

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**  
(ТвГТУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор  
по учебной работе  
\_\_\_\_\_ Э.Ю. Майкова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)»  
**«Линейная алгебра и аналитическая геометрия»**

Направление подготовки бакалавров – 01.03.05. Статистика  
Направленность (профиль) – Экономическая статистика и анализ данных  
Типы задач профессиональной деятельности: организационно-управленческий;  
научно-аналитический

Форма обучения – очная

Факультет информационных технологий  
Кафедра «Информатики и прикладной математики»

Тверь 2022

Рабочая программа дисциплины соответствует ОХОП подготовки бакалавров в части требований к результатам обучения по дисциплине и учебному плану.

Разработчик программы: доцент кафедры ИПМ

Н.А. Стукалова

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ИПМ  
«\_\_» \_\_\_\_\_, протокол № \_\_.

Заведующий кафедрой

Е.Е. Фомина

Согласовано:  
Начальник учебно-методического  
отдела УМУ

Е.Э. Наумова

Начальник отдела  
комплектования  
зональной научной библиотеки

О.Ф. Жмыхова

## 1. Цель и задачи дисциплины

**Целью** изучения дисциплины «*Линейная алгебра и аналитическая геометрия*» является развитие способностей к логическому мышлению, исследованию и решению различных задач, выработка умения анализировать полученные результаты, навыков самостоятельного изучения литературы по математике и ее приложениям.

**Задачами дисциплины** являются изучение основных понятий и методов линейной алгебры и аналитической геометрии и их приложений; формирование правильного научного подхода к решению различных задач; развитие навыков абстрактного логического мышления; выработка умения анализировать полученные результаты; выработка навыков самостоятельного изучения литературы по дисциплине и ее приложениям.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 ОП ВО. Для освоения дисциплины «*Линейная алгебра и аналитическая геометрия*» студенты используют знания, умения и навыки, сформированные в ходе изучения математики в процессе довузовского обучения. Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин, сопряженных с профессиональными стандартами и профильной направленностью.

Приобретенные знания в рамках данной дисциплины необходимы для изучения «Методы многомерной статистики», «Макроэкономики», «Микроэкономики».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине.

### 3.1 Планируемые результаты обучения по дисциплине

#### **Компетенция, закрепленная за дисциплиной в ОХОП:**

**ОПК-1.** *Способен осуществлять статистическое наблюдение с использованием стандартных методик и технических средств, включая формирование выборочной совокупности и подготовку статистического инструментария.*

#### **Индикаторы компетенции, закреплённые за дисциплиной в ОХОП:**

**ИОПК-1.2.** *Готовит статистический инструментарий для проведения статистического наблюдения.*

#### **Показатели оценивания индикаторов достижения компетенций**

##### **Знать:**

31. Основные термины и понятия линейной алгебры и аналитической геометрии.

32. Наиболее важные приложения линейной алгебры и аналитической геометрии в статистике.

##### **Уметь:**

У1. Производить основные операции над матрицами.

У2. Вычислять определители.

У3. Исследовать и решать системы линейных уравнений, - проводить основные операции над векторами в координатах.

У4. Применять формулы для вычисления расстояний, углов, площадей и объемов различных фигур.

У5. Составлять уравнения фигур 1-го и 2-го порядка на плоскости и в пространстве.

У6. Применять системный подход и методы линейной алгебры в решении задач.

### 3.2. Технологии, обеспечивающие формирование компетенций

Проведение лекционных занятий, практических занятий.

