

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**  
(ТвГТУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор  
по учебной работе  
\_\_\_\_\_ Э.Ю. Майкова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)»  
**«Математика»**

Направление подготовки бакалавров – 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии

Направленность (профиль) – Урбанистика и охрана окружающей среды городских территорий

Типы задач профессиональной деятельности: технологический, организационно-управленческий

Форма обучения – очная

Инженерно-строительный факультет  
Кафедра «Высшая математика»

Тверь 20\_\_

Рабочая программа дисциплины соответствует ОХОП подготовки бакалавров в части требований к результатам обучения по дисциплине и учебному плану.

Разработчик программы: профессор кафедры ВМ Е.В. Борисова

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ВМ  
«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_.

Заведующий кафедрой В.Д.Горячев

Согласовано:  
Начальник учебно-методического  
отдела УМУ Д.А. Барчуков

Начальник отдела  
комплектования  
зональной научной библиотеки О.Ф. Жмыхова

## **1. Цель и задачи дисциплины**

**Целью** изучения дисциплины «Математика» является формирование профессиональной математической культуры, под которой понимается готовность и способность личности использовать в профессиональной деятельности приобретенную совокупность знаний, умений и навыков для использования математических методов в сфере профессиональной деятельности. Формирование готовности к активной профессиональной и социальной деятельности, системность профессионального мышления, инновационной открытости, способности к самостоятельному приращению имеющихся знаний, способностью адаптироваться к изменяющимся условиям профессиональной деятельности, рассматривается в качестве приоритета.

**Задачами дисциплины** являются:

формирование системы знаний, умений и навыков по основным разделам высшей математики и математической обработки информации;

привитие навыков современных видов математического мышления;

использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;

стимулирование самостоятельной работы по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)». Для освоения дисциплины «Математика» студенты используют знания, умения и навыки, сформированные в ходе изучения математики в процессе довузовского обучения. Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин, сопряженных с профессиональными стандартами и профильной направленностью. Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего освоения специальных дисциплин профессионального цикла. Полученные знания необходимы для изучения дисциплин: «Геоэкология», «Гидравлика», «Прикладная механика», «Электротехника и промышленная электроника», «Гидрогеологическое регулирование стоков» «Оценка воздействия на окружающую среду и экологическая экспертиза».

## **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине.**

### **3.1 Планируемые результаты обучения по дисциплине**

**Компетенция, закрепленная за дисциплиной в ОХОП:**

**ОПК-2. Способен использовать математические, физические, физико-химические, химические методы для решения задач профессиональной деятельности**

**Индикаторы компетенции, закреплённые за дисциплиной в ОХОП:**

**ИОПК-2.1 Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального**

## *исчисления функции одной переменной*

### **Показатели оценивания индикаторов достижения компетенции**

#### **Знать:**

31. Основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии, разделов дифференциального исчисления и интегрирования функции одной переменной.

32. Основные математические методы теоретического анализа и исследования функций, обработки экспериментальных данных, постановки расчетных и исследовательских задач.

#### **Уметь:**

У1. Исследовать и решать различными методами системы линейных уравнений, строить математические модели геометрических объектов на плоскости и в пространстве, решать основные задачи математического анализа функции одной переменной.

У2. Использовать теоретические знания в предметной области; логические связи при формулировании поиска по содержанию изучаемых разделов математики.

**ИОПК-2.2.** Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, численных рядов

### **Показатели оценивания индикаторов достижения компетенции**

#### **Знать:**

31. Фундаментальные методы и алгоритмы решения типовых практических задач по теории функции нескольких переменных, функций комплексного переменного, дифференциальных уравнений, числовых и функциональных рядов.

32. Основные теоремы, формулы и математические соотношения, термины изучаемых разделов, правила и подходы построения и исследования прикладных математических моделей. основные методы количественного и качественного анализа

#### **Уметь:**

У1. Использовать теоретические знания в предметной области; логические связи при формулировании прикладных задач; разделять описание проблемы на части для выявления структуры и взаимосвязи между частями; комбинировать части в структуру с новыми свойствами; конструировать качественные и количественные суждения, основанные на точных критериях, теоретических предпосылках, обобщениях; выявлять ошибки в суждениях.

У2. Анализировать, интерпретировать и обобщать результаты исследований, доводить их до практической реализации.

У3. Самостоятельно использовать математический аппарат при изучении специальных дисциплин, применяя современные образовательные и информационные технологии.

**ИОПК-2.3.** Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

### **Показатели оценивания индикаторов достижения компетенции**

**Знать:**

31. Основные понятия и теоремы теории вероятностей, случайных величин и математической статистики.

32. Основные сбора и обработки экспериментальных данных, постановки расчетных и исследовательских задач статистической обработки наблюдений.

**Уметь:**

У1. Решать различными методами основные задачи теории вероятностей и математической статистики.

У2. Использовать теоретические знания с целью осуществления экологической оценки состояния и оценке риска поднадзорных территорий.

### **3.2. Технологии, обеспечивающие формирование компетенций**

Проведение лекционных занятий, практических занятий. Авторские педагогические технологии проектной деятельности.

### **4. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы**

#### **ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ**

Таблица 1а. Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебной работы

Вид учебной работы	Зачетные единицы	Академические часы
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	12	432
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>		210
В том числе:		
Лекции		90
Практические занятия (ПЗ)		120
Лабораторные работы (ЛР)		не предусмотрены
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>		150+72 (экз)
В том числе:		
Курсовая работа		не предусмотрена
Курсовой проект		не предусмотрен
Расчетно-графические работы		не предусмотрены
Другие виды самостоятельной работы: - подготовка к практическим занятиям и тестам		90
Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация (зачет)		40
Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация (экзамен)		20+72 (экз)
<b>Практическая подготовка при реализации дисциплины (всего)</b>		0

## 5. Структура и содержание дисциплины

### 5.1. Структура дисциплины ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Таблица 2а. Модули дисциплины, трудоемкость в часах и виды учебной работы

№	Наименование модуля	Труд-ть часов	Лекции	Практич. занятия	Лаб. работы	Сам. работа
1 семестр						
1	Элементы линейной алгебры	32	6	6	-	10+10(экз)
2	Элементы векторной алгебры	16	4	4	-	4+4(экз)
3	Комплексные числа	20	6	6	-	4+4(экз)
4	Элементы аналитической геометрии	36	7	7	-	12+10(экз)
5	Предел и непрерывность функции одной переменной	40	7	7	-	18+8(экз)
<i>Всего часов за 1 семестр</i>		<b>144</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	-	<b>48+36 (экз)</b>
2 семестр						
6	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	28	8	8	-	12
7	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	36	10	10	-	16
8	Интегральное исчисление функций одной переменной	44	12	12	-	20
<i>Всего часов за 2 семестр</i>		<b>108</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	-	<b>48</b>
3 семестр						
9	Обыкновенные дифференциальные уравнения	53	7	14	-	14+18(экз)
10	Числовые и функциональные ряды	55	8	16	-	13+18(экз)
<i>Всего часов за 3 семестр</i>		<b>108</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	-	<b>27+36 (экз)</b>
4 семестр						
11	Теория вероятностей	33	6	12	-	15
12	Элементы математической статистики	39	9	18	-	12
<i>Всего часов за 4 семестр</i>		<b>72</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	-	<b>27</b>
<i>Всего на дисциплину</i>		<b>432</b>	<b>90</b>	<b>120</b>		<b>150+72(экз)</b>

## **5.2. Содержание дисциплины**

### **МОДУЛЬ 1 «Элементы линейной алгебры»**

Системы линейных уравнений; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; определители, их свойства и применение к исследованию и решению систем линейных уравнений.

