^t m_{(-1)}^c + C_{(-1)}^c m_{(-1)}^t - \log_{10}(N_f)(m_{(-1)}^c + m_{(-1)}^t)]. \quad (4.3.8)$$

Тогда параметры кривой усталости симметричного цикла можно выразить следующими соотношениями:

$$C_{(-1)} = \frac{0.5(C_{(-1)}^t m_{(-1)}^c + C_{(-1)}^c m_{(-1)}^t)}{m_{(-1)}^t m_{(-1)}^c}; \quad (4.3.9)$$

$$m_{(-1)} = \frac{0.5(m_{(-1)}^c + m_{(-1)}^t)}{m_{(-1)}^t m_{(-1)}^c}; \quad (4.3.10)$$

На рисунке 4.2.10 представлена экстраполяция результатов испытаний в область симметричного цикла нагружения при $R = -1$ уравнением (4.3.8).

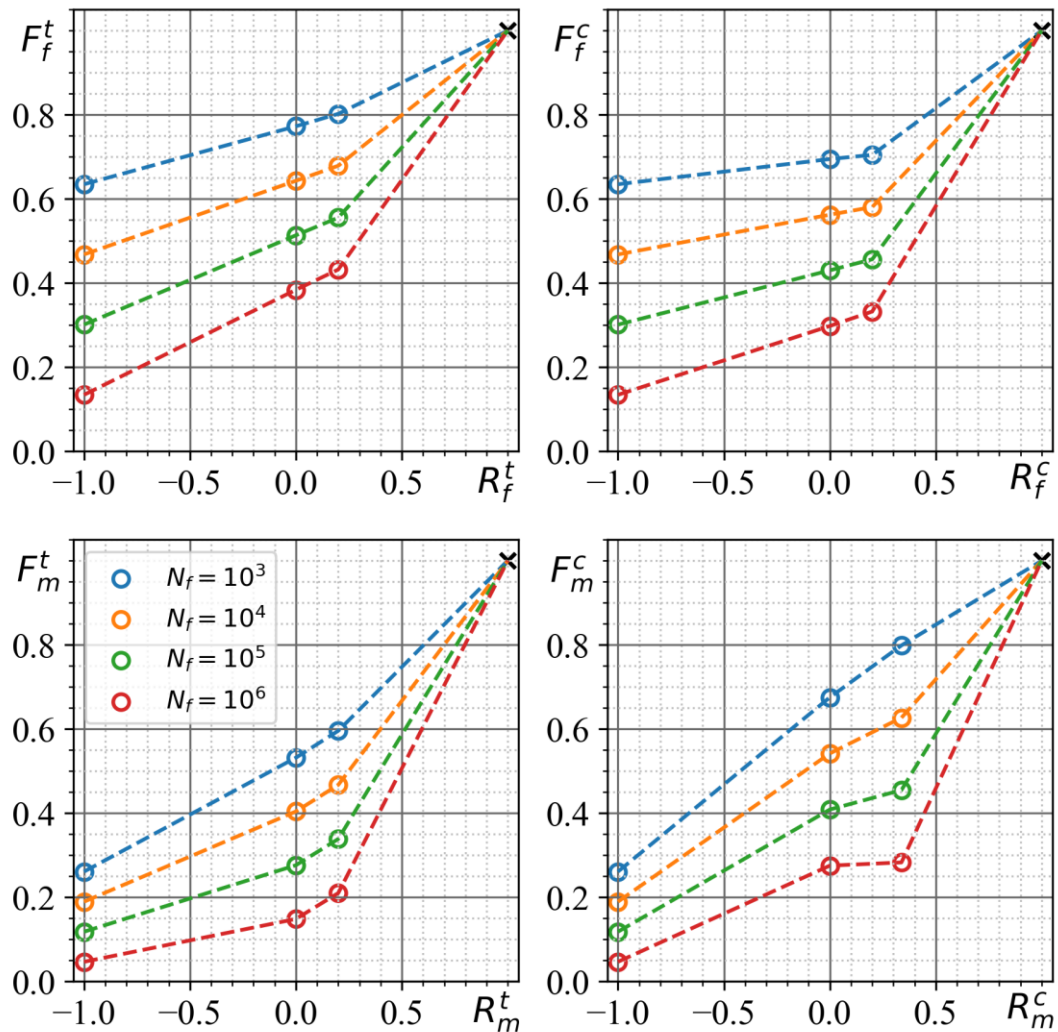


Рисунок 4.3.2 – Диаграммы зависимости F от R

Таким образом разработанный критерий усталостной прочности позволяет прогнозировать число циклов до разрушения слоев ПКМ при произвольном пропорциональном режиме нагружения. Оценку прочности пакета ПКМ можно проводить путем исключения слоев при достижении разрушающего числа циклов, пересчете напряжений и значений индикаторов прочности F с использованием известных законов суммирования повреждений. Такой подход позволяет учитывать влияние сдвиговых напряжений на усталостную прочность слоев ПКМ без необходимости проведения испытаний образцов в направлениях отличных от 0° и 90° . Однако, рекомендуется определять параметры кривых усталости в диапазоне коэффициентов асимметрии близких к эксплуатационным для каждой конкретной конструкции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложен метод оценки прочности полимерных композиционных материалов, объединяющий в себя структурный подход к оценке напряженно-деформированного состояния, закон упругого деформирования ортотропного материала и критерий прочности Хашина.

2. Разработан критерий циклической прочности полимерных композиционных материалов, позволяющий проводить оценку ресурса материала при циклическом нагружении по результатам экспериментов при заданных коэффициентах асимметрии.

3. Предложено уточнение критерия статической прочности Хашина, позволяющее более чем на 20 % повысить точность оценки момента разрушения волокна при растяжении при наличии сдвиговых напряжений.

4. Разработанные критерии статической и циклической прочности прошли проверку на ряде экспериментальных исследований, включающих испытания на растяжение и сжатие однонаправленных образцов и образцов с симметричной схемой армирования.

5. Сопоставление результатов экспериментов с результатами численных расчетов подтверждает применимость предложенного подхода для оценки прочности конструкций, изготовленных из полимерных композиционных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абашев Д.Р., Бондарь В.С., Воробьёв И.А., Шарова В.И. Определение упругих параметров полимерных композиционных материалов и изготовленных из них цилиндрических оболочек // Проблемы прочности и пластичности. Н. Новгород: ННГУ, № 1, 2024 – 45-59 с.