## 4. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы

Таблица 1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебной работы

Вид учебной работы	Зачетные единицы	Академические часы
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	4	144
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>		60
В том числе:		
Лекции		30
Практические занятия (ПЗ)		30
Лабораторные работы (ЛР)		не предусмотрены
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>		48+36 (экз)
В том числе:		
Курсовая работа		не предусмотрена
Курсовой проект		не предусмотрен
Расчетно-графические работы		не предусмотрены
Другие виды самостоятельной работы: - подготовка к практическим занятиям и тестам		48
Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация (экзамен)		36
<b>Практическая подготовка при реализации дисциплины (всего)</b>		0

## 5. Структура и содержание дисциплины

### 5.1. Структура дисциплины

Таблица 2. Модули дисциплины, трудоемкость в часах и виды учебной работы

№	Наименование модуля	Труд-ть часы	Лекции	Практич. занятия	Лаб. работы	Сам. работа
1	Матрицы и определители.	16	3	3	-	6 + 4 (экз)
2	Системы линейных уравнений.	20	4	4	-	6 + 6 (экз)
3	Векторы и операции над ними.	18	4	4	-	6 + 4 (экз)

№	Наименование модуля	Труд-ть часы	Лекции	Практич. занятия	Лаб. работы	Сам. работа
4	Элементы аналитической геометрии.	18	4	4	-	6 + 4 (экз)
5	Линейные пространства.	18	4	4	-	6 + 4 (экз)
6	Евклидовы пространства.	18	3	3	-	6 + 6 (экз)
7	Линейные операторы.	18	4	4	-	6 + 4 (экз)
8	Квадратичные формы.	18	4	4	-	6 + 4 (экз)
<i>Всего на дисциплину</i>		<b>144</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	-	<b>48+36(экз)</b>

## 5.2. Содержание дисциплины

### **МОДУЛЬ 1 «Матрицы и определители»**

Основные сведения о матрицах. Умножение матрицы на число. Сложение и умножение матриц. Возведение матрицы в целую положительную степень. Транспонирование матриц. Введение определителя. Свойства определителей. Вычисление определителей. Существование обратной матрицы и её вычисление. Ранг матрицы.

### **МОДУЛЬ 2 «Системы линейных уравнений»**

Общие понятия систем линейных уравнений. Нахождение единственного решения систем линейных уравнений. Общий подход к решению систем уравнений. Условие разрешимости системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

### **МОДУЛЬ 3 «Векторы и операции над ними»**

Двумерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение. Векторное произведение.

### **МОДУЛЬ 4 «Элементы аналитической геометрии»**

Прямые линии на плоскости. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Линии и поверхности второго порядка.

### **МОДУЛЬ 5 «Линейные пространства»**

Понятие линейного векторного пространства. Вектор в n-мерном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Линейные подпространства.

### **МОДУЛЬ 6 «Евклидовы пространства»**

Евклидово пространство. Свойства длины вектора. Ортогональные векторы. Ортонормированная система векторов. Ортогонализация.

### **МОДУЛЬ 7 «Линейные операторы»**

Линейные операторы и их свойства. Матрица оператора в различных базисах. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Симметричный оператор. Линейные модели обмена.

## МОДУЛЬ 8 «Квадратичные формы»

Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и линейным оператором. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно-определённые формы, отрицательно-определённые формы. Критерий Сильвестра.

### 5.3. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрены.

### 5.4. Практические занятия.

Таблица 3. Тематика практических занятий, семинаров и их трудоемкость

№ пп.	Порядковый номер модуля. Цели практических работ	Примерная тематика занятий и форма их проведения	Труд-ть в часах
1.	<b>Модуль 1</b> Цель: изучение основных матричных операций	Транспонирование матриц Расчет суммы, произведения матрицы на число, произведения матриц, возведение в степень Вычисление определителя Алгебраическое дополнение Нахождение обратной матрицы Определение ранга матрицы	3
2.	<b>Модуль 2</b> Цель: изучение методов решения систем линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы Решение систем линейных уравнений методом Крамера Решение систем линейных уравнений методом Гаусса	4
3.	<b>Модуль 3</b> Цель: формирование алгебраического подхода к решению задач и изучение методов решения задач векторной алгебры	Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение. Векторное произведение.	4
4.	<b>Модуль 4</b> Цель: формирование аналитического подхода к решению геометрических задач и изучение методов аналитической геометрии	Построение уравнения прямой на плоскости (уравнение прямой с угловым коэффициентом, заданной двумя точками, общее уравнение, уравнение прямой в отрезках) Вычисления угла между прямыми Условия параллельности и перпендикулярности прямых Расстояние от точки до прямой Уравнение плоскости, взаимное расположение двух плоскостей Общее уравнение прямой в пространстве Взаимное расположение двух прямых в пространстве, расположение прямой и плоскости	4