Миноры и алгебраические дополнения. Матрицы и действия над ними. Решение системы алгебраических линейных уравнений методом Крамера, Гаусса, с помощью обратной матрицы. Векторные пространства; базис и размерность.

### **МОДУЛЬ 2 «Элементы векторной алгебры»**

Векторы в прямоугольной системе координат. Линейные операции над векторами и их свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов; их определения, основные свойства, способы вычисления и применения к решению физических и геометрических задач. Разложение вектора по базису. Вектор-функция.

### **МОДУЛЬ 3 «Комплексные числа»**

Определение комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Алгебраические операции, возведение в целую степень, извлечение корня. Комплексная плоскость; модули и аргумент комплексного числа, их свойства. Многочлены с комплексными коэффициентами (комплексными корнями). Дифференцирование функции комплексного аргумента.

### **МОДУЛЬ 4 «Элементы аналитической геометрии»**

Прямая линия на плоскости (различные виды уравнений прямой). Взаимное расположение 2-х прямых. Плоскость и прямая в пространстве, их уравнения и взаимное расположение. Кривые и поверхности 2-го порядка; их канонические уравнения и построение. Полярная система координат. Основные виды кривых в полярной системе, изображения, свойства, уравнения.

### **МОДУЛЬ 5 «Предел и непрерывность функции одной переменной»**

Деление многочленов с остатком; теорема Безу; кратность корня многочлена, разложение многочлена на неприводимые множители над полями комплексных и действительных чисел; формулы Виета; наибольший общий делитель многочленов. Понятие множества. Операции над множествами. Понятие функции одной переменной. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Неэлементарные функции. Исследование на непрерывность.

### **МОДУЛЬ 6 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»**

Производная функции, ее геометрический и физический смыслы. Практика дифференцирования. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Общая схема исследования функции одной переменной. Дифференцируемость функции, ее связь с непрерывностью. Дифференциал функции, его свойства. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функции на

интервале. Экстремум, наибольшее и наименьшее значение функции одной переменной на интервале. Выпуклость, точки перегиба кривой. Асимптоты.

Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа) и их геометрическая иллюстрация. Касательная плоскость, нормаль.

## **МОДУЛЬ 7 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»**

Функции нескольких переменных, основные понятия. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные; их геометрический смысл. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Сложные функции и неявная функция нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (определение, уравнения). Экстремум функции двух переменных. Применение полного дифференциала для приближенных вычислений.

Нахождение абсолютной и относительной погрешности вычислений. Скалярное и векторное поля. Линии уровня поля. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных (определение, вычисление, свойства). Метод наименьших квадратов. Метод выравнивания.

## **МОДУЛЬ 8 «Интегральное исчисление функций одной переменной»**

Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования, использование таблиц интегралов. Приемы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций. Определенный интеграл. Задача о площади криволинейной трапеции, приводящая к понятию определенного интеграла по отрезку. Определенный интеграл по отрезке (определение, основные свойства, вычисление, формула Ньютона – Лейбница). Интегралы с бесконечными пределами и от разрывных функций.

Специальные методы интегрирования. Интегралы не интегрируемые в аналитических выражениях. Приближенное методы вычисления интегралов: методы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Теорема о среднем. Механические и геометрические приложения определенного интеграла

## **МОДУЛЬ 9 «Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Определение дифференциального уравнения, его порядка и решения. Задача Коши и теорема Коши для уравнений 1-го порядка. Основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения второго порядка. Общее и частное решения. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и линейного неоднородного уравнений  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения.

Дифференциальные уравнения, как модель реальных процессов.

Методы решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы линейных дифференциальных уравнений. Решение систем ОДУ в матричной форме.

### **МОДУЛЬ 10 «Числовые и функциональные ряды»**

Понятие числового ряда. Основные определения и термины. Понятие сходимости числовых рядов. Критерий, необходимые и достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов. Свойства знакоположительных рядов. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница, ее геометрическая интерпретация.

Признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши, первый и второй признаки сравнения для установления сходимости числовых знакоположительных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.

Понятие функциональных и степенных рядов. Область сходимости, теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды элементарных функций. Свойства степенных рядов. Радиус и интервал сходимости степенных рядов. Стандартные разложения в ряд Маклорена некоторых элементарных функций.

Приложения теории рядов для приближенных вычислений и решений дифференциальных уравнений. Приближенные вычисления значений элементарных функций, интегралов, не интегрируемых в аналитических выражениях. Применение теории рядов для численного решения дифференциальных уравнений. Вычисление интегральной функции Лапласа. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье.

### **МОДУЛЬ 11 «Теория вероятностей»**

Вероятность. Пространство исходов; операции над событиями; алгебра элементарных событий; свойства вероятности. Вероятностное пространство как математическая модель случайного эксперимента; дискретное вероятностное пространство; классическое определение вероятности; функция распределения вероятностной меры, ее свойства; непрерывные и дискретные распределения; примеры вероятностных пространств. Комбинаторные задачи и правила их решения. Перестановки, размещения и сочетания без повторений. Классическое, геометрическое, аксиоматическое определение вероятности. Основные теоремы теории вероятностей. Условная вероятность; формула полной вероятности; независимость событий; схема Бернулли; предельные теоремы для схемы Бернулли. Формула полной вероятности. формула Байеса. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

### **МОДУЛЬ 12 «Элементы математической статистики»**

Дискретные и непрерывные случайные величины. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин (биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное распределения). Случайные функции.

Математическое ожидание случайной величины; дисперсия; теоремы о математическом ожидании и дисперсии; вычисление математического ожидания и дисперсии для некоторых распределений, ковариация, коэффициент корреляции; неравенство Чебышева; закон больших чисел. Предельные теоремы: характеристическая функция, многомерное нормальное распределение; виды сходимости: по вероятности прямая и обратная теоремы для характеристических функций: центральная предельная теорема; неравенство Колмогорова. Статистические модели и основные задачи статистического анализа. Методы статистической проверки гипотез.

Генеральная совокупность и выборка. Полигон частот, гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Нахождение неизвестных параметров распределения по выборке. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Критерий Пирсона для статистической проверки гипотез.

### **5.3. Лабораторные работы**

Учебным планом не предусмотрены.

