

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Московский Политех)

На правах рукописи



Шарова Валентина Игоревна

**Термовязкопластическое деформирование металлических материалов при
повторных и длительных нагрузениях в условиях высоких
температур**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
Заслуженный деятель науки РФ,
доктор физико-математических наук,
профессор Бондарь В.С.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1 ОБЗОР МОДЕЛЕЙ ТЕРМОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ МАТЕРИАЛОВ ..	13
1.1 Варианты моделей термовязкопластичности, критериев разрушения и поврежденности материала	13
1.1.1 Модель, применяемая в программном комплексе Abaqus	13
1.1.2 Модель Ю.Г. Коротких.....	15
1.1.3 Модель Ж -Л. Шабоша	16
1.1.4 Модель В.С. Бондаря	17
1.2 Варианты оценки и прогнозирования ресурса материала	19
1.2.1 Деформационный критерий Л.Б. Гецова	19
1.2.2 Кинетические уравнения накопления повреждений Ю.Г. Коротких.....	21
1.2.3 Кинетические уравнения накопления повреждений В.С. Бондаря	25
1.3 Анализ вариантов моделей термовязкопластичности.....	26
1.3.1 Вариант модели, применяемый в программном комплексе Abaqus.....	26
1.3.2 Вариант модели, основанный на модели Ю. Г. Коротких.....	27
1.3.3 Вариант модели Ж. Шабоша.....	27
1.3.4 Вариант модели В. С. Бондаря.....	28
1.4 Анализ вариантов оценки и прогнозирования ресурса.....	28
1.4.1 Деформационный критерий Л.Б. Гецова	28
1.4.2 Кинетические уравнения накопления повреждений Ю.Г. Коротких	29
1.4.3 Кинетические уравнения накопления повреждений В.С. Бондаря	29
2 МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОВЯЗКОПЛАСТИЧНОСТИ	30
2.1 Основные положения и уравнения модели	30
2.2 Базовый эксперимент и метод определения материальных функций	39

2.2.1 Упругопластическое деформирование	39
2.2.2 Вязкое деформирование	50
2.2.3 Определение материальных функций.....	58
2.3 Материальные функции некоторых конструкционных сталей и сплавов	58
3 ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА.....	65
3.1 Система уравнений модели термовязкопластичности.....	65
3.2 Уравнения модели в случае одноосного нагружения	68
3.3 Уравнения модели в случае шестисосного напряженного состояния	69
3.4 Структура программного комплекса для проведения расчетов.....	84
3.5 Входные данные	85
3.6 Выходные данные	86
4 ТЕРМОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ И СПЛАВОВ	88
4.1 Термовязкопластическое деформирование бронзового сплава БРХ08-Ш ...	92
4.1.1 Циклическое нагружение сплава БрХ08-Ш в условиях высоких температур 92	
4.1.2 Ползучесть и длительная прочность сплава БрХ-08Ш в условиях высоких температур.....	95
4.1.3 Вязкопластическое деформирование сплава БрХ-08Ш при неизотермическом длительном нагружении	98
4.2 Термовязкопластическое деформирование нержавеющей стали 12Х18Н10Т.....	100
4.2.1 Циклическое и монотонное деформирование нержавеющей стали 12Х18Н10Т в условиях высоких и нормальной температур при жестком режиме нагружения.....	100

4.2.2 Циклическое деформирование нержавеющей стали 12Х18Н10Т при нормальной температуре при мягком режиме нагружения.....	104
4.2.3 Ползучесть и длительная прочность нержавеющей стали 12Х18Н10Т в условиях высоких температур	106
4.2.4 Вязкопластическое деформирование нержавеющей стали 12Х18Н10Т при неизотермическом циклическом нагружении	108
4.3 Термовязкопластическое деформирование алюминиевого сплава АЛ-25 .	112
4.3.1 Циклическое нагружение сплава АЛ-25 в условиях высоких температур	112
4.3.2 Вязкопластическое деформирование сплава АЛ-25 при неизотермическом циклическом нагружении	114
4.4 Вязкопластическое деформирование конструкционных сталей и сплавов при сложном нагружении	115
4.4.1 Ползучесть стали 304 при сложном длительном нагружении в условиях высоких температур	115
4.4.2 Вязкопластическое деформирование стали 30ХГСА по двухзвенным ломаным траекториям в условиях высоких температур	119
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	124
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	126
ПРИЛОЖЕНИЕ А (обязательное).....	144
ПРИЛОЖЕНИЕ Б (обязательное).	145
ПРИЛОЖЕНИЕ В (обязательное).	146
ПРИЛОЖЕНИЕ Г	147

ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие техники предъявляет высокие требования к прочности и ресурсу конструкционных материалов. В авиационных и ракетно-космических системах детали и узлы подвергаются сложным комбинациям статических, динамических и термомеханических нагрузок. Для таких конструкций характерны циклические процессы нагружения, сопровождающиеся эффектами упрочнения и разупрочнения, возникновением остаточных микронапряжений и накоплением повреждений. Существование широкого круга прикладных задач приводит к формированию различных подходов в теории пластичности, являющихся теоретической основой для расчета прочности и ресурса конструкций в различных областях техники. В условиях воздействия высоких температур теории пластичности позволяют учитывать совместное действие пластической деформации и ползучести, а также прогнозировать накопление повреждений и зарождение трещин.

В настоящее время теории пластичности развиваются по двум основным направлениям: теориям упругопластических процессов и теориям пластического течения. Первое направление связано с развитием идей А. А. Ильюшина [79-85], который сформулировал общую математическую теорию пластичности и предложил рассматривать процессы нагружения и деформирования как траектории в пятимерных векторных пространствах напряжений и деформаций. В рамках этого подхода был разработан постулат изотропии и принцип запаздывания скалярных и векторных свойств. В подходе А.А. Ильюшина нет разделения упругих и пластических деформаций, все деформирование рассматривается как единый необратимый процесс в пространстве деформаций. Такой подход лег в основу деформационной теории пластичности, в которой тело представляется как нелинейно упругое, а напряженное состояние не зависит от истории деформирования. Эта теория применяется для описания упруго-пластического поведения изотропных материалов, и развивалась в работах А.П. Гусенкова [55, 56], В. В. Москвитина [114], Н.А. Махутова и С.В. Серенсена [125],

С.М. Шнейдеровича [131-135], Б.Ф. Шора и И.А. Биргера [4,5], И.В. Пучкова и Ю.М. Темиса [127-129] и др.

Деформационная теория позволяет прогнозировать максимальные напряжения при монотонном пропорциональном нагружении, однако не применима к непропорциональным нагружениям и сложна для адаптации уравнений при изменении направления деформирования. Дальнейшее развитие идей А.А. Ильюшина привело к формированию теории процессов пластичности, в которой соотношения определяются выбором функционалов процесса для различных траекторий деформирования. Эта теория применяется для моделирования упругопластического поведения материалов с начальной изотропией. Вклад в развитие этого направления внесли Дао Зуй Бик [57-60], В.А. Пелешко [119,120], В.Г. Зубчанинов [66-78], Р.А. Васин [38-47], А.С. Вавакин [34-36], И.Н. Молодцов [110-113], В.С. Бондарь [32], А.А. Маркин [107], Н.И. Марин [105-106], К.Я. Шульц [136], М.Ю. Соколова [107], В.И. Малый [104], В.П. Дегтярев [61], С.И. Ратнер [122,123], В.С. Ленский [98-103], А.М. Жуков [64-65], И.М. Ройтман [124], Н.Л. Охлопков, В.И. Гультияев [118,66-78], Д. Соси [126], J.Baushinger [143, 142], L.Bairstow [141], G. Masing [172, 185], G. Kang [164-168], L.F. Coffin [160-163], G.Saks и H. Shoji [186] и др.