№ пп.	Порядковый номер модуля. Цели практических работ	Примерная тематика занятий и форма их проведения	Труд-ть в часах
5.	<b>Модуль 5</b> Цель: формирование алгебраического подхода к решению задач и изучение методов решения задач векторной алгебры	Сумма, произведение арифметических векторов. Система, подсистема и линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и ранг системы векторов, базис и размерность линейного пространства. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений, алгоритм построения фундаментальной системы решений. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.	4
6.	<b>Модуль 6</b> Цель: формирование алгебраического подхода к решению задач и изучение методов решения задач векторной алгебры	Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство. Длина вектора и ее свойства. Угол между векторами. Ортогональные векторы и их свойства. Ортогональный базис. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации.	3
7.	<b>Модуль 7</b> Цель: изучение основных понятий, связанных линейными операторами	Линейный оператор, действия над операторами. Собственные векторы, собственные числа. Характеристический многочлен Квадратичная форма Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.	4
8.	<b>Модуль 8</b> Цель: изучение основных понятий, связанных квадратичными формами	Линейное преобразование переменных. Эквивалентные квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Метод ортогональных преобразований. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.	4

## **6. Самостоятельная работа обучающихся и текущий контроль их успеваемости**

### **6.1. Цели самостоятельной работы**

Формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

### **6.2. Организация и содержание самостоятельной работы**

Самостоятельная работа заключается в изучении отдельных тем курса по заданию преподавателя по рекомендуемой им учебной литературе, в подготовке к практическим занятиям, к текущему контролю успеваемости и подготовке к экзамену.

После вводных лекций, в которых обозначается содержание дисциплины, ее проблематика и практическая значимость, студентам выдаются задания на практические занятия. Практические занятия охватывают модули 1-8.

В рамках дисциплины выполняется 15 практических работ, которые защищаются устным опросом.

Выполнение всех практических работ обязательно.

В случае невыполнения практической работы по уважительной причине студент должен выполнить пропущенные практические работы в часы, отведенные на консультирование с преподавателем.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

### **7.1. Основная литература по дисциплине**

1. Лубягина, Е.Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е.Н. Лубягина, Е.М. Вечтомов. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2022. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-534-10594-0. - URL: <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-495162>. - (ID=134938-0)
2. Ильин, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник для студентов университетов и техн. вузов по спец. «Математика», «Прикл. математика и информатика» / В.А. Ильин, Г.Д. Ким; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - 3-е изд. ; доп. и перераб. - Москва : Проспект, 2015. - ЭБС Университетская библиотека онлайн. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-392-16339-7. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=251656&sr=1>. - (ID=113022-0)
3. Мальцев, И.А. Линейная алгебра : учеб. пособие для вузов / И.А. Мальцев. - 2-е изд. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2010. - 379 с. - (Учебник для вузов. Специальная литература). - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-1011-8 : 399 р. 96 к. - (ID=87892-4)