### **5.4. Практические занятия.**

#### **ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ**

Таблица 4а. Тематика практических занятий, семинаров и их трудоемкость

<b>№ пп.</b>	<b>Порядковый номер модуля. Цели практических работ</b>	<b>Примерная тематика занятий и форма их проведения</b>	<b>Труд-ТЬ в часах</b>
<b>1.</b>	<b>Модуль 1</b> <b>Цель:</b> формирование алгебраического подхода к решению задач и изучение методов решения задач линейной алгебры	Матрицы, действия над ними, определители, ранг матрицы, линейные пространства, линейная зависимость и независимость, системы линейных однородных и неоднородных уравнений.	4
		Линейные векторные пространства, выражение векторов в разных базисах, линейные операторы.	2
<b>2.</b>	<b>Модуль 2</b> <b>Цель:</b> формирование алгебраического подхода к решению задач и изучение методов решения задач векторной алгебры	Понятие вектора, линейные операции над векторами, приложения векторной алгебры для нахождения механических и геометрических величин.	4
<b>3.</b>	<b>Модуль 4</b> <b>Цель:</b> изучение операций с алгебраическими множествами, комплексными числами	Комплексные числа, свойства и операции	6
<b>4.</b>	<b>Модуль 3</b> <b>Цель:</b> формирование аналитического подхода к решению геометрических задач и изучение методов аналитической геометрии, изучение операций с алгебраическими множествами, комплексными числами	Прямая на плоскости, плоскость в пространстве	2
		Прямая в пространстве, кривые второго порядка	3
		Поверхности второго порядка построение и канонические уравнения.	2

<b>№ пп.</b>	<b>Порядковый номер модуля. Цели практических работ</b>	<b>Примерная тематика занятий и форма их проведения</b>	<b>Труд-ТЬ в часах</b>
5.	<b>Модуль 5</b> <b>Цель:</b> формирование умений нахождения пределов функций, исследование на непрерывность	Понятие множества. Операции над множествами. Предел функции. Свойства непрерывных функций. Методы нахождения пределов функций. Замечательные пределы	1 6
6.	<b>Модуль 6</b> <b>Цель:</b> формирование навыков решения задач математического анализа, получение практики дифференцирования, решение задач исследования функций методами дифференциального исчисления.	Понятие функции одной переменной. Свойства непрерывных функций. Основные функции одной переменной, их свойства, графическое представление. Производная функции, ее геометрический и физический смыслы. Практика дифференцирования. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Экстремумы функций одной переменной, изгиб, асимптоты. Общая схема исследования функции одной переменной.	2 4 2
7.	<b>Модуль 7</b> <b>Цель:</b> получение практики дифференцирования функций нескольких переменных, исследование функций нескольких переменных методами дифференциального исчисления.	Понятие функции нескольких переменных, их свойства, графическое представление Практика дифференцирования, нахождение частных производных первого и высших порядков. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях. Экстремумы функций нескольких переменных. Решение экстремальных задач в предметной области.	2 4 4
8.	<b>Модуль 8</b> <b>Цель:</b> получение практики вычисления неопределенных и определенных интегралов.	Неопределенный интеграл. Методы интегрирования, использование таблиц интегралов. Основные приемы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций. Вычисление определенных интегралов. Задачи геометрии и механики.	4 4 4
9.	<b>Модуль 9</b> <b>Цель:</b> освоение методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и элементов математического моделирования	Основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и методы их решения. Простейшие математические модели Дифференциальные уравнения второго порядка и высших порядков, допускающие понижение порядка.	4 4

<b>№ пп.</b>	<b>Порядковый номер модуля. Цели практических работ</b>	<b>Примерная тематика занятий и форма их проведения</b>	<b>Труд-ТЬ в часах</b>
		Линейные дифференциальные уравнения п-го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение систем линейных дифференциальных уравнений	6
10.	<b>Модуль 10</b> <b>Цель:</b> формирование практических навыков применения теории рядов в инженерной практике для получения приближенных (оценочных) решений	Исследование сходимости числовых рядов: знакопостоянных и знакопеременных.  Нахождение области сходимости степенных рядов. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена.  Приближенные вычисления с использованием разложений в ряд. Степенные ряды для решения дифференциальных уравнений. Понятие и применения рядов Фурье.	8  4  4
11.	<b>Модуль 11</b> <b>Цель:</b> изучение методов теории вероятностей, получение практических навыков вероятностных вычислений	Классическое, геометрическое, аксиоматическое определение вероятности. Основные теоремы теории вероятностей. Элементы комбинаторики.  Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа	6  8
12.	<b>Модуль 12</b> <b>Цель:</b> формирование практики статистической обработки и интерпретации результатов эксперимента	Генеральная совокупность и выборка. Полигон частот, гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Их числовые характеристики...  Нахождение неизвестных параметров распределения по выборке. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Подготовка эмпирических данных для статистической обработки. Статистическая проверка гипотез. Оценка уровня достоверности результатов эксперимента. Критерий согласия распределений Пирсона	12  6

## **6. Самостоятельная работа обучающихся и текущий контроль их успеваемости**

### **6.1. Цели самостоятельной работы**

Формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

### **6.2. Организация и содержание самостоятельной работы**

Самостоятельная работа заключается в изучении отдельных тем курса по заданию преподавателя по рекомендуемой им учебной литературе, в подготовке к практическим занятиям, текущему контролю успеваемости, выполнении индивидуальных заданий, самопроверке изученного материала..

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

### **7.1. Основная литература по дисциплине**

1. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учебное пособие для вузов : в составе учебно-методического комплекса : в 2 т. Т. 1 / Н.С. Пискунов. - стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2008. - 416 с. - (УМК-У). - Текст : непосредственный. - ISBN 5-89602-012-0 (Т. 1) : 369 р. 60 к. - (ID=76146-287)
2. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учебное пособие для вузов : в 2 т. : в составе учебно-методического комплекса. Т. 2 / Н.С. Пискунов. - стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2008. - 544 с. - (УМК-У). - Текст : непосредственный. - ISBN 5-89602-013-9 (Ч. 2) : 269 р. 10 к. - (ID=76148-288)
3. Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие для вузов / В.П. Минорский. - 15-е изд. - Москва : Физматлит, 2006. - 336 с. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-94052-105-3 : 199 р. - (ID=65972-8)
4. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей : учебник для вузов / Е.С. Вентцель. - 8-е изд. ; стер. - Москва : Высшая школа, 2002. - 575 с. : ил. - ISBN 5-06-003650-2 : 128 р. - (ID=11125-13)
5. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. - 11-е изд. ; доп. и перераб. - Москва : Юрайт, 2022. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-534-08389-7. - URL: <https://urait.ru/bcode/488572>. - (ID=97236-0)
6. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В.Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2022. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст :

электронный. - ISBN 978-5-534-00211-9. - URL:  
<https://urait.ru/bcode/488573> . - (ID=109192-0)

