На правах рукописи

Ларионова Ольга Евгеньевна

ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ДИСКА ИЗ ЖАРОПРОЧНОГО НИКЕЛЕВОГО СПЛАВА В ПРОЦЕССЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ РАСКАТКИ

Специальность: 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Московский политехнический университет" на кафедре "Техническая механика и компьютерное моделирование".

Научный руководитель: **Бондарь Валентин Степанович**
Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры "Техническая механика и компьютерное моделирование" ФГАОУ ВО "Московский политехнический университет"

Официальные оппоненты: **Гаврюшин Сергей Сергеевич**
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой "Компьютерные системы автоматизации производства", ФГАОУ ВО "Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)"

Темис Юрий Моисеевич
доктор технических наук, профессор, советник генерального директора по образовательной деятельности, ФАУ "Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова"

Ведущая организация **ФГБУН "Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российский академии наук"**

Защита состоится "12" февраля 2026 г. в 12:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.410.03 на базе ФГБОУ ВО "Тверской государственный технический университет" по адресу: 170026, г. Тверь, наб. Афанасия Никитина, д. 22, ауд. Ц-208.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО "Тверской государственный технический университет" и на сайте ВУЗа по адресу: https://new.tstu.tver.ru/science/dissertation/24.2.410.03/#pills-defense.

Автореферат разослан "____" _____ 2025 г.

Ученый секретарь диссертационного совета **Алексеев Андрей Алексеевич**

ВВЕДЕНИЕ

При проведении расчетов напряженно-деформированного состояния конструкций из сталей и сплавов необходимо использование моделей деформирования материалов, которые бы учитывали эффекты, возникающие в материале при реальных процессах нагружения. Конструкционные сплавы и стали широко используются в промышленности при изготовлении деталей сложной геометрической формы. К изделиям выдвигаются высокие требования по прочности и долговечности.

Широкий класс производственных процессов, к которым относится раскатка, направлен на получение деталей из заготовок при постоянной температуре. Сложная форма будущих изделий на этапе производства требует вариабельности при моделировании этих процессов. В моделях деформирования материалов для производственных процессов должна быть возможность рассчитывать большие пластические деформации в условиях сложного циклического нагружения при постоянной высокой температуре.

Возможность корректировать и адаптировать процесс раскатки под конкретное изделие достигается путем изменения скорости изотермической деформации. Раскатка диска осуществляется вращением роликов и одновременным смещением в радиальном направлении. Такое движение роликов делает невозможным постановку задачи как осесимметричную или плоскую. Расчет раскатки диска должен учитывать большой разброс деформаций в заготовке. Большие пластические деформации локализованы в местах приложения наибольших нагрузок. В то же время процесс раскатки носит сложный циклический характер. Таким образом, для моделирования процесса раскатки заготовки диска из жаропрочного сплава на основе никеля необходимо использовать модель деформирования материала, позволяющую учитывать эти особенности и верифицированную по результатам испытаний. Для расчета сложных процессов нагружения, таких как процесс раскатки заготовки диска, используются программные комплексы на основе метода конечных элементов, в которые внедряется модель деформирования материала.

Экспериментальному исследованию процессов поведения материалов в условиях простого и сложного циклического изотермического деформирования посвящены работы И. Баушингера, Л. Берстоу, Г. Мазинга, Н.Н. Давиденкова, Ю.С. Данилова, Д.М. Васильева, Г. Закса и Х. Шойи, С.И. Ратнера и А.М. Жукова, К.Я. Шульца, В.С. Ленского, Н.И. Марина, Л.Ф. Коффина, И.М. Ройтмана и Я.Б. Фридмана, Р.М. Шнейдеровича, А.С. Вавакина, Д. Соси, Р.А. Васина, В.Г. Зубчанинова, Н.Л. Охлопкова и В.И. Гультяева, Г. Канга и др.

Одним из вариантов теории, позволяющей моделировать процессы деформирования материала диска в условиях изотермической раскатки, является теория упругопластических процессов, основанная на общей математической теории пластичности А.А. Ильюшина. Другим вариантом

является теория пластического течения и идея микронапряжений В.В. Новожилова.

А.А. Ильюшину принадлежит теория упругопластических процессов, являющаяся последовательным изложением определяющих соотношений. Вводятся понятия направляющего тензора, простого и сложного нагружения. Процессы нагружения представляются в пятимерном векторном пространстве напряжений и деформаций и формулируется постулат изотропии. Пластическая и упругая деформации рассматриваются как неразрывное целое.

Модели теории процессов рассматривались В.Г. Зубчаниновым, Р.А. Васиным, В.С. Бондарем, А.А. Маркиным и М.Ю. Соколовой, В.И. Малым, В.П. Дегтяревым, А.М. Жуковым, И.Н. Молодцовым, В.С. Ленским, В.А. Пелешко, Дао Зуй Биком и др.

Теории течения отличаются от общей математической теории пластичности А.А. Ильюшина и разработанных на её основе теорий процессов разделением деформаций на упругую и пластическую составляющие. Изменение упругих деформаций зависит от изменений напряжений, а в свою очередь приращения пластической деформации являются функционалами процесса. Области упругого и пластического деформирования описываются поверхностью нагружения в пространстве напряжений. Поверхность нагружения может расширяться или сужаться в процессе нагружения в зависимости от характера нагружения. Достоинством такого класса теорий в текущий момент времени является возможность легко встраивать их в расчетные программные комплексы. К тому же многие варианты теории пластичности имеют верификацию на обширном спектре конструкционных сплавов и экспериментальных исследований. В рамках данных теорий есть возможность учитывать эффекты упрочнения и разупрочнения и исследовать большие пластические деформации при изотермическом режиме нагружения.

Развитие вариантов теории течения рассматривается в работах А.Ю. Ишлинского, В. Прагера, В.В. Новожилова и Ю.И. Кадашевича, И.А. Биргера, В.С. Бондаря, В.С. Бондаря и Д.Р. Абашева, Ж. Леметра и Ж.-Л. Шабоша, Ю.Г. Коротких, Л.А. Игумнова и И.А. Волкова, И.В. Демьянушко и Ю.М. Темиса, С.С. Гаврюшина, Ж. Бакхауза, З. Мруза, Б.Е. Мельникова, А.А. Мовчана, P.J. Armstrong и C.O. Frederick, N.Ohno и J.-D. Wang, E. Tanaka и др.

Теория течения послужила основой нескольких моделей. Одной из них является теория течения при изотропном упрочнении. Поверхность нагружения в теории течения при изотропном упрочнении может только изотропно расширяться при сохранении формы и положения. В теории течения при комбинированном упрочнении поверхность нагружения может дополнительно смещаться. Такие особенности позволяют учитывать эффекты, возникающие при циклическом деформировании. Наиболее распространены теории течения при комбинированном упрочнении, в которых кинематическое упрочнение происходит по нелинейному закону. Развитию моделей, основанных на теории течения при комбинированном упрочнении, посвящены работы В.С. Бондаря, Ю.Г. Коротких, Ж.-Л. Шабоша.

Одним из вариантов теории течения, прошедшей верификацию на ряде экспериментальных исследований при высоких температурах в условиях длительного циклического нагружения, является модель В.С. Бондаря. Модель позволяет описывать неупругое поведение материала и накопление повреждений при термовязкопластическом нагружении. Данная теория относится к классу теорий течения при комбинированном упрочнении. Неупругие деформации зависят от истории нагружения, а поверхность нагружения изотропно расширяется или сужается и смещается в процессе нагружения.