## 7.2. Дополнительная литература

1. Татарников, О.В. Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум : учебное пособие для вузов / О.В. Татарников, Л.Г. Бирюкова, Р.В. Сагитов. - Москва : Юрайт, 2022. - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-9916-9800-9. - URL: <https://urait.ru/bcode/492014>. - (ID=145453-0)
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект : учеб. пособие / В.И. Антонов [и др.]; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. - Москва : Проспект, 2015. - ЭБС Университетская библиотека онлайн. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-392-16893-4. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=251657&sr=1>. - (ID=113021-0)
3. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии (типовые расчеты) : учеб. пособие для вузов / Л.В. Авилова [и др.]. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2013. - 276 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Текст : непосредственный. - 749 р. 10 к. - (ID=112800-3)
4. Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры : учеб. пособие для вузов / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. - 2-е изд. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2011. - 495 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-1246-4 : 449 р. 90 к. - (ID=90311-5)
5. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Д.В. Клетеник. - СПб. : Лань, 2010. - 224 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-1051-4 (Лань) : 240 р. 02 к. - (ID=84145-4)
6. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии : учеб. пособие для вузов / О.Н. Цубербиллер. - 34-е изд. ; стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с. - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-0475-9 : 249 р. 92 к. - (ID=65644-5)
7. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д.В. Беклемишев. - 11-е изд. ; испр. - М. : Физматлит, 2006. - 308 с. : ил. - Библиогр. : с. 306 - 307. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-9221-0691-7 : 220 р. - (ID=66364-3)
8. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для студентов вузов / Д.В. Беклемишев. - 9-е изд. ; испр. - Москва : Высшая школа, 2002. - 375 с. - ISBN 5-9221-0147-1 : 115 р. - (ID=11189-13)
9. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для физ.-мат. и инж.-физ. спец. вузов / Д.В. Беклемишев. - 6-е изд. ; стер. - Москва : Наука, 1987. - 320 с. - Библиогр. : с. 313 . - Текст : непосредственный. - 80 к. - (ID=57122-272)
10. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. пособие для вузов / Д.В. Беклемишев. - 4-е изд. ; перераб. - Москва : Наука, 1980. - 236 с. - Текст : непосредственный. - 10 р. 50 к. - (ID=87193-106)
11. Виноградов, И.М. Элементы высшей математики (Аналитическая геометрия.

Дифференциальное исчисление. Основы теории чисел) : учебник для студентов вузов / И.М. Виноградов. - Москва : Высшая школа, 1999. - 511 с. - (Высшая математика). - ISBN 5-06-003611-1 : 37 р. 80 к. - (ID=4507-4)

12. Бугров, Я.С. Элементы линейной алгебры и аналитической : учебник для инженерно-технических спец. вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - М. : Физико-математическая литература, 1980. - 176 с. - Текст : непосредственный. - 30 к. - (ID=97943-191)

### 7.3. Методические материалы

1. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия : метод. разработка для студентов первого курса спец. 071900 / сост.: Г.В. Романова, Н.А. Стукалова ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ. - Тверь : ТвГТУ, 2010. - 60 с. - CD. - Сервер. - Текст : непосредственный. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/82603>. - (ID=82603-3)
2. Пиджакова, Л.М. Сборник заданий по математике. Линейная алгебра и основы математического анализа. Ч. 3 / Л.М. Пиджакова, Л.В. Семилетова; Тверской государственный технический университет. - Тверь : ТвГТУ, 2006. - Сервер. - CD. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/61789>. - (ID=61789-2)
3. Пиджакова, Л.М. Сборник заданий по математике. Линейная алгебра и основы математического анализа. Ч. 2 / Л.М. Пиджакова, Л.В. Семилетова; Тверской государственный технический университет. - Тверь : ТвГТУ, 2006. - Сервер. - CD. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/61788>. - (ID=61788-2)
4. Пиджакова, Л.М. Сборник заданий по математике. Линейная алгебра и основы математического анализа. Ч. 1 / Л.М. Пиджакова, Л.В. Семилетова; Тверской государственный технический университет. - Тверь : ТвГТУ, 2006. - Сервер. - CD. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/61787>. - (ID=61787-2)
5. Элементы линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : метод. указ. и задания к контрольной раб. по высш. математике для самостоят. работы студ. фак. заоч. обучения / сост. М.А. Смирнова ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ. - Тверь : ТвГТУ, 2005. - Сервер. - CD. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/59045>. - (ID=59045-1)
6. Элементы линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : метод. указ. и задания к контрольной раб. по высш. математике для самостоят. работы студ. фак. заоч. обучения / сост. М.А. Смирнова ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ. - Тверь : ТвГТУ, 2005. - 32 с. - Текст : непосредственный. - 14 р. 60 к. - (ID=58870-86)
7. Элементы линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии : учеб. пособие / Л.А. Валяева [и др.]; Тверской гос. техн. ун-т. - 2-е изд. - Тверь : ТвГТУ, 2001. - 80 с. : ил. - ISBN 5-7995-157-8 : 38 р. - (ID=7237-15)

8. Элементы линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : метод. указ. и сб. контр. заданий по высш. математике для самоств. работы студентов фак. заоч. обучения : в составе учебно-методического комплекса / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ ; сост.: Л.В. Жиркова, М.А. Смирнова. - Тверь : ТвГТУ, 1999. - 44 с. - (УМК-М). - Текст : непосредственный. - 11 р. - (ID=3451-13)

#### 7.4. Программное обеспечение по дисциплине

Операционная система Microsoft Windows: лицензии № ICM-176609 и № ICM-176613 (Azure Dev Tools for Teaching).