## 7.2. Дополнительная литература

1. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. пособие для вузов : в 3 ч. Ч. 1 / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко. - Минск : Академическая книга, 2005. - 270 с. - Библиогр. : с. 267 - 268. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-339-00483-X : 253 р. - (ID=61171-23)
2. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. пособие для вузов : в 3 ч. Ч. 3 / А.П. Рябушко [и др.]; под ред. А.П. Рябушко. - Минск : Академическая книга, 2006. - 287 с. - Библиогр. : с. 280 - 285. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-339-00483-X : 265 р.- (ID=61173-24)
3. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. пособие для вузов : в 3 ч. Ч. 2 / А.П. Рябушко [и др.]; под ред. А.П. Рябушко. - Минск : Академическая книга, 2006. - 352 с. - Библиогр. : с. 349 - 350. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-339-0483-X : 275 р.- (ID=61172-24)
4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 1 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : ОНИКС : Мир и Образование, 2006. - 304 с. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-488-00293-6 (Оникс) : 75 р. - (ID=60200-14)
5. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 2 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : Оникс : Мир и Образование, 2006. - 416 с. : ил. - Библиогр. : с. 416. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-488-00293-6 (Оникс) : 19 р. 86 к. - (ID=60975-25)
6. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для физ.-мат. и инж.-физ. спец. вузов / Д.В. Беклемишев. - 6-е изд. ; стер. - Москва : Наука, 1987. - 320 с. - Библиогр. : с. 313 . - Текст : непосредственный. - 80 к. - (ID=57122-275)
7. Лачуга, Ю. Ф. Прикладная математика : учебник и практикум для вузов / Ю. Ф. Лачуга, В. А. Самсонов ; под общей редакцией В. А. Самсона. — 2-е изд., доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 304 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10293-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491326> . - (ID=135235-0)
8. Борисова, Е.В. Краткий курс высшей математики в комментариях к тестам Государственного Образовательного Стандарта : информ.-компьютерные и гуманит. напр. : учеб.-справ. пособие / Е.В. Борисова, Л.М. Пиджакова. - 1-е изд. - Тверь : [б. и.], 2009. - 241 с. - (Электронный экзамен). - Текст : непосредственный. - [б. ц.]. - (ID=79834-99)

## 7.3. Методические материалы

1. Обработка экспериментальных данных : метод. указания для бакалавров всех спец. / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ ; сост. Л.В. Плетнев. -

- Тверь : ТвГТУ, 2016. - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/112886> . - (ID=112886-1)
2. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб.-метод. пособие для бакалавров всех специальностей. Ч. 2 : Неопределенный и определенный интеграл. Функции нескольких переменных / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ ; сост.: А.Б. Долженко, М.В. Мусина. - Тверь : ТвГТУ, 2014. - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/105778> . - (ID=105778-1)
3. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб.-метод. пособие для бакалавров всех специальностей. Ч. 1 : Введение в линейную алгебру и аналитическую геометрию. Введение в математический анализ / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ ; сост.: А.Б. Долженко, М.В. Мусина. - Тверь : ТвГТУ, 2014. - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/105777> . - (ID=105777-1)
4. Горячев, В.Д. Слайд-лекции по дисциплине "Математика" для студентов всех направлений и специальностей : в составе учебно-методического комплекса / В.Д. Горячев; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2012. - (УМК-Л). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/110278> . - (ID=110278-1)
5. Слайд-лекции по дисциплине "Математика" для студентов всех направлений и специальностей : в составе учебно-методического комплекса. 4 семестр / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2012. - (УМК-Л). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/110256> . - (ID=110256-1)
6. Слайд-лекции по дисциплине "Математика" для студентов всех направлений и специальностей : в составе учебно-методического комплекса. 3 семестр / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2012. - (УМК-Л). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/110255> . - (ID=110255-1)
7. Слайд-лекции по дисциплине "Математика" для студентов всех направлений и специальностей : в составе учебно-методического комплекса. 2 семестр / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2012. - (УМК-Л). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/110254> . - (ID=110254-1)
8. Слайд-лекции по дисциплине "Математика" для студентов всех направлений и специальностей : в составе учебно-методического комплекса. 1 семестр / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2012. - (УМК-Л). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/110252> . - (ID=110252-1)
9. Слайд-лекции по дисциплине "Математика" для студентов всех направлений и специальностей : в составе учебно-методического комплекса / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2012. - (УМК-Л). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/110218> . - (ID=110218-1)

10. Руководство к решению задач по математике. Ч. 2 / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ ; сост.: А.Н. Балашов, Л.А. Валяева, Ю.А. Егоров. - Тверь : ТвГТУ, 2010. - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/109432> . - (ID=109432-1)
11. Руководство к решению задач по математике. Ч. 1 / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ ; сост.: А.Н. Балашов, Л.А. Валяева, В.В. Григорьева, Ю.А. Егоров ; под ред. В.Д. Горячева . - Тверь : ТвГТУ, 2010. - 100 с. - Дискета. - Сервер. - Текст : непосредственный. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/84693> . - (ID=84693-3)
12. Элементы математической статистики : метод. указ. для студентов всех спец. / сост.: А.Б. Долженко, И.Г. Чубинидзе ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2006. - Дискета. - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/61008> . - (ID=61008-1)
13. Числовые ряды : метод. указ. для всех спец. / сост. И.Г. Чубинидзе ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ВМ. - Тверь : ТвГТУ, 2006. - Сервер. - Дискета. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/60473> . - (ID=60473-2)
14. Оценочные средства по дисциплине "Математика" для всех направлений и профилей подготовки : в составе учебно-методического комплекса / Каф. Высшая математика. - 2017. - (УМК-ДМ). - Сервер. - Текст : электронный. - 0-00. - (ID=119171-1)

#### **7.4. Программное обеспечение по дисциплине**

Операционная система Microsoft Windows: лицензии № ICM-176609 и № ICM-176613 (Azure Dev Tools for Teaching).

Microsoft Office 2007 Russian Academic: OPEN No Level: лицензия № 41902814.

WPS Office: MPL 1.1/GPL 2.0/LGPL 2.1., Libre Office: MPL 2.0.

LMS Moodle: GPL 3.0.

#### **7.5. Специализированные базы данных, справочные системы, электронно-библиотечные системы, профессиональные порталы в Интернет**

ЭБС и лицензионные ресурсы ТвГТУ размещены:

1. Ресурсы: <https://lib.tstu.tver.ru/header/obr-res>
2. ЭК ТвГТУ: <https://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/Web>
3. ЭБС "Лань": <https://e.lanbook.com/>
4. ЭБС "Университетская библиотека онлайн": <https://www.biblioclub.ru/>
5. ЭБС «IPRBooks»: <https://www.iprbookshop.ru/>
6. Электронная образовательная платформа "Юрайт" (ЭБС «Юрайт»): <https://urait.ru/>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY: <https://elibrary.ru/>

8. Информационная система "ТЕХНОМАТИВ". Конфигурация "МАКСИМУМ" : сетевая версия (годовое обновление) : [нормативно-технические, нормативно-правовые и руководящие документы (ГОСТы, РД, СНиПы и др.]. Диск 1, 2, 3, 4. - М. :Технорматив, 2014. - (Документация для профессионалов). - CD. - Текст : электронный. - 119600 р. – (105501-1)
9. База данных учебно-методических комплексов: <https://lib.tstu.tver.ru/header/umk.html>

УМК размещен: <https://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/119709>.