Представленная в работах В.С. Бондаря теория неупругости имеет множество вариантов, предназначенных для проведения моделирования кинетики напряженно-деформированного состояния и оценки прочности материала в различных условиях, из которых необходимо выбрать наиболее подходящий для моделирования процесса изотермической раскатки диска и при необходимости уточнить уравнения теории. Кроме того, применение теории неупругости при проведении моделирования процесса раскатки требует интеграцию модели деформирования материала в один из современных расчетных комплексов, основанных на методе конечных элементов.

Актуальность работы обусловлена тем, что процесс изотермической раскатки имеет ряд преимуществ и широко используется при изготовлении дисков газотурбинных двигателей. Расчет этого процесса позволит достоверно определять параметры материала в полученной после раскатки заготовке диска. При этом расчет процесса раскатки требует учета больших пластических деформаций, особенностей сложного знакопеременного деформирования и влияния изменения скорости деформации материала диска в условиях высокой температуры.

Степень разработанности темы исследования. В настоящее время для расчета процесса раскатки используются достаточно простые модели деформирования материала, не охватывающие весь спектр эффектов, возникающих при формообразовании различных деталей. Не всегда проводится верификация расчета на реальных результатах формообразования. Ошибки, возникающие при расчете процесса раскатки, могут привести к неточности в понимании напряженно-деформированного состояния изготавливаемой детали.

Цель работы. Разработка модели деформирования материала, учитывающей влияние сложного знакопеременного нагружения и скорости деформации. Внедрение разработанной модели вязкопластичности в конечно-элементный расчетный комплекс. Расчет напряженно-деформированного состояния диска из жаропрочного никелевого сплава в процессе изотермической раскатки.

Для достижения поставленной цели потребовалось решение следующих основных задач:

1) Разработка модели, основанной на теории течения при комбинированном упрочнении, используемой для проведения расчетов

изотермических процессов сложного знакопеременного нагружения с учетом влияния скорости деформации;

2) Проведение экспериментов по одноосному растяжению образцов при высоких температурах с различной скоростью деформации;

3) Разработка метода идентификации материальных параметров по результатам экспериментов;

4) Разработка алгоритма и программы для проведения расчетов напряженно-деформированного состояния при одноосном нагружении;

5) Верификация модели вязкопластичности на экспериментах по одноосному растяжению и сжатию;

6) Внедрение разработанной модели вязкопластичности в расчетный комплекс, основанный на методе конечных элементов;

7) Расчет процесса раскатки диска из жаропрочного никелевого сплава. Сравнение геометрии диска, полученной по результатам расчета, с геометрией экспериментально раскатанного диска.

Научная новизна работы. Для моделирования сложного знакопеременного деформирования материала разработана новая модель вязкопластичности, учитывающая влияние скорости деформации. Проведена верификация модели на экспериментальных исследованиях жаропрочных никелевых сплавов и нержавеющей стали при различных скоростях деформации в условиях высоких температур. Модель внедрена в конечно-элементный расчетный комплекс, и впервые проведен расчет процесса изотермической раскатки диска с учетом сложного знакопеременного характера нагружения и переменной скорости деформации.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные результаты имеют теоретическую ценность и практическую значимость при моделировании процесса изотермической раскатки в условиях повышенных температур, больших пластических деформаций и нелокализованных участков деформирования. Модель деформирования внедрена в программный комплекс на основе метода конечных элементов, что позволяет проводить моделирование кинетики напряженно-деформированного состояния таких изделий.

Методология и методы исследования. Моделирование процесса раскатки диска из жаропрочного никелевого сплава проведено с использованием расчетного комплекса, основанного на методе конечных элементов, модель материала задана с помощью пользовательской подпрограммы. Расчет диаграмм растяжения и сжатия образцов из жаропрочной стали при различных скоростях деформации проведен с использованием пользовательской расчетной программы. Экспериментальные исследования проведены на универсальной испытательной машине LFMZ-100kN.

Положения, выносимые на защиту:

1) Модель изотермической вязкопластичности, учитывающая особенности сложного знакопеременного нагружения и влияние скорости деформации на процесс деформирования;

2) Метод идентификации материальных функций для разработанной модели вязкопластичности, материальные функции сплавов ВВ751П, ЭП741НП и 12Х18Н10Т;

3) Программа расчета напряженно-деформированного состояния при одноосном растяжении, сжатии;

4) Результаты экспериментов по растяжению образцов сплава 12Х18Н10Т при различных скоростях деформации в условиях высоких температур;

5) Верификация модели вязкопластичности на экспериментах по растяжению и сжатию образцов из сплавов ВВ751П, ЭП741НП и 12Х18Н10Т при разных скоростях деформации и разных температурах;

6) Методика внедрения модели вязкопластичности в расчетный комплекс, основанный на методе конечных элементов;

7) Результаты расчета процесса раскатки диска из жаропрочного никелевого сплава ЭП741НП.

Достоверность результатов подтверждается сопоставлением расчетов на основе разработанной модели вязкопластичности и экспериментов по одноосному растяжению и сжатию. Сравнением геометрических характеристик диска из жаропрочного никелевого сплава ЭП741НП, полученного путем экспериментальной изотермической раскатки, с геометрическими характеристиками, полученными по результатам расчета с использованием разработанной модели.

Апробация работы. Основные результаты исследований были представлены на:

1) XXXII Всероссийской школе-конференции «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2023 г.);

2) XXXIII Всероссийской школе-конференции «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2024 г.);

3) XLIX Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства (Москва, 2025 г.);

4) 67-й Всероссийской научной конференция МФТИ (Москва, 2025 г.);

5) Семинаре отдела "Динамика и прочность авиационных двигателей" ФГУП "ЦИАМ им. П.И. Баранова" (Москва, 2025 г.);

6) Научно-техническом совете отдела "Прочность, живучесть и безопасность машин" ФГБУН "Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН" (Москва, 2025 г.).

Публикации. Основные результаты диссертации отражены в восьми научных работах, четыре из которых в изданиях, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук (Перечень ВАК). Также три из научных работ в изданиях, индексируемых в базе Scopus, одна из которых в издании, индексируемом в базе Web of Science.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, получены лично соискателем в процессе научной деятельности. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка источников и четырех приложений. Общий объем работы составляет 141 страницу, в том числе 112 страниц основного текста, содержит 101 рисунок, 8 таблиц и 4 приложения. Список использованных источников включает в себя 179 наименований на 17 страницах. Объем приложений составляет 12 страниц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава посвящена описанию процесса изотермической раскатки диска из жаропрочного никелевого сплава. Предварительно нагретая до штамповочной температуры заготовка устанавливается в печь, приводные консольные ролики перемещаются в радиальном и осевом направлениях относительно заготовки и образуют в каждый момент калибр заданного профиля. Необходимую форму диск приобретает в процессе вращения вокруг собственной оси. Раскатка дисков обычно является одноперехoдным процессом и осуществляется за один переход роликов вдоль радиуса вращающейся заготовки.

В процессе раскатки заготовки диска в материале возникает сложное напряженно-деформированное состояние. Особенностью процесса раскатки можно выделить то, что этот процесс происходит при высоких температурах и различных скоростях деформации. Кроме того, появляется необходимость рассматривать модели, описывающие поведение материала при больших пластических деформациях и сложных знакопеременных нагрузках, с возможностью внедрения этой модели в расчетный комплекс, основанный на методе конечных элементов.