2. Абросимов Н.А., Баженов В.Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций – Н. Новгород: ННГУ, 2002. – 391 с.
3. Азаров А.В., Бабичев А.А., Синьковский Ф.К. Проектирование и изготовление композитного бака высокого давления для космического аппарата // Композиты и наноструктуры. – 2013. – № 4. – С.44-57.
4. Александров А.Я., Бородин М.Я., Павлов В.В. Конструкции с заполнителями из пенопластов. М.: Машиностроение, 1972. – 212 с.
5. Александров А.Я., Куршин Л.М. Многослойные пластинки и оболочки. – Труды VII Всесоюзная конференция по теории оболочек и пластинок (Днепропетровск, 1969). – М., 1970. – С. 714-721.
6. Алфутов, Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
7. Амбарцумян С.А. Некоторые вопросы развития теории анизотропных слоистых оболочек. – Изв. АН АрмССР. Сер. физ.-мат. наук, 1964, т. 17, № 3. – С.15-27.
8. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 466 с.
9. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных оболочек. – М.: Физматгиз, 1961. – 446 с.
10. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. – М.: Наука, 1967. – 266 с.
11. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины. – Новосибирск: Наука, 2001. – 287-288 с.

12. Аннин Б.Д., Максименко В.Н. Оценка разрушения пластин из композитных материалов с отверстиями // Механика композитных материалов. – 1989. – № 2. – С. 284–290.
13. Аношкин А.Н., Вильдеман В.Э., Лобанов Д.С., Чихачев А.И. Оценка эффективности ремонта в конструкциях из полимерных волокнистых композиционных материалов // Механика композиционных материалов – 2014. - №3. – С. 441-450.
14. Ашкенази Е.К. Вопросы анизотропии прочности. – Механика полимеров, 1965, № 2, с. 79–92.
15. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов. Л., Машиностроение, 1972. 216 с.
16. Беднюков В.В., Осяев О.Г., Критерии прочности анизотропных композитных материалов, М.: Научный вестник МГТУ Г» №163, 2011 г.
17. Берг Ч. Расчет пластин. – В кн.: Композиционные материалы / ред. Браутман Л., Крок Р. Т. 7: Анализ и проектирование конструкций, ч. 1; пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1978. – С. 210-264.
18. Беспалов В. А., Гоцелюк Т. Б., Коваленко Н. А., Олегин И. П. Использование модели развивающегося повреждения при оценке прочности слоистых углепластиков с различными концентраторами напряжений // Омский научный вестник, № 3 (143), 2015, С: 329-333
19. Бидерман В.Л. Упругость и прочность анизотропных стеклопластиков. – В кн.: Расчеты на прочность, вып. 11. М.: Машиностроение, 1965. – С. 3-30.
20. Богатырчук А.С., Шнеренко К.Н. Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием // Прикладная механика. 1987. – Т.23. – №12.1. – С. 125-128.
21. Болотин В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков // М.: Машиностроение. – 1980. – 375 с.