## **8. Материально-техническое обеспечение.**

Кафедра «Высшая математика» имеет аудитории для проведения лекций и практических занятий по дисциплине. Учебный класс (аудитория), оснащенный проекционным оборудованием, оргтехникой. В наличии презентационные мультимедийные лекционные курсы по математике, интернет-курс обучения высшей математике «Математика» с удаленным доступом, доступный на сайте ТвГТУ, и тестирующие программы, разработки кафедры ИПМ и внешних разработчиков.

## **9. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

### **9.1. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена**

1. Экзаменационный билет соответствует форме, утвержденной Положением о рабочих программах дисциплин, соответствующих федеральным государственным образовательным стандартам высшего образования с учетом профессиональных стандартов. Типовой образец экзаменационного билета приведен в Приложении. Обучающемуся даётся право выбора заданий из числа, содержащихся в билете, принимая во внимание оценку, на которую он претендует.

Число экзаменационных билетов – 15. Число вопросов (заданий) в экзаменационном билете – 3 (1 вопрос для категории «знать» и 2 вопроса для категории «уметь»).

Продолжительность экзамена – 60 минут.

2. Шкала оценивания промежуточной аттестации в форме экзамена – «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

3. Критерии оценки за экзамен:

для категории «знать»:

выше базового – 2;

базовый – 1;

ниже базового – 0;

критерии оценки и ее значение для категории «уметь»:

отсутствие умения – 0 балл;

наличие умения – 2 балла.

«отлично» - при сумме баллов 5 или 6;

«хорошо» - при сумме баллов 4;

«удовлетворительно» - при сумме баллов 3;

«неудовлетворительно» - при сумме баллов 0, 1 или 2.

4. Вид экзамена – письменный экзамен.

### **База, предъявляемая обучающимся на экзамене.**

*1 семестр.*

*1. Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.*

*2. Определители 2-го, 3-го, n-го порядка и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу).*

*3. Решение систем линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера.*

*4. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.*

*5. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства.*

*6. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису.*

*7. Линейные операторы и действия с ними. Матрица линейного оператора.*

*8. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Совместность систем линейных алгебраических уравнений Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли.*

*9. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.*

*10. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведения.*

*11. Прямая на плоскости. Формы уравнений. Расстояние от точки до заданной прямой.*

*12. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.*

*13. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Поверхности второго порядка.*

*14. Полярная система координат. Виды уравнений основных кривых второго порядка.*

*15. Простейшие элементарные функции и их основные свойства.*

*Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение.*

*Бесконечно малые и бесконечно большие (в данной точке) функции и принципы их сравнения.*

*16. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число e. Замечательные пределы. Предельный переход в неравенствах.*

*17. Понятие непрерывности функции в точке и на множестве.*

*Арифметические операции над непрерывными функциями. Классификация точек разрыва.*

*18. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Обратная функция. Условия непрерывности монотонных функций и обратных функций.*

*19. Понятие комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Операции над комплексными числами в различных формах записи. Формула Муавра.*

*3 семестр*

*1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Изоклины. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.*

*Дифференциальные уравнения первого порядка. Методы Бернулли и Лагранжа для уравнений первого порядка.*

*2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши, для дифференциальных уравнений высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.*

*3. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.*

*4. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Принцип суперпозиции решений.*

*5. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений. Простейшие математические модели.*

*6. Числовые ряды с положительными членами. Критерий сходимости числовых рядов. Необходимый признак сходимости числовых знакоположительных рядов. Достаточные признаки сходимости.*

*7. Теорема Лейбница, ее геометрическая интерпретация. Абсолютная и условная сходимость рядов.*

*8. Функциональные ряды. Область сходимости. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенных рядов.*

*9. Условия разложимости функций в ряд Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме Лагранжа, Коши и Пеано. Его оценка. Ряд Маклорена для элементарных функций.*

*10. Примеры приложений формулы Тейлора для приближенных вычислений элементарных функций, вычисления пределов, определенных интегралов, приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений.*

*11. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье общего вида и частные случаи для четных, нечетных функций. Ряды Фурье для функций с произвольным периодом. Приложение рядов Фурье для предметной области.*

При промежуточной аттестации с выполнением заданий дополнительного итогового контрольного испытания студенту выдается билет с вопросами и задачами.

Пользование различными техническими устройствами не допускается.

Преподаватель имеет право после проверки письменных ответов на экзаменационные вопросы задавать студенту в устной форме уточняющие вопросы в рамках содержания экзаменационного билета, выданного студенту.

Иные нормы, регламентирующие процедуру проведения экзамена, представлены в Положении о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

## **9.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме зачета**

1. Шкала оценивания промежуточной аттестации – «зачтено», «не зачтено».

2. Вид промежуточной аттестации в форме зачета.

Промежуточная аттестация в форме зачета устанавливается преподавателем по результатам текущего контроля знаний и умений обучающегося без дополнительных контрольных испытаний.

При промежуточной аттестации без выполнения дополнительного итогового контрольного испытания студенту в обязательном порядке описываются критерии проставления зачёта:

«зачтено» - выставляется обучающемуся при условии выполнения им всех контрольных мероприятий, посещения лекций и практических занятий в объеме, соответствующем не менее чем 80% от количества часов, отведенного на контактную работу с преподавателем.

3. Для дополнительного итогового контрольного испытания студенту в обязательном порядке предоставляется:

база заданий, предназначенных для предъявления обучающемуся на дополнительном итоговом контрольном испытании (типовой образец задания приведен в Приложении);

методические материалы, определяющие процедуру проведения дополнительного итогового испытания и проставления зачёта.

Задание выполняется письменно.