Вторая глава посвящена обзору моделей вязкопластического деформирования, учитывающих скорость деформации.

В главе рассмотрены различные меры деформаций и напряжений. Показано, что для описания формоизменения элемента сплошной среды при наличии больших деформаций, целесообразно использовать логарифмическую меру деформации Генки и истинные напряжения. Приводятся выражения, позволяющие представлять результаты экспериментов, связывающие значения удлинения или укорочения образца и приложенной к нему нагрузки, в виде диаграмм деформирования в выбранных мерах.

Рассматривается два основных подхода к моделированию процессов упругопластического деформирования. К первому относятся различные варианты теории упругопластических процессов, базирующиеся на общей математической теории пластичности А.А. Ильюшина. Ко второму относятся варианты теории пластического течения при различных комбинациях изотропного и кинематического упрочнений. При изотропном упрочнении

происходит изменение размера поверхности нагружения, при кинематическом – смещение центра поверхности. В практических расчетах конструкций в настоящее время нашли широкое применение именно теории течения при комбинированном упрочнении. Модели пластичности, основанные на теории течения, позволяют описывать ряд особенностей процесса упругопластического деформирования, в том числе с разгрузкой и повторным нагружением.

Рассматриваются следующие четыре основные современные варианта теории термовязкопластического деформирования: вариант, применяемый в программном комплексе SIMULIA Abaqus и варианты Ж.-Л. Шабоша, Ю.Г. Коротких и В.С. Бондаря. Эти варианты отвечают современным требованиям к моделям термовязкопластичности, то есть в них сформулированы основные положения и уравнения, выделены материальные функции, замыкающие теорию, сформулированы базовые эксперименты и методы идентификации материальных функций, а также в должной мере проведены верификации на имеющемся экспериментальном материале.

Из рассмотренных моделей, основанных на теории течения при комбинированном упрочнении, для описания процесса деформирования заготовки диска удобнее всего взять за основу вариант теории В.С. Бондаря. Эта теория замыкается наименьшим количеством материальных функций, то есть для ее идентификации требуется меньшее количество экспериментальных данных. Также она позволяет оценивать напряженно-деформированное состояния диска в процессе раскатки при сложном знакопеременном нагружении. Для учета различных скоростей деформации в процессе раскатки необходимо модифицировать модель вязкопластичности В.С. Бондаря.

Третья глава посвящена разработке модели вязкопластического деформирования.

Для разработки модели вязкопластичности проведен анализ результатов испытаний образцов жаропрочного никелевого сплава ВВ751П на растяжение при температурах 1050, 1100 и 1150 °С и скоростях деформации 1,9; 0,32; 0,032; 0,016; 0,0063 мин$^{-1}$, испытаний на сжатие при температуре 1050 °С и скоростях деформации 0,02; 0,05; 0,1; 0,2 мин$^{-1}$, а также испытаний на сжатие образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭП741НП со скоростью деформации 0,3; 0,18 и 0,006 мин$^{-1}$ при температурах 1050, 1100 и 1140 °С. На рисунках 1 и 2 представлены диаграммы растяжения и сжатия материала ВВ751П при температуре 1050 °С.

На рисунках 3 и 4 приведено сравнение механических характеристик материала ВВ751П, определённых по диаграммам, которое позволяет сделать вывод о возможности аппроксимации зависимостей параметров материала от скорости деформации степенной функцией.

Для выявления особенностей деформирования материалов при изменении скорости деформации, проведены испытания по растяжению образцов из жаропрочной стали 12Х18Н10Т при скоростях деформации 0,0156; 0,078; 0,78; 1,56 мин$^{-1}$ при температуре 700 °С и два эксперимента с

изменением скорости деформации. На рисунках 5 и 6 приведены диаграммы деформирования при увеличении и уменьшении скорости деформации.

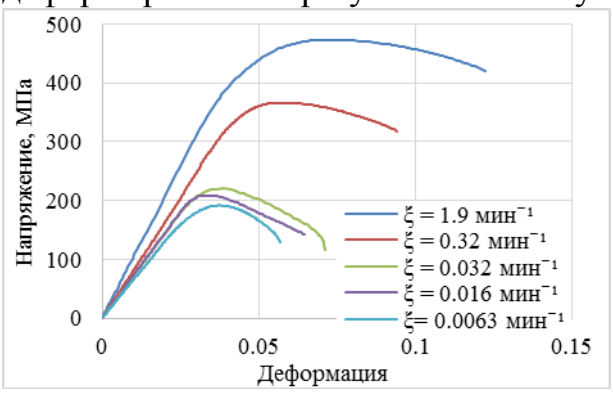

Рисунок 1 –Диаграммы растяжения материала ВВ751П при температуре 1050 °С

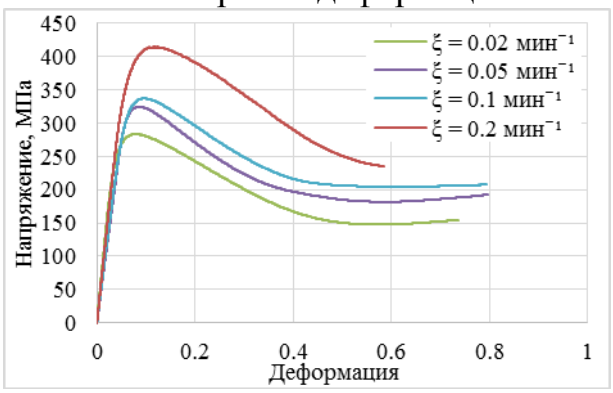

Рисунок 2 –Диаграммы сжатия материала ВВ751П при температуре 1050 °С

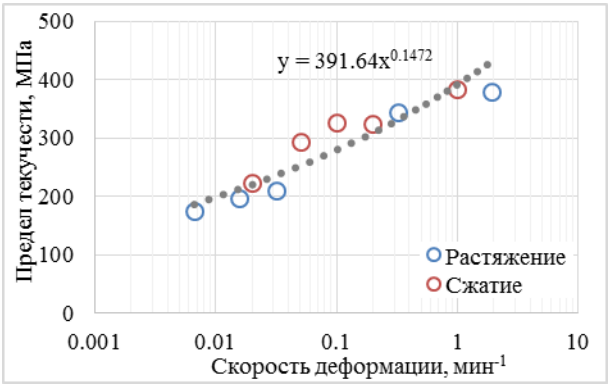

Рисунок 3 – Предел текучести материала ВВ751П при температуре 1050 °С

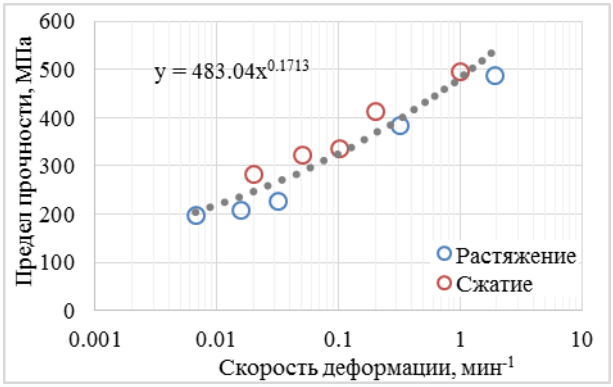

Рисунок 4 – Предел прочности материала ВВ751П при температуре 1050 °С

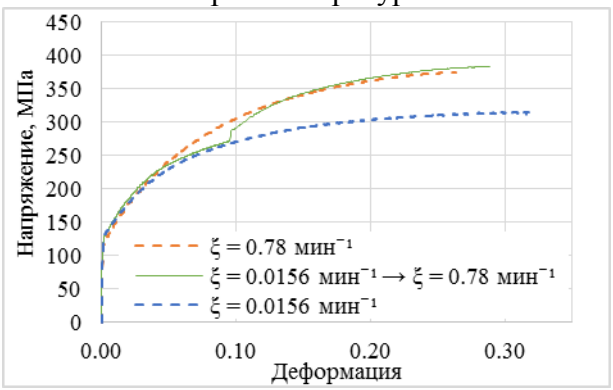

Рисунок 5 – Диаграммы деформирования материала 12Х18Н10Т с изменением скорости деформации