Microsoft Office 2007 Russian Academic: OPEN No Level: лицензия № 41902814.

WPS Office: MPL 1.1/GPL 2.0/LGPL 2.1.

Libre Office: MPL 2.0.

LMS Moodle: GPL 3.0.

#### 7.5. Специализированные базы данных, справочные системы, электронно-библиотечные системы, профессиональные порталы в Интернет

ЭБС и лицензионные ресурсы ТвГТУ размещены:

1. Ресурсы: <https://lib.tstu.tver.ru/header/obr-res>
2. ЭК ТвГТУ: <https://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/Web>
3. ЭБС "Лань": <https://e.lanbook.com/>
4. ЭБС "Университетская библиотека онлайн": <https://www.biblioclub.ru/>
5. ЭБС «IPRBooks»: <https://www.iprbookshop.ru/>
6. Электронная образовательная платформа "Юрайт" (ЭБС «Юрайт»): <https://urait.ru/>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY: <https://elibrary.ru/>
8. Информационная система "ТЕХНОРМАТИВ". Конфигурация "МАКСИМУМ": сетевая версия (годовое обновление) : [нормативно-технические, нормативно-правовые и руководящие документы (ГОСТы, РД, СНиПы и др.]. Диск 1, 2, 3, 4. - М. :Технорматив, 2014. - (Документация для профессионалов). - CD. - Текст : электронный. - 119600 р. – (105501-1)
9. База данных учебно-методических комплексов: <https://lib.tstu.tver.ru/header/umk.html>

УМК размещен: <https://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/147549>

#### 8. Материально-техническое обеспечение.

Кафедра «Информатики и прикладной математики» имеет аудитории для проведения лекций и практических занятий по дисциплине; специализированные учебные классы, оснащенные современной компьютерной

техникой, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями для проведения практических работ и самостоятельной работы.

В наличии имеются презентационные мультимедийные лекционные курсы по дисциплине, тестирующие программы, разработанные преподавателями кафедры ИПМ и внешними разработчиками.

Для проведения практических работ имеются лаборатории с персональными компьютерами (наличие локальной вычислительной сети необязательно).

## **9. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

### **9.1. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена**

1. Экзаменационный билет соответствует форме, утвержденной Положением о рабочих программах дисциплин, соответствующих федеральным государственным образовательным стандартам высшего образования с учетом профессиональных стандартов. Типовой образец экзаменационного билета приведен в Приложении. Обучающемуся даётся право выбора заданий из числа, содержащихся в билете, принимая во внимание оценку, на которую он претендует.

Число экзаменационных билетов – 10. Число вопросов (заданий) в экзаменационном билете – 3 (1 вопрос для категории «знать» и 2 вопроса для категории «уметь»).

Продолжительность экзамена – 60 минут.

2. Шкала оценивания промежуточной аттестации в форме экзамена – «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

3. Критерии оценки за экзамен:

для категории «знать»:

выше базового – 2;

базовый – 1;

ниже базового – 0;

критерии оценки и ее значение для категории «уметь»:

отсутствие умения – 0 балл;

наличие умения – 2 балла.

«отлично» - при сумме баллов 5 или 6;

«хорошо» - при сумме баллов 4;

«удовлетворительно» - при сумме баллов 3;

«неудовлетворительно» - при сумме баллов 0, 1 или 2.

4. Вид экзамена – письменный экзамен.

5. База заданий, предъявляемая обучающимся на экзамене.

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.

2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.

3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.

4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.