22. Болотин В.В. О теории армированных тел. – Изв. АН СССР: Механика, 1965, № 1. – С.74-80.
23. Болотин В.В. Основные уравнения теории армированных сред. – Механика полимеров, 1965, № 2. – С. 27-37.
24. Болотин В.В. Плоская задача теории упругости для деталей из армированных материалов. – В сб.: Расчеты на прочность, вып. 12, 1966. – С. 154-216.
25. Болотин В.В. Повреждение и разрушение композитов по типу расслоений. Механика композитных материалов. 1987, № 3. С. 424-432.
26. Болтон У. Конструкционные материалы, металлы, сплавы, полимеры, керамика, композиты. Карманный справочник / пер. с англ. – М Издательский дом «Додэка-XXI», 2004 – 320 с.
27. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Воробьев И.А. Применение критерия прочности Хашина для оценки прочности композиционных материалов симметричной схемы армирования. Машиностроение и инженерное образование, №3, 2024 – 12-19 с.
28. Будрейка О.В. О границах применимости различных гипотез к анализу осесимметричного НДС трехслойных оболочек из КМ / О.В. Будрейка, З.М. Носова, С.Н. Сухинин // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. – Горький: ГГУ. – 1988. – С 92-99.
29. Буланов И.М., Воробей В.В. Технология ракетных и аэрокосмических конструкций из композиционных материалов: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. 516 с.
30. Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С. Модели многоосного усталостного разрушения и оценка долговечности элементов конструкций. // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2011. № 6. С. 22-33.
31. Ван Фо Фы Г.А. Теория армированных материалов. Киев, Наукова Думка, 1971. – 230 с.

32. Васильев А.С., «Математическое моделирование и числовое исследование композитных материалов в области предельной прочности», Комсомольск-на-Амуре, 2016 г.
33. Васильев В.В., Композиционные материалы, М.: «Машиностроение», 1990.
34. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
35. Веселов С.И., Карташов Г.Г. Композиционные материалы в авиадвигателестроении: Учебное пособие. – Куйбышев: КуАИ, 1986. – 122 с.
36. Вильдеман В.Э., Санникова Т.В., Третьяков М.П. Экспериментальное исследование закономерностей деформирования и разрушения материалов при плоском напряженном состоянии // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2010. — №5. — С. 106-111.
37. Владимиров С.А., Воробьев И.А., Шарова В.И. Метод определения упругих параметров полимерных композиционных материалов и оценка их прочности // Космонавтика и ракетостроение, №1, 2024. 68-75 с.
38. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В.З. Власов // М.: Изд.-во АН СССР. – 1962. – 528 с.
39. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир // М.: Наука. – 1967. – 984 с.
40. Воронцов А.Н., Мурзаханов Г.Х., Щугорев В.Н. Разрушение конструкций из композитных материалов по типу расслоений. Механика композитных материалов. 1989, № 6. С. 1007-1023.
41. Ву Э. Феноменологический критерий разрушения анизотропных сред. – Композиционные материалы. М.: Мир, 1978, т. 2, с. 401–491.
42. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1968. – 190 с.
43. Горбачев В.И. Инженерная теория деформирования неоднородных пластин из композитных материалов / В.И. Горбачев // Механика