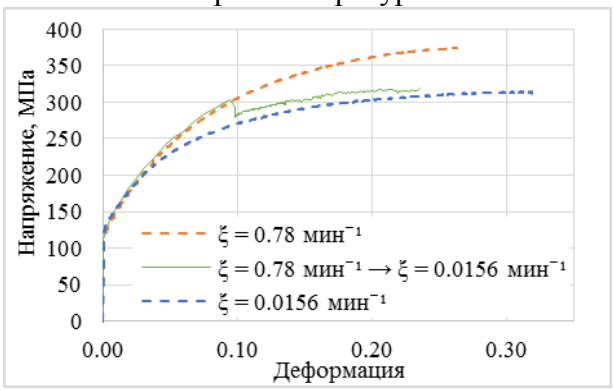

Рисунок 6 – Диаграммы деформирования материала 12Х18Н10Т с изменением скорости деформации

По результатам экспериментальных исследований выявлены следующие особенности процесса деформирования материалов в условиях высоких температур и различных скоростях деформации, которые необходимо учитывать при разработке модели деформирования:

– зависимость параметров материала от скорости деформации описывается аналитическим уравнением степенного вида;

– материалы ВВ751П и ЭП751НП при различных скоростях деформации разупрочняются после достижения предела прочности и до достижения деформации порядка 0,4…0,5, и разупрочнение имеет линейный характер;

– характер процесса разгрузки и последующего нагружения материала упругий;
– при изменении скорости деформации, напряжения увеличиваются или уменьшаются до значения соответствующего новой скорости деформации.

На основании полученных результатов разработана модель вязкопластичности, основанная на теории неупругости В.С. Бондаря. Далее приводится сводка основных уравнений разработанного варианта теории вязкопластичности для случая жесткого нагружения (задание деформации).

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G\dot{\varepsilon}^e_{ij} + 3\lambda\delta_{ij}\dot{\varepsilon}_0 - 2G\dot{\varepsilon}^p_{ij}, \tag{1}$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$\frac{3}{2}\left(s_{ij} - a_{ij}\right)\left(s_{ij} - a_{ij}\right) - C^2 = 0, \tag{2}$$

$$\dot{C} = q_\varepsilon \dot{\varepsilon}^p_{u*} + q_\xi \dot{\xi}, \tag{3}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij}}, \tag{4}$$

$$q_\varepsilon = \begin{cases} E_C, & \text{если } \varepsilon^p_{u*} < \varepsilon^p_C \\ 0, & \text{если } \varepsilon^p_{u*} \geq \varepsilon^p_C, \end{cases}, \qquad q_\xi = \frac{\partial C_0}{\partial \xi} + \frac{\partial E_C}{\partial \xi}\varepsilon^p_{u*}, \tag{5}$$

$$\dot{a}_{ij} = \frac{2}{3}g\dot{\varepsilon}^p_{ij} + g_a a_{ij}\dot{\varepsilon}^p_{u*} + g^\xi_a a_{ij}\dot{\xi}, \tag{6}$$

$$g = \beta\sigma_a, \qquad g_a = -\beta, \qquad g^\xi_a = \frac{1}{\sigma_a}\frac{d\sigma_a}{d\xi}, \tag{7}$$

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\lambda} = \frac{3}{2}\frac{s^*_{ij}}{\sigma^*_u}\dot{\varepsilon}^p_{u*} = 0, \tag{8}$$

$$\sigma^*_u = \sqrt{\frac{3}{2}s^*_{ij}s^*_{ij}}, \tag{9}$$

$$\dot{\varepsilon}^p_{u*} = \frac{1}{E^* + 3G}\left[3G\frac{s^*_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}}{\sigma^*_u} - B^\xi\dot{\xi}\right], \tag{10}$$

$$E^* = q_\varepsilon + g + g_a a^*_u, \tag{11}$$

$$B^\xi = q_\xi + g^\xi_a a^*_u, \tag{12}$$

$$a^*_u = \frac{3}{2}\frac{s^*_{ij}a_{ij}}{\sigma^*_u}, \tag{13}$$

$$\begin{cases} \sigma^*_u < C \cup \dot{\varepsilon}^p_{u*} \leq 0 - \text{упругость}, \\ \sigma^*_u = C \cap \dot{\varepsilon}^p_{u*} > 0 - \text{вязкопластичность}, \end{cases} \tag{14}$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – тензор скоростей деформаций ($\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^e_{ij} + \dot{\varepsilon}^p_{ij}$), $\dot{\varepsilon}^e_{ij}$ и $\dot{\varepsilon}^p_{ij}$ – тензоры скоростей упругой и вязкопластической деформаций; σ_{ij} – тензор напряжений, $\sigma_0 = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$ – среднее напряжение, δ_{ij} – символ Кронекера, E –

модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона; $s_{ij}^* = s_{ij} - a_{ij}$ – девиатор активных напряжений; s_{ij} – девиатор напряжений, a_{ij} – девиатор микронапряжений; C – радиус поверхности нагружения; ε_{u*}^p – накопленная вязкопластическая деформация, $\dot{e}_{ij}$ – девиатор скоростей деформации, $E_C(\xi)$ – параметр, характеризующий скорость изменения размера поверхности нагружения, ε_C^p – предел изотропного разупрочнения, $C_0(\xi)$ – начальное значение размера поверхности нагружения; $\sigma_a(\xi)$ – предельное значение микронапряжений нелинейного типа, β – показатель скорости образования микронапряжений нелинейного типа; σ_u^* – интенсивность активных напряжений; G – модуль сдвига, λ – постоянная Ламе.

Материальные параметры E, E_C, C_0 и σ_a связаны со скоростью деформации степенной функцией вида $F(\xi) = K\xi^n$. Разработанную модель вязкопластического деформирования замыкают следующие параметры и материальные функции, подлежащие экспериментальному определению:

$$K_E, n_E, \nu, \varepsilon_C^p, \beta, K_{C_0}, n_{C_0}, K_{E_C}, n_{E_C}, K_{\sigma_a}, n_{\sigma_a}. \qquad (15)$$

Здесь $K_E, n_E, K_{C_0}, n_{C_0}, K_{E_C}, n_{E_C}, K_{\sigma_a}, n_{\sigma_a}$ – параметры степенных функций $E(\xi)$, $E_C(\xi)$, $C_0(\xi)$ и $\sigma_a(\xi)$.

Для идентификации материальных параметров разработан метод, основанный на анализе диаграмм деформирования при растяжении или сжатии образцов при различных скоростях деформации, который реализован в виде программы на языке Python.

Для верификации разработанной модели вязкопластичности и метода идентификации материальных функций проведено моделирование экспериментов по растяжению и сжатию образцов материалов с разными скоростями деформации при разных температурах. На рисунках 7 и 8 приведены расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (кружки) диаграммы деформирования материала ВВ751П.