5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор  $k$ -го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
25. Линейное уравнение. Понятие системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
26. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
27. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
28. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
29. Системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
30. Матричный способ решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
31. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
32. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по

формулам Крамера.

33. Понятие систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
34. Теорема Кронекера-Капелли.
35. Алгоритм метода Гаусса.
36. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
37. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
38. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
39. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.
40. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
41. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
42. Критерии продуктивности. Чистая продукция.
44. Линейные операции над векторами.
45. Скалярное произведение векторов.
46. Векторное произведение векторов.
47. Смешанное произведение векторов.
48. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
49.  $n$ -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.
50.  $n$ -мерное арифметическое векторное пространство.
51. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
52. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
53. Базис и ранг системы векторов.
54. Базис и размерность линейного пространства.
55. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.
56. Скалярное произведение векторов.
57. Евклидово пространство.  $n$ -мерное арифметическое евклидово пространство.
58. Длина вектора и ее свойства.
59. Угол между векторами.
60. Ортогональные векторы и их свойства.
61. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
62. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
63. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений.
64. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
65. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
66. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
67. Оператор, образ, прообраз.
68. Линейный оператор.

69. Матрица линейного оператора.
70. Связь между образом и прообразом.
71. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
72. Равные операторы. Действия над операторами.
73. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
74. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
75. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
76. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
77. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
78. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
79. Линейное преобразование переменных.
80. Эквивалентные квадратичные формы.
81. Канонический вид квадратичной формы.
82. Метод Лагранжа.
83. Закон инерции квадратичных форм.
84. Классификация квадратичных форм.
85. Критерий Сильвестра.
86. Простая модель обмена. Матрица обмена.
87. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

При промежуточной аттестации с выполнением заданий дополнительного итогового контрольного испытания студенту выдается билет с вопросами и задачами.

Пользование различными техническими устройствами не допускается.

Преподаватель имеет право после проверки письменных ответов на экзаменационные вопросы задавать студенту в устной форме уточняющие вопросы в рамках содержания экзаменационного билета, выданного студенту.

Иные нормы, регламентирующие процедуру проведения экзамена, представлены в Положении о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

## **9.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме зачета**

Учебным планом зачет не предусмотрен.

## **9.3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме курсовой работы или курсового проекта**

Учебным планом не предусмотрены.

## **10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Студенты перед началом изучения дисциплины ознакомлены с системами кредитных единиц и балльно-рейтинговой оценки, которые должны быть опубликованы и размещены на сайте вуза или кафедры.

Студенты, изучающие дисциплину обеспечиваются электронными изданиями или доступом к ним, учебно-методическим комплексом по дисциплине, включая методические указания к выполнению практических работ и всех видов самостоятельной работы.

#### **11. Внесение изменений и дополнений в рабочую программу дисциплины**

Кафедра ежегодно обновляет содержание рабочих программ дисциплин, которые оформляются протоколами. Форма протокола утверждена Положением о структуре, содержании и оформлении рабочих программ дисциплин, по образовательным программам, соответствующих ФГОС ВО с учетом профессиональных стандартов



## Приложение 1

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Тверской государственный технический университет»

Направление подготовки бакалавров – 01.03.05. Статистика

Направленность (профиль) – Экономическая статистика и анализ данных

Кафедра «Информатики и прикладной математики»

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Семестр 1

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Вопрос для проверки уровня «ЗНАТЬ» – 0 или 1 или 2 балла:

Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.

2. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 2 балла:

Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить

определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ .

3. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 2 балла.

Найти векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  и синус угла между векторами  $\vec{a}(4, -2, 3)$  и  $\vec{b}(-3, 3, -6)$ .

**Критерии итоговой оценки за экзамен:**

«отлично» - при сумме баллов 5 или 6;

«хорошо» - при сумме баллов 4;

«удовлетворительно» - при сумме баллов 3;

«неудовлетворительно» - при сумме баллов 0, 1 или 2.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Н.А. Стукалова

Заведующий кафедрой: к.т.н., доцент \_\_\_\_\_ Е.Е. Фомина