- композиционных материалов и конструкций – 2016. – Т. 22. № 4. – С. 585-601.
44. Горбачев В.И. О постановке задач в общей теории пластин Кирхгофа-Лява / В.И. Горбачев, Л.А. Кабанова // Вестник Московского университета – 2018. – № 3. – С. 43-50.
45. Горбачев В.И. О статических задачах упругих композитов / В.И. Горбачев, Б.Е. Победря // Вестник Московского университета – 1977. – № 5. – С. 101-111.
46. Григолюк Э.И. Уравнения трехслойных оболочек с легким наполнителем / Э.И. Григолюк // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. – 1957. – № 1. – С. 77-84.
47. Григолюк Э.И. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек / Э.И. Григолюк, П.П. Чулков // М.: Машиностроение. – 1973. – 172 с.
48. Григолюк Э.И., Коган Ф.А. Современное состояние теории многослойных пластин и оболочек. – Прикл. механика, 1972, т. 8, № 6. – С. 3-17.
49. Григолюк Э.И., Коган Е.А., Мамай В.И. Проблемы деформирования тонкостенных слоистых конструкций с расслоениями. Механика твёрдого тела. 1994, № 2. С. 6-32.
50. Грушецкий И.В., Димитриенко И.П., Ермоленко А.Ф. Разрушение конструкций из композиционных материалов / Под ред. Тамужа В.П., Протасова В.Д.. – Рига: Зинатне, 1986. – 264 с.
51. Захаров К.В. Критерий прочности для слоистых пластиков. – Пластические массы, 1961, № 8, с. 59–62.
52. Зуйко В.Ю., Лобанов Д.С., Аношкин А.Н. Методики определения предела прочности полунатурных образцов крупноячеистого композиционного материала // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2012. - №2. – С. 34-39.

53. Кербер М.Л., Виноградов В.М., Головкин Г.С. Полимерные композиционные материалы: структура, свойства, технология: учеб. пособие / под ред. Берлина А.А. – СПб.: Профессия, 2008. – 560 с.
54. Кобелев В.Н. Расчет прочности и устойчивости трехслойных конструкций / Кобелев В.Н., Сухинин С.Н. // Махачкала: ДГТУ – 2004. – 156 с.
55. Композиционные материалы: в 8 т.: пер. с англ. / под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. – М.: Мир, 1978. Т. 5: Разрушение и усталость / пер. под ред. Г.П. Черепанова – М.: Мир, 1978. – 484 - 563 с.
56. Королев В.И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс / В.И. Королев // М.: Машиностроение.– 1965. – 272 с.
57. Лаптев М.Ю., Адамов А.А. Сравнение методик определения упругих и прочностных характеристик полимерных композиционных материалов при разных видах нагружения // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. – № 2. – С. 244.
58. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – С. 416.
59. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. М.: Гостехиздат, 1957. – 625с.
60. Лобанов Д.С. Экспериментальные исследования деформационных и прочностных свойств полимерных композиционных материалов и панелей с наполнителем: диссертация кандидата технических наук. - Пермь, 2015. –148 с.
61. Лурье А.И. Теория упругости / А.И. Лурье // М.: Наука. – 1970. – 940 с.
62. Лурье А.И. Концентрации напряжений в области отверстия на поверхности кругового цилиндра. – Прикладная математика и механика. — 1946. — Т. 10. — №3. — С. 397-405.
63. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление жестких полимерных материалов. Рига, Зинатне, 1972. – 498 с.

64. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. 3-е изд., Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.
65. Маркин А.А. Моделирование процесса разделения композита с адгезионным слоем / Маркин А.А., Глаголев В.В., Фурсаев А.А. // Вестник ПНИПУ. – 2016. – № 2. – С. 34-44.
66. Маркин А.А. Постулат А.А. Ильюшина для анизотропных материалов и вариант определяющих соотношений / Маркин А.А., Соколова М.Ю., Христич Д.В. // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – № 1. – С. 38-45.
67. Муштари Х.М. К общей теории пологих оболочек с заполнителем / Муштари Х.М. // Изв. АН СССР: Отделение механики и машиностроения. – 1961. – № 2. – С. 27.
68. Муштари Х.М. О применении различных теорий трехслойных пластин и оболочек / Муштари Х.М. // Изв. АН СССР: Отделение механики и машиностроения. – 1960. – № 6. – С. 165.
69. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов // Л.: Судпромгиз. – 1962. – 431 с.
70. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
71. Огибалов П.М., Суворова Ю.В. Механика армированных пластиков. М.: Изд-во МГУ, 1965. – 480 с.
72. Основы механики, проектирования и технологии изготовления изделий из слоистых композиционных материалов: учеб. пособие / Первушин Ю.С., Жернаков В.С.; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа, 2008. – 303 с.
73. Парцевский В.В. Расслоение в полимерных композитах. Обзор. Механика твёрдого тела. 2003, № 5. С. 62-94.
74. Пелех Б.Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью / Пелех Б.Л. // Киев: Наукова думка. – 1973. – 248 с.

75. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов - М.: Изд-во Московского университета, 1984. – 336 с.
76. Полилов А.Н. Экспериментальная механика композитов / Полилов А.Н. // М.: МГТУ. – 2015. – 376 с.
77. Полилов А.Н. Биомеханика прочности волокнистых композитов / Полилов А.Н., Татусь Н.А. // М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2018. – 328 с.
78. Полилов А.Н. Критерии прочности полимерных волокнистых композитов, описывающие некоторые экспериментально наблюдаемые эффекты / Полилов А.Н., Татусь Н.А. // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2008. – № 3. – С. 103-109.
79. Полилов А.Н. Конструирование и прочностной расчёт композитных многополостных сосудов давления / Полилов А.Н., Татусь Н.А., Склемина О.Ю. // Сборник трудов XXXII Международной инновационной конференции (МИКМУС – 2020). – 2021. – С. 676-682.
80. Полилов А.Н., Работнов Ю.Н. Развитие расслоений при сжатии композитов. Механика твёрдого тела. 1983, № 4. С. 166-171.
81. Рабинович А.Л. Введение в механику армированных полимерных материалов. М., Наука, 1970. 482 с.
82. Рабинович А.Л. О расчете ортотропных слоистых панелей на растяжение, сдвиг и изгиб. – Тр. ЦАГИ, 1948, № 675, с. 12-15.
83. Рабинович А.Л. Об упругих постоянных и прочности анизотропных материалов. – Тр. ЦАГИ, 1946, № 582, с. 48-53.
84. Роценс К.А., Скудра А.М. Матрица податливости упругого материала, армированного изотропными пленками. – Исследования по механике строительных материалов и конструкций. Рига, изд. РПИ, 1969, вып. 4, с. 123-133.
85. Скудра А.М., Булавс Ф.Я. Структурная теория армированных пластиков. Рига, Зинатне, 1978. 192 с.
86. Скудра А.М., Роценс К.А. Плоское напряженное состояние линейных упруго-вязких армированных материалов. – Исследования по механике

- строительных материалов и конструкций. Рига, изд. РПИ, 1967, с. 114-138.
87. Сухинин С.Н. Модели сопротивления и особенности поведения при потере устойчивости трехслойных оболочек из КМ / С.Н. Сухинин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1994. – № 5. – С.57-62.
88. Сухинин С.Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек / Сухинин С.Н. // М.: Физматлит. – 2010. – 248 с.
89. Сухинин С.Н. Устойчивость трехслойных оболочек из КМ при совместном действии осевого сжатия и бокового давления / Сухинин С.Н., В.И. Микишева // Механика композитных материалов. – 1981. – № 6. – С. 1035-1041.
90. Тарнопольский Ю.М., Кинцис Т.Я. Методы статических испытаний армированных пластиков. – М.: Химия, 1981. – 272 с.
91. Тимофеева А.Г., Никитин А.С. Зарубежный опыт проведения физико-механических испытаний полимерных композиционных материалов // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура. М.: МАДИ, 2019
92. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. // М.: Физматгиз. – 1963. – 635 с.
93. Тимошенко С.П., Гере Дж., Механика материалов: Учебник для вузов. 2-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 672 с.
94. Тимошенко С.П. Теория упругости 2-е изд. / Тимошенко С.П., Гудьер Дж. // М.: Наука. – 1979. – 560 с.
95. Фокин А.Г., Шермергор Г.Д. Эффективные модули упругости композита, составленного из анизотропных слоев. – Механика полимеров, 1975, № 3, с. 408-413.
96. Хищенко Ю.М. Влияние сдвига на модуль упругости стеклотекстолитовых образцов при поперечном изгибе. – Заводская лаборатория, № 6, 1964. – С. 747-749.