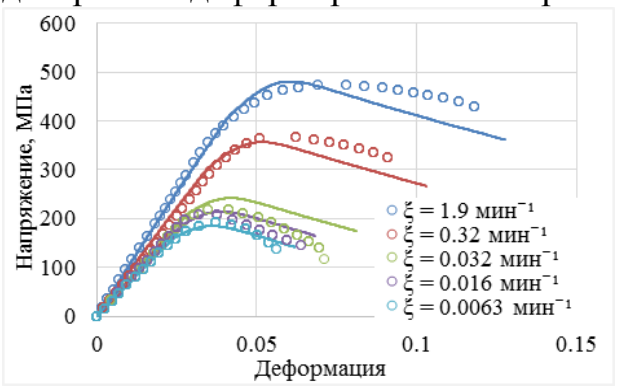

Рисунок 7 – Расчетные и экспериментальные диаграммы растяжения ВВ751П при температуре 1050 °С

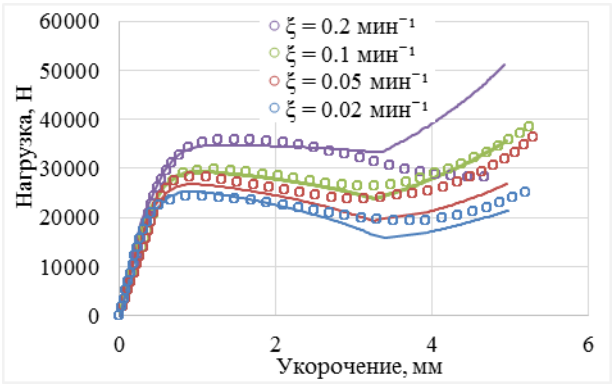

Рисунок 8 – Расчетные и экспериментальные диаграммы сжатия ВВ751П при температуре 1050 °С

На рисунках 9 и 10 приведено сравнение расчетных и экспериментальных диаграмм деформирования по растяжению образцов из стали 12Х18Н10Т с изменением скорости деформации с 0,0156 мин$^{-1}$ до 0,78 мин$^{-1}$ и с 0,78 мин$^{-1}$ до 0,0156 мин$^{-1}$ при температуре 700 °С.

Приведенные результаты моделирования хорошо коррелируют с результатами экспериментов, что позволяет сделать вывод об адекватности разработанной модели и метода идентификации её параметров. Разработанная модель учитывает все особенности деформирования материала при изотермической раскатке.

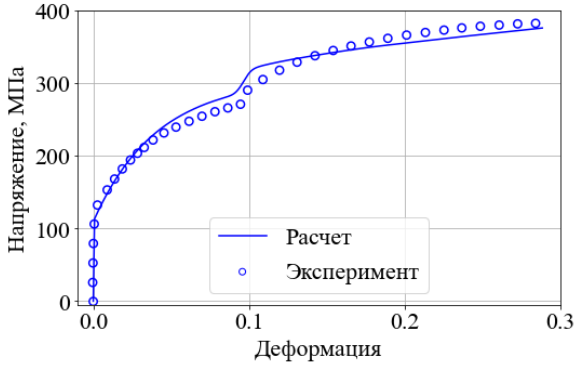

Рисунок 9 – Диаграмма деформирования материала 12Х18Н10Т с изменением скорости деформации

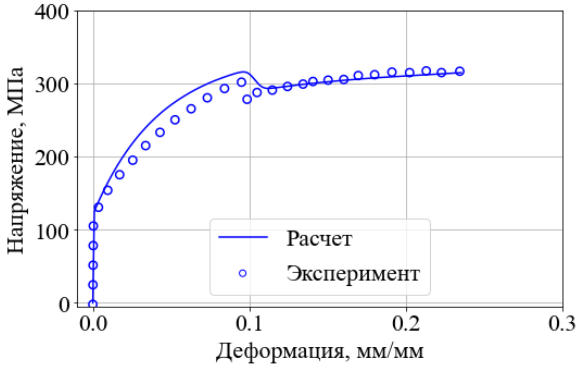

Рисунок 10 – Диаграмма деформирования материала 12Х18Н10Т с изменением скорости деформации

Четвертая глава посвящена использованию модели вязкопластичности при проведении расчетов раскатки диска.

Для внедрения модели материала в современные комплексы расчетов процессов деформирования, основанные на методе конечных элементов, необходима разработка подпрограммы, которая за один шаг вычисления по известным исходным данным будет определять необходимые параметры процесса деформирования материала к концу шага. В таблице 1 перечислены исходные данные для проведения расчета. Также необходимы параметры материала, определенные для заданной температуры.

Таблица 1. Исходные параметры подпрограммы

Параметры процесса деформирования	Даны в начале шага	Необходимо вычислить за итерацию
Компоненты тензора напряжений	$\sigma_{ij(n)}$	$\sigma_{ij(n+1)} = \sigma_{ij(n)} + \Delta\sigma_{ij}$
Компоненты тензора деформаций	$\varepsilon_{ij(n)}$	-
Компоненты тензора приращений деформаций	$\Delta\varepsilon_{ij}$	-
Матрица Якоби	-	$\frac{\partial\Delta\sigma_{ij}}{\partial\Delta\varepsilon_{ij}}$
Приращение времени	Δt	
Накопленная вязкопластическая деформация	$\varepsilon^{p}_{u^*(n)}$	$\varepsilon^{p}_{u^*(n+1)} = \varepsilon^{p}_{u^*(n)} + \Delta\varepsilon^{p}_{u^*}$
Компоненты тензора микронапряжений	$a_{ij(n)}$	$a_{ij(n+1)} = a_{ij(n)} + \Delta a_{ij}$
Размер поверхности нагружения	$C_{(n)}$	$C_{(n+1)} = C_{(n)} + \Delta C$
Скорость деформации на предыдущей итерации	$\xi_{(n-1)}$	$\xi_{(n)}$
Приращение времени на предыдущей итерации	$\Delta t_{(n-1)}$	$\Delta t_{(n)}$

Поскольку процесс вычисления является итерационным, важно учитывать, что при вязкопластическом деформировании изображающая точка процесса нагружения должна находиться на поверхности нагружения. Если в

начале шага деформирования изображающая точка находится внутри поверхности, то упругое деформирование может привести к тому, что в конце шага изображающая точка будет находится за пределами поверхности.

Для нахождения значений напряжения и параметров процесса нагружения в конце расчетного шага проведена линеаризация уравнений модели вязкопластичности. Далее приводятся линеаризованные уравнения модели, связывающие приращения параметров процесса деформирования с исходными данными.