### **Перечень вопросов дополнительного итогового контрольного испытания:**

*2 семестр.*

*1. Понятие производной и дифференцируемости функции в точке. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, сложной функции и обратной функции. Формулы дифференцирования простейших элементарных функций.*

*2. Первый дифференциал функции. Инвариантность его формы. Использование дифференциала для приближенного вычисления приращения функции.*

*3. Производные и дифференциалы высших порядков.*

*4. Понятие возрастания (убывания) в точке и локального экстремума функции. Достаточное условие возрастания (убывания) и необходимое условие экстремума дифференцируемой в данной точке функции.*

*5. Раскрытие неопределенностей (правило Лопитала).*

*6. Нахождение точек экстремума функции. Достаточные условия экстремума. Выпукłość (вогнутость) графика функции. Точки перегиба и достаточные условия перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования графиков функций.*

7. Понятие функции многих переменных и ее предельного значения.  
Непрерывность функции  $n$ -переменных. Свойства непрерывных функций.
8. Понятие дифференцируемости функции. Касательная плоскость к поверхности. Достаточное условие дифференцируемости.  
Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
9. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о равенстве смешанных производных. Производная по направлению. Градиент.
10. Экстремум функции многих переменных. Условный экстремум и методы его отыскания
11. Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции.  
Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
12. Простейшие методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям).
13. Интегрируемость в элементарных функциях класса рациональных дробей.  
Интегрируемость в элементарных функциях дробно-линейных иррациональностей и других классов функций.
14. Свойства определенного интеграла. Оценки интегралов, формулы среднего значения. Основная формула интегрального исчисления. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
15. Несобственные интегралы. Критерий сходимости. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
16. Понятие длины кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой.  
Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора. Вычисление объема тела в пространстве. Задачи физики.

#### 4. семестр.

1. Основные формулы комбинаторики.
2. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
3. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.
4. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.
5. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
6. Стандартные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нормальное распределение и его свойства.
7. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.
8. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия.

*9. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные.*

*Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки.*

*10. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства.*

*Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.*

*11. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о виде распределения.*

Пользование различными техническими устройствами не допускается. Преподаватель имеет право после проверки письменных ответов на экзаменацоные вопросы задавать студенту в устной форме уточняющие вопросы в рамках содержания экзаменацоного билета, выданного студенту.

Иные нормы, регламентирующие процедуру проведения экзамена, представлены в Положении о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Число заданий для дополнительного итогового контрольного испытания – 20 в формате тестов с декомпозицией по индикаторам «знать» и «уметь».

Продолжительность – 60 минут.

#### **4. Критерии выполнения контрольного испытания и условия присвоения зачёта:**

для категории «знать» (бинарный критерий):

ниже базового - 0 балл;

базовый уровень – 1 балла;

критерии оценки и ее значение для категории «уметь» (бинарный критерий):

отсутствие умения – 0 балл;

наличие умения – 1 балла.

Критерии итоговой оценки за зачет:

«зачтено» - при сумме баллов 11 и выше;

«не засчитано» - при сумме баллов 10 и ниже.

#### **9.3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме курсовой работы или курсового проекта**

Учебным планом не предусмотрены.

### **10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Студенты перед началом изучения дисциплины ознакомлены с системами кредитных единиц и балльно-рейтинговой оценки, которые должны быть опубликованы и размещены на сайте вуза или кафедры.

Студенты, изучающие дисциплину обеспечиваются электронными изданиями или доступом к ним, учебно-методическим комплексом по дисциплине, включая методические указания к выполнению практических работ и всех видов самостоятельной работы.

## **11. Внесение изменений и дополнений в рабочую программу дисциплины**

Кафедра ежегодно обновляет содержание рабочих программ дисциплин, которые оформляются протоколами. Форма протокола утверждена Положением о структуре, содержании и оформлении рабочих программ дисциплин, по образовательным программам, соответствующих ФГОС ВО с учетом профессиональных стандартов

## **Приложение 1**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**

Направление подготовки бакалавров – 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии

Направленность (профиль) – Урбанистика и охрана окружающей среды городских территорий

Кафедра **«Высшая математика»**

Дисциплина **«Математика»**

Семестр 1

## **ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Вопрос для проверки уровня «ЗНАТЬ» – 0 или 1 или 2 балла:

**Понятие непрерывности функции в точке и на множестве.**

**Классификация точек разрыва.**

2. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 2 балла:

**Найти длину векторного произведения векторов**  $a = \{0; 2; 1\}^\top$  и  $b = \{2; 0; -3\}^\top$ .

3. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 2 балла:

**Составить уравнение касательной плоскости к геодезической поверхности**

$z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$       **в точке**  $M(1;1;1)$ .

**Критерии итоговой оценки за экзамен:**

«отлично» - при сумме баллов 5 или 6;

«хорошо» - при сумме баллов 4;

«удовлетворительно» - при сумме баллов 3;

«неудовлетворительно» - при сумме баллов 0, 1 или 2.

Составитель: д.п.н., профессор \_\_\_\_\_ Е.В. Борисова

Заведующий кафедрой: д.т.н., профессор \_\_\_\_\_ В.Д. Горячев

## Приложение 2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**

Направление подготовки бакалавров – 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии

Направленность (профиль) – Урбанистика и охрана окружающей среды городских территорий

Кафедра **«Высшая математика»**

Дисциплина **«Математика»**

Семестр 2

**Критерии выполнения** контрольного испытания и условия присвоения зачёта:

для категории «знать» (бинарный критерий):

ниже базового - 0 балл;

базовый уровень – 1 балла;

критерии оценки и ее значение для категории «уметь» (бинарный критерий):

отсутствие умения – 0 балл;

наличие умения – 1 балла.

Критерии итоговой оценки за зачет:

«зачтено» - при сумме баллов 11 и выше;

«не засчитано» - при сумме баллов 10 и ниже.

### ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ИТОГОВОГО КОНТРОЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В ТЕСТОВОМ ФОРМАТЕ

#### *Демонстрационный вариант*

##### Декомпозиция по индикаторам

«Знать» - задания №№ 1,3,9,11,12,14.18

«Уметь»- задания №№2,4,5,6.7,8,10,13,15.16,17,19,20

1. Производная функции  $y = 14 - \sqrt[6]{x^5} + \frac{4}{x^5}$  равна...

a)  $y' = \frac{5}{6\sqrt[6]{x}} + \frac{20}{x^6}$

б)  $y' = -\frac{5}{6\sqrt[6]{x}} + \frac{20}{x^6}$

в)  $y' = \frac{5}{6\sqrt[6]{x}} - \frac{20}{x^6}$

г)  $y' = -\frac{5}{6\sqrt[6]{x}} - \frac{20}{x^6}$

2. Производная функции  $y = \frac{x^2+1}{x^2-2}$  равна...

a)  $y' = \frac{6x}{(x^2-2)^2}$

б)  $y' = -\frac{6x}{(x^2-2)^2}$

в)  $y' = \frac{4x^3}{(x^2-2)^2}$

г)  $y' = -\frac{4x^3}{(x^2-2)^2}$

3. Производная  $y'_x$  функции  $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^3 \end{cases}$  равна...

а)  $y'_x = t^3$

б)  $y'_x = 3t^3$

в)  $y'_x = t^2$

г)  $y'_x = 4t^2$

4. Дифференциал функции  $y = \frac{\ln x}{x}$  равен...