97. Цай С., Адзи В. Прочность слоистых составных материалов. – Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 2. – С. 140-147.
98. Azzi V.D., Tsai S.W. Anisotropic Structural Composites. – Exp. Mechanics, v.5, 1965, № 9, pp. 283-288.
99. Azzi V.D., Tsai S.W. Elastic moduli of laminated anisotropic composites. – Experim. Mech., 1965, vol. 5, № 6, P. 177-185.
100. Brondsted P., Lilholt H., Lystrup A., Composite materials for wind power turbine blades. Annu. Rev. Mater. Res. 2005, № 35, 505–538.
101. Carera E. Historical review of Zig-Zag theories for multilayered plates and shells / E. Carera // Appl. Mech. Rev. 2003. – 56. P. 287-308.
102. Carera E. Theories and finite elements for multilayered plates and shells: a unified compact formulation with numerical assessment and benchmarking / E. Carera // J. Arch. Comput. Meth. Eng. – 2003. – 10(3). – P. 215-296.
103. Carera E. Analysis of thickness locking in classical, refined and mixed theories for layered shells / S. Brischetto, E. Carera // Compos. Struct. – 2008. – 85(1). – P. 83-90.
104. Carera E. A survey with numerical assessment of classical and refined theories for the analysis of sandwich plates / S. Briscotto, E. Carera // Appl. Mech. Rev. – 2009. – 62(20). – P. 1-17.
105. Chai H., The characterization of Mode I delamination failure in non-woven, multidirectional laminates. Composites 15(4), 277–290, 1984.
106. Chou P.C., Croman R., Degradation and sudden-death models of fatigue of graphite/epoxy composites. in Proceedings of the 5th conference on composite materials: Testing and design, ASTM STP 674, pp. 431–454, 1979.
107. Collins J.A., *Failure of Materials in Mechanical Design* Wiley, New York, 1993.
108. Fawaz Z., Ellyin F., Fatigue failure model for fibre-reinforced materials under general loading conditions. J. Compos. Mater 28(15), 1432–1451, 1994.

109. Frostig Y. Bending of curved sandwich panels with a transversely flexible core closed-form high-order theory / Y. Frostig // J. Sandwich Struct. Mater. – 1999. – 1(1). – P. 4-10.
110. Fujii T., Lin F., Fatigue behavior of a plain-woven glass fabric laminate under tension/torsion biaxial loading. J. Compos. Mater. 29(5), 573–590, 1995.
111. Gondlyakh A.V., Modeling in the Abaqus Environment of the Processes of Failure and Explosion Composite Spatial Constructions Based on a Refined Multi-Layer Eight-Node, User FE.
112. Hadavinia H., Kinloch A.J., Little M.S.G., Taylor A.C., The prediction of crack growth in bonded joints under cyclic-fatigue loading I. Exp. Stud. Int. J. Adhes. Adhes. 23(6), 449–461, 2003.
113. Hahn H.T., Fatigue behavior and life prediction of composite materials. in Composite materials: Testing and design ed. by S.W. Tsai, pp. 383–417, 1979.
114. Harris B., A historical review of the fatigue behavior of fiber-reinforced plastics, in Fatigue in Composites-Science and Technology of the Fatigue Response of Fiber-Reinforced Plastics, ed. by B. Harris, Woodhead Publishing Limited, Cambridge, pp. 1–35, 2003.
115. Hashin Z., Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. – J. Composite Materials, 1973, vol. 7, p. 448–464.
116. Hashin Z. Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites // Journal of Applied Mechanics. 1980. No. 47. P. 329–334.
117. Hoffman O. The brittle strength of orthotropic materials, J. Composites materials, 1967, v. 1(2), p. 200.
118. Jen M.-H.R., Lee C.H., Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads Part I: Experimental. Int. J. Fatigue 20(9), 605–615, 1998.
119. Keller T., Gürtler H., Quasi-static and fatigue performance of a cellular FRP bridge deck adhesively bonded to steel girders. Compos. Struct. 70(4), 484–496, 2005.