Для определения скорости деформации и её приращения необходимо вычислить скорости компонент девиатора деформации:

$$\dot{e}_{ij} = \frac{1}{\Delta t}\left(\Delta\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\Delta\varepsilon_0\right), \tag{16}$$

$$\Delta\varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\Delta\varepsilon_{11} + \Delta\varepsilon_{22} + \Delta\varepsilon_{33}). \tag{17}$$

Тогда скорость деформации ξ определяется из (4), а её приращение $\Delta\xi$ можно определить следующим образом:

$$\Delta\xi = 2\Delta t\frac{\xi - \xi_{(n-1)}}{\Delta t + \Delta t_{(n-1)}}. \tag{18}$$

Для определения компонент тензора приращений напряжений при упругом деформировании $\Delta\sigma_{ij}^e$ используется выражение (1):

$$\Delta\sigma_{ij}^e = 2G\Delta\varepsilon_{ij} + 3\lambda\delta_{ij}\Delta\varepsilon_0. \tag{19}$$

Выражение для приращения размера поверхности нагружения в случае упругого деформирования ΔC^e получается из (3):

$$\Delta C^e = K_{C_0} n_{C_0} \xi^{(n_{C_0}-1)}\Delta\xi. \tag{20}$$

Приращения микронапряжений при упругом деформировании Δa_{ij}^e определяются согласно с (6):

$$\Delta a_{ij}^e = n_{\sigma_a} a_{ij}{}_{(n)}\frac{\Delta\xi}{\xi}. \tag{21}$$

Далее проводится проверка на нахождение изображающей точки процесса деформирования внутри поверхности нагружения. В случае, если выполняется следующее условие, деформирование за расчетный шаг считается упругим:

$$\sigma_{u(n+1)}^* \le C_{(n)} + \Delta C. \tag{22}$$

В случае вязкопластического деформирования, когда не выполняется условие (22), необходимо вычислить приращение накопленной пластической деформации $\Delta\varepsilon_{u*}^p$. Для этого необходимо решить уравнение:

$$\sigma_{u(n+1)}^* = C_{(n)} + \Delta C. \tag{23}$$

Линеаризовав выражение (3), получим уравнение для приращения размера поверхности нагружения ΔC в случае вязкопластического деформирования:

$$\Delta C = q_\varepsilon\Delta\varepsilon_{u*}^p + q_\xi\Delta\xi. \tag{24}$$

Ассоциированный закон течения (8) определяет связь компонент тензора приращения вязкопластических деформаций с приращением накопленной вязкопластической деформации:

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{p} = \frac{3}{2}\frac{s^{*}_{ij}{}_{(n)}}{\sigma^{*}_{u}{}_{(n)}}\Delta\varepsilon_{u*}^{p}. \quad (25)$$

Приращения компонент тензора микронапряжений Δa_{ij} определяются с помощью линеаризованного выражения (6):

$$\Delta a_{ij} = \frac{2}{3}g\Delta\varepsilon_{ij}^{p} + g_a a_{ij}{}_{(n)}\Delta\varepsilon_{u*}^{p} + n_{\sigma_a} a_{ij}{}_{(n)}\frac{\Delta\xi}{\xi}. \quad (26)$$

Тогда уравнение (23) можно записать в следующем виде:

$$\frac{3}{2}\left[\left(K_{ij} + P_{ij}\Delta\varepsilon_{u*}^{p}\right):\left(K_{ij} + P_{ij}\Delta\varepsilon_{u*}^{p}\right)\right] - \left(K_C + P_C\Delta\varepsilon_{u*}^{p}\right)^2 = 0, \quad (27)$$

$$K_{ij} = s^{e}_{ij}{}_{(n+1)} - a_{ij}{}_{(n)}\left(1 - n_{\sigma_a}\frac{\Delta\xi}{\xi}\right), \quad (28)$$

$$P_{ij} = g_a a_{ij}{}_{(n)} - (3G + g)\frac{s^{*}_{ij}{}_{(n)}}{\sigma^{*}_{u}{}_{(n)}}, \quad (29)$$

$$K_C = C_{(n)} + q_\xi\Delta\xi, \quad (30)$$

$$P_C = q_\varepsilon. \quad (31)$$

Здесь $s^{e}_{ij}{}_{(n+1)}$ – девиатор напряжений в конце шага в случае упругого деформирования.

Решив уравнение (27) относительно приращения накопленной пластической деформации, получим:

$$\Delta\varepsilon_{u*}^{p} = -\frac{3K_{ij}P_{ij} - 2K_C P_C}{3P_{ij}P_{ij} - 2P_C^2} - \frac{\sqrt{\left(3K_{ij}P_{ij} - 2K_C P_C\right)^2 - \left(3P_{ij}P_{ij} - 2P_C^2\right)\left(3K_{ij}K_{ij} - 2K_C^2\right)}}{3P_{ij}P_{ij} - 2P_C^2}. \quad (32)$$

Для нахождения тензора приращений напряжений $\Delta\sigma_{ij}$ используется линеаризованное выражение (1):

$$\Delta\sigma_{ij} = 2G\left(\Delta\varepsilon_{ij} - \Delta\varepsilon_{ij}^{p}\right) + 3\lambda\delta_{ij}\Delta\varepsilon_0. \quad (33)$$

Для интеграции модели в программный комплекс получены уравнения для вычисления компонент матрицы Якоби $\frac{\partial\Delta\sigma_{ij}}{\partial\Delta\varepsilon_{lk}}$, определяющих изменение каждой из компонент приращения напряжения $\Delta\sigma_{ij}$, вызванное бесконечно малым изменением каждой компоненты приращения деформации $\Delta\varepsilon_{ij}$.

Пятая глава посвящена методу и результатам расчета процесса раскатки диска.

Разработанная модель вязкопластичности апробирована путем проведения моделирования процесса изотермической раскатки заготовки диска из жаропрочного сплава ЭП741НП при температуре 1130 °С. Моделирование проведено в программном комплексе SIMULIA Abaqus,

основанном на методе конечных элементов. Для интегрирования модели вязкопластичности в программный комплекс разработана пользовательская подпрограмма "UMAT" на языке Fortran. Параметры материала приведены в таблице 2. Параметр E для материала ЭП741НП не зависит от скорости деформации и принят постоянным. Параметры степенных функций $K_{C_0}, n_{C_0}, K_{E_C}, n_{E_C}, K_{\sigma_a}, n_{\sigma_a}$ определяют связь параметров E_C, C_0 и σ_a, выраженных в МПа со скоростью деформации в мин$^{-1}$.

Таблица 2 – Параметры жаропрочного сплава ЭП741НП

T, °С	E, МПа	ν	ε_C^p	K_{C_0}	n_{C_0}	K_{E_C}	n_{E_C}	K_{σ_a}	n_{σ_a}	β
1130	3463	0,3	0,35	155	0,1677	-156	0,3153	27,5	0	67

Созданы конечно-элементные модели роликов и заготовки диска. Сборка, позволяющая смоделировать процесс раскатки, состоящая из заготовки и двух роликов, приведена на рисунке 11. На рисунке 12 приведена зависимость скорости деформации от времени процесса изотермической раскатки. Значение скорости деформации приведено для точки верхней кромки обода диска, обозначенной кружком на рисунках 17-19, с которой происходит контакт ролика в начальный момент раскатки и которая в конце процесса раскатки перемещается в положение, обозначенное крестиком на рисунках 17-19. Наблюдается значительное изменение скорости деформации в этой точке.

Результаты моделирования процесса изотермической раскатки заготовки диска из жаропрочного сплава ЭП741НП приводятся в виде графиков, характеризующих процесс деформирования, и картограмм, показывающих распределение параметров напряжений и деформаций в конце процесса раскатки.