а)  $dy = \frac{1+\ln x}{\ln^2 x} dx$

б)  $dy = \frac{1-\ln x}{x^2} dx$

в)  $dy = \frac{1+\ln x}{x^2} dx$

г)  $dy = \frac{\ln x-1}{\ln^2 x} dx$

- 5.** Значение производной функции  $y = \frac{\sin x}{x}$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  равно...
- a)  $\frac{3\pi\sqrt{3} - 18}{\pi^2}$       б)  $-\frac{4}{\pi^2}$       в)  $\frac{2\sqrt{2}(\pi - 4)}{\pi^2}$       г)  $\frac{3\pi - 9\sqrt{3}}{2\pi^2}$

- 6.** Наименьшее значение функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{2}{3}$  на отрезке  $[-1; 1]$  равно...
- a)  $-\frac{2}{3}$       б)  $-\frac{4}{3}$       в)  $-2$       г)  $1$

- 7.** Уравнение касательной к графику функции  $y = x^3 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  в точке  $x = -1$  имеет вид...
- a)  $y = \frac{8}{3}x - \frac{2}{3}$       б)  $y = -\frac{8}{3}x - \frac{2}{3}$       в)  $y = \frac{8}{3}x + \frac{2}{3}$       г)  $y = -\frac{8}{3}x + \frac{2}{3}$

- 8.** Скорость движения в конце первой секунды при заданном законе движения  $S(t) = t^2 + t \ln(t+1)$  равна...

- a)  $2,5 + \ln 2$       б)  $6,75 + 2 \ln 2$       в)  $\frac{14}{3} + \ln 3$       г)  $14,875 + 3 \ln 2$

- 9.** Указать промежуток возрастания функции  $f(x) = (2x+1)e^{3x-1}$
- a)  $(-\infty; -\frac{5}{6})$       б)  $(-\infty; \frac{1}{6})$       в)  $(\frac{1}{6}; +\infty)$       г)  $(-\frac{5}{6}; +\infty)$

- 10.** При прямолинейном движении точки зависимость пути от времени задана уравнением  $S(t) = \sqrt[4]{t^9}$ , тогда ускорение точки в конце первой секунды движения равно...

- a)  $\frac{45}{16}$       б)  $\frac{45\sqrt{2}}{16}$       в)  $\frac{45\sqrt{3}}{16}$       г)  $\frac{45}{8}$

- 11.** Интеграл  $\int \sqrt{x^5} dx$  равен...

- a)  $\frac{2\sqrt{x^7}}{7} + C$       б)  $-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} + C$       в)  $\frac{2\sqrt{x^9}}{9} + C$       г)  $-\frac{2}{5\sqrt{x^5}} + C$

- 12.** При интегрировании по частям в интеграле  $\int (x-2) \sin 3x dx$  разбиение имеет вид...

- a)  $\frac{u = (x-2) \sin 3x}{dv = dx}$       б)  $\frac{u = 1}{dv = (x-2) \sin 3x dx}$       в)  $\frac{u = \sin 3x}{dv = (x-2) dx}$       г)  $\frac{u = x-2}{dv = \sin 3x dx}$

- 13.** Для подынтегральной функции  $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$  разложение имеет вид...

- a)  $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-1}$       б)  $\frac{1}{3} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \right)$       в)  $3 \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \right)$       г)  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2}$

- 14.** Для подынтегральной функции  $\int \frac{3xdx}{(x+1)^2(x-5)^3}$  разложение имеет вид...

- a)  $\frac{A_1}{x+1} + \frac{A_2}{(x+1)^2} + \frac{A_3}{(x+1)^3} + \frac{B_1}{x-5} + \frac{B_2}{(x-5)^2}$       б)  $\frac{A_1x + A_2}{(x+1)^2} + \frac{B_1x^2 + B_2x + B_3}{(x-5)^3}$

в)  $\frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{(x-5)^3}$

г)  $\frac{A_1}{x+1} + \frac{A_2}{(x+1)^2} + \frac{B_1}{x-5} + \frac{B_2}{(x-5)^2} + \frac{B_3}{(x-5)^3}$

15. Для подынтегральной функции  $\int \frac{(3x-2)dx}{(x-2)^2(x^2+3x+5)}$  разложение имеет вид...

а)  $\frac{A}{(x-2)^2} + \frac{B}{x^2+3x+5}$

б)  $\frac{A}{(x-2)^2} + \frac{Bx+C}{x^2+3x+5}$

в)  $\frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{x^2+3x+5}$

г)  $\frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+3x+5}$

16. Интеграл  $\int_1^e \frac{dx}{x}$  равен...

а) 4

б) 1

в) 2

г) 3

17. Функция  $f(x)$  – четная, интеграл  $\int_0^1 f(x)dx = 2$ . Тогда  $\int_{-1}^1 f(x)dx$  равен...

а) 2

б) 4

в) 0

г) 5

18. В определенном интеграле  $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$  произведена замена переменных  $x=2\sin t$ .

После замены интеграл имеет вид...

а)  $4 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt$

б)  $4 \int_0^1 \cos^2 t dt$

в)  $2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos t dt$

г)  $2 \int_0^1 \cos t dt$

19. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $x=1$ ,  $y=0$ ,  $y=\sqrt{x}$  равна...

а)  $\frac{2}{3}$       б)  $\frac{1}{3}$       в)  $\frac{1}{2}$       г) 1

20. Объем тела вращения, полученного вращением фигуры  $x=1$ ,  $y=0$ ,  $y=x^3$  вокруг оси  $Ox$ , равен...

а)  $\frac{\pi}{6}$       б)  $\frac{\pi}{2}$       в)  $\pi$       г)  $\frac{\pi}{7}$

Составитель: д.п.н., профессор \_\_\_\_\_ Е.В. Борисова

Заведующий кафедрой: д.т.н., профессор \_\_\_\_\_ В.Д.Горячев

### **Приложение 3**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**

Направление подготовки бакалавров – 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии

Направленность (профиль) – Урбанистика и охрана окружающей среды городских территорий

Кафедра **«Высшая математика»**

Дисциплина **«Математика»**

Семестр 3

## **ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Вопрос для проверки уровня «ЗНАТЬ» – 0 или 1 или 2 балла:

**Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.**

2. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 2 балла:

**Решите уравнение:  $y'' - 2y' + 10y = \sin 3x$ .**

3. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 2 балла:

**Составить математическую модель в виде дифференциального уравнения, которому удовлетворяют функции, обладающие следующим свойством: угловой коэффициент касательной к графику функции в любой точке равен отношению ординаты точки касания к ее абсциссе.**

**Критерии итоговой оценки за экзамен:**

«отлично» - при сумме баллов 5 или 6;

«хорошо» - при сумме баллов 4;

«удовлетворительно» - при сумме баллов 3;

«неудовлетворительно» - при сумме баллов 0, 1 или 2.

Составитель: д.п.н., профессор \_\_\_\_\_ Е.В. Борисова

Заведующий кафедрой: д.т.н., профессор \_\_\_\_\_ В.Д. Горячев

#### **Приложение 4**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**

Направление подготовки бакалавров – 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии

Направленность (профиль) – Урбанистика и охрана окружающей среды городских территорий

Кафедра **«Высшая математика»**

Дисциплина **«Математика»**

Семестр 2

**Критерии выполнения** контрольного испытания и условия присвоения зачёта:

для категории «знать» (бинарный критерий):

ниже базового - 0 балл;

базовый уровень – 1 балла;

критерии оценки и ее значение для категории «уметь» (бинарный критерий):

отсутствие умения – 0 балл;

наличие умения – 1 балла.