120. Mandell J.F., Samborsky D.D, DOE/MSU composite material fatigue database: Test methods material and analysis, Sandia National Laboratories/Montana State University, SAND97– 3002
121. Mashat D.S. Use of axiomatic/asymptotic approach to evaluate various refined theories for sandwich shells / E. Carera, S.A. Khateeb, D.S. Mashat, A.M. Zenkour // Compos. Struct. – 2014. – 109. – P. 139-149.
122. Meyer-Piening H.R. Application of the elasticity solution to linear sandwich beams, plates and shells analysis / H.R. Meyer-Piening // J. Sandwich Struct. Mater. – 2004. – 6(4). – P. 295-312.
123. Noor A.K. Assessment of computational models for multilayered composite shells / W.S. Burton, A.K. Noor // Appl. Mech. Rev. – 1990. – Vol. 43. – № 4. – P. 67-97.
124. Nijssen R.P.L., OptiDAT–fatigue of wind turbine materials database, 2006
125. Nijssen R.P.L., Krause O., Philippidis T.P., Benchmark of lifetime prediction methodologies. Optimat Blades Technical Report. OB_TG1_R012 Rev.001, 2004.
126. Noor A.K. Computational model for sandwich panels and shells / C.W. Bert, W.S. Burton, A.K. Noor // Appl. Mech. Rev. – 1996. – 49(3). – P. 155-199.
127. Noor A.K. Assessment of computational models for multilayered composite cylinders / W.S. Burton, A.K. Noor, J.M. Peters // Int. J. Solids and Struct. – 1991. – Vol. 27. – № 10. – P. 1269-1286.
128. Owen M.J., Griffiths J.R., Evaluation of biaxial stress failure surfaces for a glass fabric reinforced polyester resin under static and fatigue loading. J. Mater. Sci. 13(7), 1521–1537 (1978)
129. Ozdil F., Carlsson L.A., Beam analysis of angle–ply laminate DCB specimens. Compos. Sci.Technol. 59(2), 305–315 (1999)
130. Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P., Stiffness reduction of composite laminates under combined cyclic stresses. Adv. Compos. Lett. 10(3), 113–124, 2001

131. Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P., Complex stress state effect on fatigue life of GRP laminates. Part I, experimental. *Int. J. Fatigue* 24(8), 813–823, 825–830, 2002.
132. Puck A., Shurmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models, Failure criteria if fiber-reinforced-polymer composites, Elsevier, 2004, pp. 832-876.
133. Ratwani M.M., Kan H.P., Effect of stacking sequence on damage propagation and failure modes, in Composite Laminates, in Damage in Composite Materials ed. By K.L. Reifsneider, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1982, pp. 40–62
134. Reddy J.N. Theories and computational models for composite laminates / J.N. Reddy, D.H. Robbins // *Appl. Mech. Rev.* – 1994. – 47 (7). – P. 147-165.
135. Rotem A., Nelson H.G. Failure of a Laminated Composite Under Tension-Compression Fatigue Loading // *Composites Science and Technology*, № 36, 1989, pp. 45-62.
136. Schön J., Nyman T., Spectrum fatigue of composite bolted joints. *Int. J. Fatigue* 24 (2–4), 273–279, 2002.
137. Sendekyj G.P., Life prediction for resin-matrix composite materials in *Fatigue of Composite Materials* ed. by K.L. Reifsneider Elsevier, Amsterdam, 1991, pp. 431–483.
138. Sendekyj G.P., Fitting models to composite materials fatigue data in *Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites* ed. by C.C. Chamis, West Conshohocken, PA, 1981, pp. 245–260
139. Shimizu S., Tosha K., Tsuchiya K., New data analysis of probabilistic stress–life (P–S–N) curve and its application for structural materials. *Int. J. Fatigue* 32 (3), 565–575, 2010.
140. Smith E.W., Pascoe K.J., Biaxial fatigue of a glass–fiber reinforced composite. Part 2: Failure criteria for fatigue and fracture in Biaxial and Multiaxial Fatigue ed. by M.W. Brown, K.J. Miller, Mechanical Engineering Publications, London, 1989, pp. 397–421.