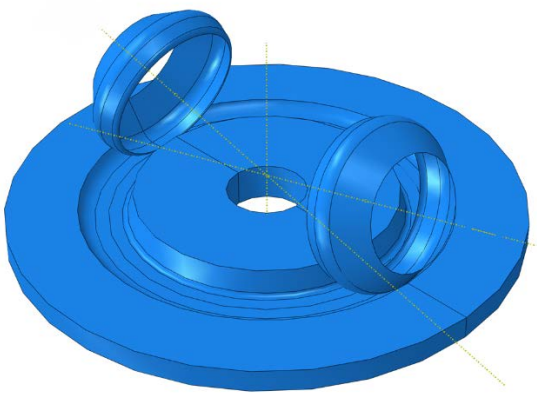

Рисунок 11 – Модель раскатки заготовки

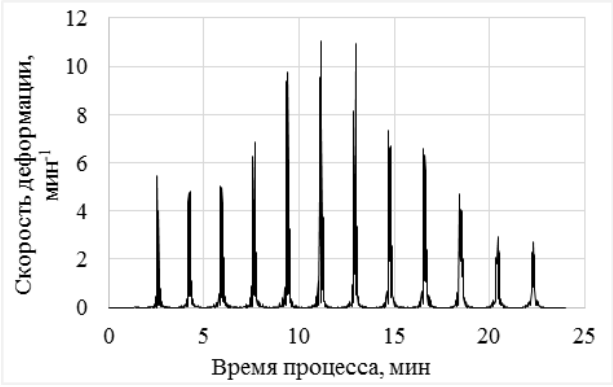

Рисунок 12 – Изменение скорости деформации

Для анализа процесса формоизменения заготовки при раскатке на рисунке 13 приводятся зависимости вязкопластических деформаций точки верхней кромки обода диска, с которой происходит первоначальный контакт ролика. Видно, что в процессе изотермической раскатки происходит сложное знакопеременное деформирование материала с переменной скоростью деформации. На рисунке 14 в векторном пространстве А.А. Ильюшина

представлена проекция траектории деформации на плоскость $Э_1$–$Э_2$, которая представляет собой трехзвенную траекторию с двумя прямолинейными и одним криволинейным участками. Представленная траектория подтверждает сложный знакопеременный характер процесса деформирования.

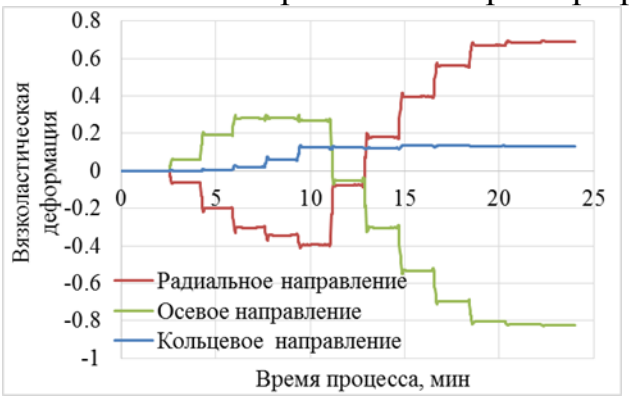

Рисунок 13 – Изменение вязкопластической деформации в процессе раскатки

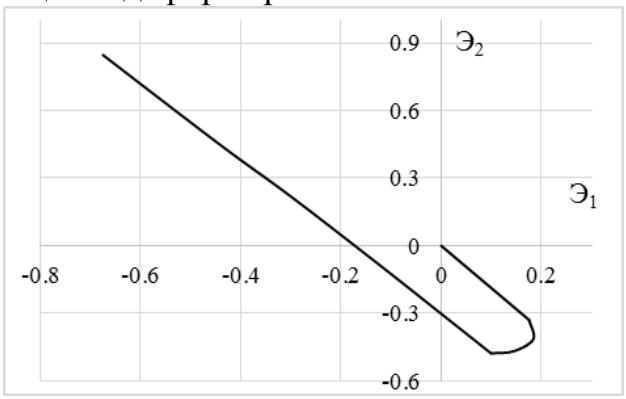

Рисунок 14 – Проекция траектории деформации

Из рисунков видно, что процесс деформирования материала обода разделяется на два этапа. В начале раскатки материал кромки обода сжимается в радиальном направлении. При этом происходит смещение материала обода к центру заготовки в осевом направлении, и в момент достижения критического значения, при котором толщина обода становится равной толщине полотна, происходит смена направления вязкопластического деформирования – материал подвергается значительному сжатию в направлении оси заготовки диска и в тоже время растягивается в радиальном направлении сохраняя свой объем. При этом следует отметить, что кольцевая компонента вязкопластической деформации меньше осевой и радиальной, и на протяжении всего процесса раскатки имеет положительный знак, а максимальное её значение достигается в конце первого этапа деформирования, когда знак двух других компонент меняется.

На рисунке 15 приведена картограмма интенсивности остаточных напряжений в конце процесса раскатки, а на рисунке 16 – картограмма максимальных значений накопленной вязкопластической деформации в конце процесса раскатки.

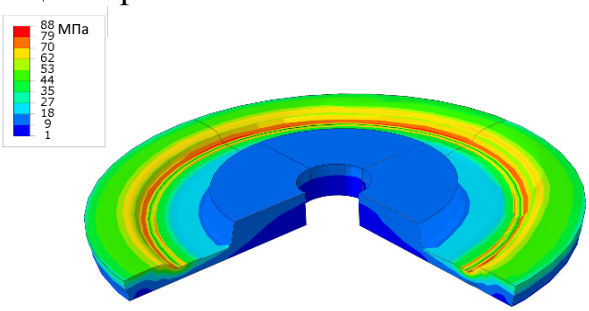

Рисунок 15 – Интенсивность остаточных напряжений в конце процесса раскатки

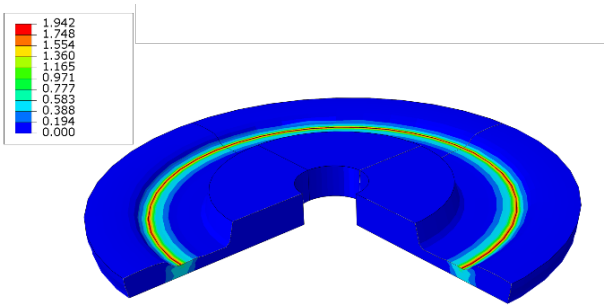

Рисунок 16 – Максимальное значение накопленной вязкопластической деформации в конце процесса раскатки

Значительно большие значения вязкопластической деформации сконцентрированы в элементах кромки обода, где происходит касание с

роликом. Это обусловлено формой заготовки, которая отличается от формы ролика. Такие деформации могут приводить к существенной неоднородности структуры получаемой детали и должны быть исключены путем выбора наиболее оптимальной формы заготовки диска перед раскаткой.

На рисунках 17 и 18 приведены значения перемещений элементов заготовки в конце процесса раскатки в осевом и радиальном направлениях.

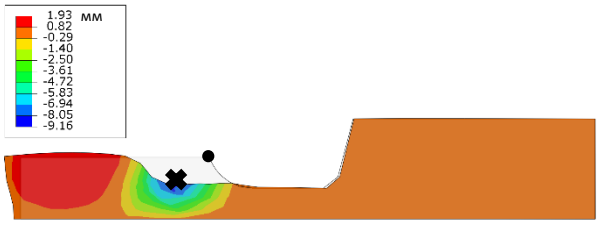

Рисунок 17 – Осевые перемещения в конце процесса раскатки

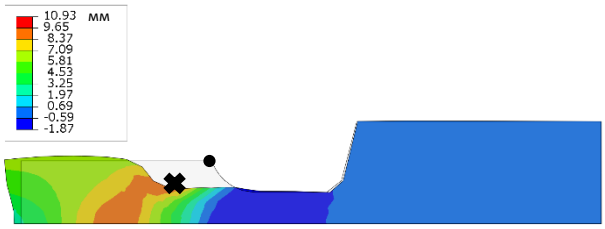

Рисунок 18 – Радиальные перемещения в конце процесса раскатки

Из приведенных рисунков можно сделать вывод, что в процессе изотермической раскатки наибольшему деформированию подвержен материал обода диска, происходит его сжатие в направлении оси диска и незначительное вытягивание в радиальном направлении. Присутствует неоднородность деформированного состояния – величина вязкопластической деформации уменьшается от места контакта с роликом к центру заготовки. При этом важно отметить, что в смоделированном процессе раскатки заготовки диска сплава ЭП741НП удлинение полотна практически отсутствует, что свидетельствует о неоднородности структуры получаемой заготовки в радиальном направлении.