Критерии итоговой оценки за засчет:

«зачтено» - при сумме баллов 11 и выше;

«не зачтено» - при сумме баллов 10 и ниже.

### **ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ИТОГОВОГО КОНТРОЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В ТЕСТОВОМ ФОРМАТЕ**

#### ***Демонстрационный вариант***

##### ***Декомпозиция по индикаторам***

«Знать» - задания №№ 1,3,4,7,11,12,17

«Уметь»- задания №№2,5,6,8,9,10,13,14,15,16,18,19,20

**1.** Вероятность случайного события равна...

- а)  $P = 1$       б)  $P = 0$       в)  $0 < P < 1$       г)  $P = \alpha$ ,  $\alpha \rightarrow 0$   
д)  $0 \leq P < 2$       е)  $-1 < P \leq 1$       ж)  $P = +\infty$       з)  $P = -\infty$

**2.** Известны вероятности несовместных событий  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Указать вероятности событий, которые образуют полную группу

- а)  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,4$ ,  $P(C) = 0,5$       б)  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,1$ ,  $P(C) = 0,5$   
в)  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,1$ ,  $P(C) = 0,5$       г)  $P(A) = 0,1$ ,  $P(B) = 0,6$ ,  $P(C) = 0,3$

**3.** Даны вероятности событий  $A$ ,  $B$  и  $A \cdot B$ :  $P(A) = 0,2$ ,  $P(B) = 0,5$ ,  $P(A \cdot B) = 0,1$ .

Укажите верное утверждение

- а)  $A$  и  $B$  независимы и несовместны      б)  $A$  и  $B$  независимы и совместны  
в)  $A$  и  $B$  зависимы и совместны      г)  $A$  и  $B$  зависимы и несовместны

**4.** Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?

- а) 24      б) 4      в) 16      г) 20

5. В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколько способами это можно сделать?

- а) 22      б) 11      в) 150      г) 110

6. Имеются помидоры, огурцы и лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

- а) 3      б) 6      в) 2      г) 1

7. В урне находятся 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 белых шарика. Вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым равна...

- а)  $\frac{17}{45}$       б)  $\frac{26}{43}$       в)  $\frac{43}{45}$       г)  $\frac{15}{43}$

8. Бросают два игральных кубика. Вероятность того, что на выпавших гранях четные значения, равна...

- а) 0,25      б) 0,33      в) 0,5      г) 0,125

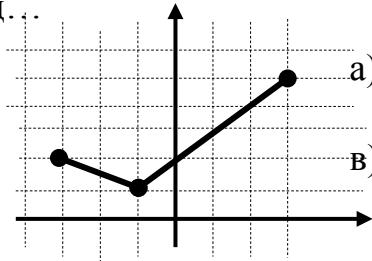
9. По цели производится 4 выстрела. Вероятность попадания в одном выстреле равна  $p = 0,3$ . Вероятность того, что в цель попали ровно 3 раза, равна:

- а) 0,4116      б) 0,2646      в) 0,0756      г) 0,6

10. Событие  $A$  может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместимых событий  $B_1$  и  $B_2$ , образующих полную группу событий. Известны вероятность  $P(B_1) = \frac{1}{4}$  и условные вероятности  $P(A/B_1) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A/B_2) = \frac{1}{4}$ . Вероятность события  $A$  равна...

- а) 0,66      б) 0,3125      в) 0,42      г) 0,4375

11. Дан графический закон распределения дискретной случайной величины (многоугольник распределения). Ряд распределения случайной величины имеет вид...



а)  $X \begin{matrix} -3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,25 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,125 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,625 \end{matrix}$

б)  $X \begin{matrix} -3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 5 \end{matrix}$

в)  $X \begin{matrix} -3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,25 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,75 \end{matrix}$

г)  $X \begin{matrix} -3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,25 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,125 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ p \end{matrix} \begin{matrix} 0,625 \end{matrix}$

12. Дан ряд распределения случайной величины:

$X$	-4	1	3	5
$p$	0,1	0,3	$p_3$	0,2

Мода случайной величины  $X$  равна...

- а) 5      б) 3      в) 0,4      г) 0,3

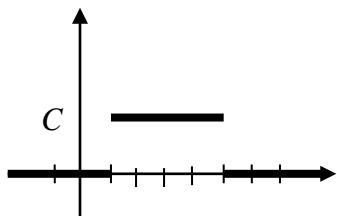
13. Игровую кость бросают 36 раз. Случайная величина  $X$  – количество выпавших «двоек». Дисперсия случайной величины равна...

- а)  $D(X) = 20$       б)  $D(X) = 10$       в)  $D(X) = 12$       г)  $D(X) = 5$

**14.** Дисперсия постоянной величины  $C$  равна...

- а)  $D(C) = 1$       б)  $D(M) = 0$       в)  $D(C) = 0$       г)  $D(M) = -1$

**15.** График функции плотности распределения вероятностей случайной величины  $X$  имеет вид



Тогда значение  $C$  равно...

- а)  $C = 2$       б)  $C = 0,2$       в)  $C = 0,25$       г)  $C = 0,5$

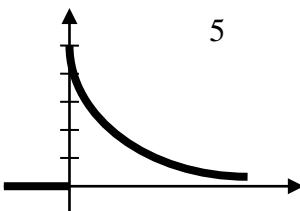
**16.** Случайная величина  $X$  распределена по равномерному закону на отрезке  $[-5; -1]$ . Математическое ожидание случайной величины равно...

- а)  $M(X) = 3$       б)  $M(X) = -3$       в)  $M(X) = 2$       г)  $M(X) = 4$

**17.** Случайная величина  $X$  распределена по показательному закону с параметром  $\lambda = 2$ . Дисперсия случайной величины равна...

- а) 0,5      б) 0,25      в) 4      г) 2

**18.** График функции плотности распределения вероятностей случайной величины  $X$  имеет вид



Тогда математическое ожидание случайной величины  $X$  равно...

- а) 5      б) 0,2      в) 0,04      г) 25

**19.** Закон распределения случайной величины  $X$  задан функцией плотности

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{32}}. \text{ Среднеквадратическое отклонение случайной величины}$$

равно...

- а) 16      б) 5      в) 4      г) 2

**20.** Функция плотности распределения вероятностей случайной величины  $X$

$$\text{имеет вид } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{2}}. \text{ Точка максимума кривой Гаусса имеет абсциссу...}$$

- а)  $x = 4$       б)  $x = 0$       в)  $x = 2$       г)  $x = 3$

Составитель: д.п.н., профессор \_\_\_\_\_ Е.В. Борисова

Заведующий кафедрой: д.т.н., профессор \_\_\_\_\_ В.Д. Горячев