141. Snell M.B. Strength and elastic response of symmetric angle-ply cfrp // Journal Composites materials. 1977. № 1. PP. 167-176.
142. Starikov R., Schön J., Local fatigue behavior of CFRP bolted joints. Compos. Sci. Technol. 62 (2), 243–253, 2002.
143. Tohgo K., Hirako Y., Ishii H., Mode I interlaminar fracture toughness and fracture mechanism of angle-ply carbon/nylon laminates. J. Compos. Mater. 30 (6), 650–661, 1996.
144. Tsai S.W., Hahn H.T. Failure analysis of composite materials. – In.: Inelastic behavior of composite materials. New York, 1975, P. 73-96.
145. Tsai S.W., Pagano N.I. Invariant properties of composite materials. Stamford, Technomik Publ. Co., 1968.
146. Tsai S.W., Wu C.H. A general theory of strength for anisotropic materials. J. Of Composite Materials, 1971, v. 5, pp. 58-60.
147. Vassilopoulos A.P., Introduction to the fatigue life prediction of composite materials and structures: Past, present and future prospects, in Fatigue Life Prediction of Composites and 1.6 Conclusions: Future Trends 19 Composite Structures, ed. by A.P. Vassilopoulos (Woodhead Publishing Limited, Cambridge, 2010, pp. 1–44
148. Vassilopoulos A.P., Manshadi B.D., Keller T., Influence of the constant life diagram formulation on the fatigue life prediction of composite materials. Int. J. Fatigue 32 (4), 2010, pp. 659–669.
149. Vassilopoulos A.P., Manshadi B.D., Keller T., Piecewise non-linear constant life diagram formulation for FRP composite materials. Int. J. Fatigue 32 (10), 2010, pp. 1731–1738.
150. Whitney J.M., Fatigue characterization of composite materials, in Fatigue of fibrous composite materials, ASTM STP 723, (1981), pp. 133–151
151. Wu C.H., Tauchert T.R. Thermoelastic analysis of laminated plates. Antisymmetric cross-ply and angle-ply laminates. – J. Therm. Stresses, 1980, v. 3, № 3. – P. 365-378.

152. Zhang Y., Vassilopoulos A.P., Keller T., Stiffness degradation and life prediction of adhesively-bonded joints for fiber-reinforced polymer composites. *Int. J. Fatigue* 30 (10–11), 2008, pp. 1813–1820.
153. Zhang Y., Vassilopoulos A.P., Keller T., Environmental effects on fatigue behavior of adhesively-bonded pultruded structural joints. *Compos. Sci. Technol.* 69 (7–8), 2009, pp. 1022–1028.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

УТВЕРЖДАЮ

И.о. заместителя генерального директора
по прикладным исследованиям,
испытаниям и экспериментальной базе –
начальника Центра прикладных
исследований АО "ЦНИИмаш"

И.С. Комаров

"25" 11 2024 Г.

Акт о внедрении (использовании)

результатов диссертационной работы Воробьева Игоря Андреевича в
рабочий процесс отдела Статической прочности

Настоящий акт составлен о том, что результаты диссертационной работы Воробьева И.А. на тему "Критерий прочности многослойных полимерных композиционных материалов при статическом и циклическом нагружении" внедрены в расчетную практику отдела Статической прочности и используются при проведении прочностных расчетов композитных конструкций.

Начальник отдела



С.А. Владимиров

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

АКТ

№ _____

Кафедра «Техническая механика и
компьютерное моделирование»
(место составления)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
Московского Политеха

Г.Х. Шарипзянова

2024 г.



О внедрении в учебный процесс университета результатов научной работы Критерий прочности многослойных полимерных композиционных материалов при статическом и циклическом нагружении

Мы, нижеподписавшиеся:

Директор департамента по образовательной политике А. Б. Максимов,
декан факультета базовых компетенций Моргунов Ю.А., заведующий кафедрой
«Техническая механика и компьютерное моделирование» Бровкина Ю.И составили
настоящий акт в том, что результаты инициативной научной работы соискателя
Воробьева Игоря Андреевича, по теме «Критерий прочности многослойных
полимерных композиционных материалов при статическом и циклическом
нагружении» имеют теоретическое и практическое значение для учебного процесса и
внедрены в учебный процесс Московского политехнического университета при
обучении аспирантов направления подготовки 1.1.8 Механика деформируемого
твёрдого тела»

Кафедра, внедрившая результаты – «Техническая механика и компьютерное
моделирование».

Дата и номер протокола заседания кафедры, на котором рассмотрены результаты
внедрения Протокол № 3 от «30» октября 2024 г.

Начало использования объекта внедрения – 02. 09. 2024 г.

Начальник учебно-методического
управления

А. Б. Максимов

Декан факультета
внедрившего разработку

Ю.А. Моргунов

Заведующий кафедрой

Ю.И. Бровкина