На рисунке 19 приведена картограмма полных перемещений элементов диска и наложенные на неё формы заготовки до раскатки и диска, полученного экспериментальным путем. Сравнение расчетных и экспериментальных геометрических характеристик показывает как качественное, так и количественное их соответствие. Отличие по геометрическим характеристикам не превышает 10%. При этом, результаты моделирования показывают незначительную неровность полотна диска по сравнению с формой, полученной путем экспериментальной раскатки. Обод диска имеет выгнутую форму. Форма торца обода диска, полученная с помощью моделирования, совпадает с чертежом диска, полученного путем экспериментальной раскатки. Полученные значения геометрических характеристик диска свидетельствуют о достаточной эффективности разработанной модели вязкопластичности при моделировании процессов изотермической раскатки дисков с использованием метода конечных элементов.

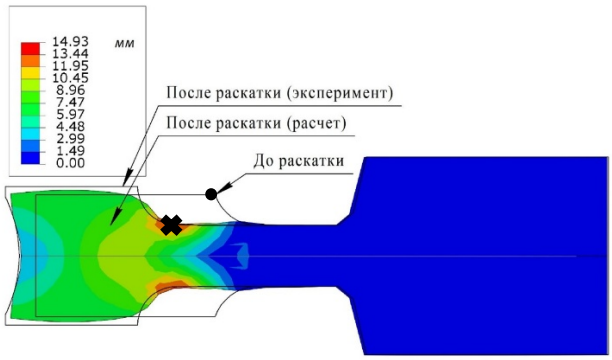

Рисунок 19 – Геометрические характеристики диска, полученные путем экспериментальной изотермической раскатки, и геометрические характеристики, полученные в результате расчета

В заключении сформулированы основные результаты и выводы по работе.

Основные результаты:

1. Проведены экспериментальные исследования конструкционных материалов в условиях высоких температур с различными постоянными и переменными скоростями деформации, результаты которых позволили выявить особенности процесса деформирования материала диска в процессе изотермической раскатки.

2. Разработана модель вязкопластичности, позволяющая учитывать влияние повторного нагружения с различной скоростью при высоких температурах на процесс деформирования материала. Разработан метод идентификации материальных параметров на основе серии испытаний на растяжение или сжатие с различными скоростями деформации, и проведена верификация разработанной модели вязкопластичности.

3. Разработан метод внедрения модели вязкопластичности в современные программные комплексы, позволяющие моделировать процессы изотермической раскатки, основанные на методе конечных элементов. Получены необходимые для этого линеаризованные уравнения модели вязкопластичности.

4. Проведено практическое апробирование разработанной модели вязкопластичности и программного комплекса на примере расчета процесса изотермической раскатки диска из сплава ЭП741НП и сравнение полученных результатов с результатами проведенных экспериментальных исследований по раскатке диска. Отличие расчетных и экспериментальных геометрических характеристик дисков в конце процесса раскатки не превысило 10%.

Основные выводы:

1. В процессе раскатки диска материал деформируется в условиях сложного знакопеременного нагружения при значительном изменении скорости деформации.

2. На основе анализа особенностей деформирования материала в процессе раскатки диска показана необходимость использования модели вязкопластичности, основанной на теории течения при комбинированном

упрочнении, учитывающей особенности сложного знакопеременного характера нагружения и влияние скорости деформации на процесс деформирования материала, для достоверного моделирования раскатки диска.

3. Анализ результатов экспериментальных исследований показал, что зависимости параметров материала от скорости деформации описываются аналитическими уравнениями степенного вида. При изменении скорости деформации в процессе нагружения, напряжения увеличиваются или уменьшаются до значения на диаграмме, соответствующей новой скорости деформации.

4. При численном решении уравнений модели вязкопластичности для обеспечения нахождения точки напряженного состояния на поверхности нагружения приращение накопленной вязкопластической деформации необходимо вычислять с учетом выполнения равенства интенсивности активных напряжений и размера поверхности нагружения в конце расчетного шага.

Перспективы развития:

Перспективами развития является внедрение результатов работы в технологический процесс изготовления дисков газотурбинных двигателей, которое в совокупности с современными подходами к оценке материала позволит выбрать наиболее оптимальные режимы изотермической раскатки для получения заданных характеристик дисков газотурбинных двигателей.

В приложении А представлен акт о внедрении результатов диссертационной работы в рабочий процесс отдела "Обработки металлов давлением и разработки нового технологического оборудования" филиала АО "ОДК" "НИИД" при определении режимов изотермической деформации жаропрочных сплавов.

В приложении Б представлен акт о внедрении результатов диссертационной работы в учебный процесс Московского политехнического университета при обучении аспирантов по направлению подготовки 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела.

В приложении В представлен код пользовательской подпрограммы "UMAT", позволяющий использовать модель вязкопластичности при проведении расчетов в программном комплексе SIMULIA Abaqus.

В приложении Г представлен код программы для расчета напряжений при одноосном жестком нагружении.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Abashev D.R., Bondar V.S., Dikovitskyi P.O., Morozov S.V., Larionova O.E. High-temperature deformation of a granulated nickel alloy // High temperature. – 2023. – Vol. 61. – P. 814–817.

2. Бондарь В.С., Фомин Д.Ю., Ларионова О.Е. Юдинцева А.И. Моделирование процесса раскатки // Проблемы прочности и пластичности. – 2023 г. – т. 85, № 4. – С. 500–509.

3. Абашев Д.Р., Бондарь В. С., Диковицкий П.О., Морозов С.В., Ларионова О.Е. Вязкопластическое деформирование гранулированного

никелевого сплава при высоких температура // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2024. – №1. – С. 13–20.

4. Ларионова О.Е. Метод и результаты расчета процесса изотермической раскатки диска // Авиационные двигатели. – 2025. – №2 – С. 67-76.

5.Бондарь В.С., Фомин Д.Ю., Ларионова О.Е. Моделирование процесса раскатки диска из жаропрочного никелевого сплава // Математическое моделирование в естественных науках: материалы XXXII Всероссийской конференции. – Пермь. – 2023. – С. 67–69.

6. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Ларионова О.Е. Моделирование процессов деформирования конструкционных сплавов и сталей при высоких температурах с учетом скорости нагружения // Математическое моделирование в естестевенных науках: материалы XXXIII Всероссийской конференции. – Пермь. – 2024. – С. 68 – 71.

7.Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Ларионова О.Е. Внедрение модели вязкопластичности в программные комплексы, основанные на методе конечных элементов // XLIX Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства: сборник тезисов. – Москва. – 2025 – С. 415 – 418.

8. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Ларионова О.Е. Линеаризация уравнений модели вязкопластичности для внедрения в программный комплекс на основе метода конечных элементов // Материалы 67-й Всероссийской Конференции МФТИ: (30 марта – 5 апреля 2025 года). – Москва. – 2025 – С. 114 – 116.