Второе направление, теория пластического течения, основывается на разделении деформаций на упругую и пластическую составляющие. Напряжения зависят от упругих деформаций, а скорости пластических деформаций – от напряжений. Классическим элементом этих теорий является поверхность нагружения в пространстве напряжений, разделяющая области упругого и упругопластического деформирования. В отличие от подхода теорий процессов, здесь пластическая деформация трактуется как непрерывное течение, а связь между напряжениями и деформациями выражается через инкрементальные (дифференциальные) соотношения. Эти модели способны описывать сложные эффекты при циклических нагружениях: эффект Баушингера, упрочнение и разупрочнение, посадку и вышагивание петель упругопластического гистерезиса, а также влияние температуры. Развитие теорий течения связано с работами А. Ю.

Ишлинского [86,87], В. В. Новожилова [115-117], Ю. И. Кадашевича [88-94], И. А. Биргера [4,5], В. С. Бондаря [6-8, 26-33, 150, 146], В.С. Бондаря и Д.Р. Абашева [1,9-25,138,149-148], Ю. Г. Коротких [96,97], Л. А. Игумнова, И. А. Волкова [48-50], И. В. Демьянушко [62-63], Ю. М. Темиса [127-129], С.С. Гаврюшина [51, 121, 144], Б. Е. Мельникова [108], А. А. Мовчана [109], J.-L. Chaboche [154-159], J. Besson [145], С. О. Frederick и Р. J. Armstrong [139], G. Backhaus [140], Z. Mroz [173], W. Prager [184], J. Lemaitre [170-171], J.-D. Wang и N. Ohno [181-183], E. Tanaka [187] и др.

Современные реализации этих теорий нашли отражение в конечно-элементных моделях, где наиболее распространенным является вариант теории течения при изотропном упрочнении [95], в котором поверхность текучести может только изотропно расширяться, не меняя формы. Однако такие модели не описывают эффекты циклического деформирования, поэтому были предложены обобщенные модели комбинированного упрочнения [86-94, 184], а также модели, в которых поверхность текучести изменяет размер и положение с нелинейным кинематическим упрочнением [139]. Развитие идей комбинированного упрочнения привело к созданию уравнений для смещения центра поверхности нагружения, предложенных В.С. Бондарем [6, 9-12], и позволяющих моделировать процессы сложного циклического нагружения, включая эффекты посадки и вышагивания петли упругопластического гистерезиса. В модели неупругости В.С. Бондаря микронапряжения разделяются на различные типы, каждый из которых отвечает за определенный механический эффект, однако для описания процессов нестационарного нагружения требуется ее дальнейшая адаптация.

Актуальность работы обусловлена необходимостью оценки и прогнозирования ресурса конструкционных материалов, работающих в условиях длительных циклических неизотермических нагружений. Модели деформирования, применяемые в инженерных расчетах, зачастую не позволяют описывать сложные циклические и неизотермические режимы нагружения, а также процессы накопления повреждений. Разработка модифицированной модели

термовязкопластичности, позволяющей описывать ряд эффектов при вязкопластическом неизотермическом циклическом и монотонном нагружении, и создание на её основе программного комплекса для расчета напряженно-деформированного состояния, является актуальной научной и прикладной задачей.

Степень разработанности темы исследования. Проблема моделирования термовязкопластического деформирования и оценки ресурса материалов при повторном и длительном термомеханическом нагружении исследуется в работах отечественных и зарубежных авторов. В ряде расчетных систем используются модели, в которых пластическая деформация и ползучесть рассматриваются отдельно, что ограничивает точность описания сложных режимов нагружения. Известны также подходы, основанные на теориях Ю.Г. Коротких и Ж. Шабоса, позволяющие учитывать отдельные особенности циклического деформирования, однако имеющие ряд ограничений в описании нестационарных процессов нагружения. Модель неупругости В.С. Бондаря позволяет описывать накопление повреждений в материале при вязкопластическом деформировании, однако существует потребность ее модификации для применения к процессам вязкопластического неизотермического циклического и монотонного нагружения.

Цель работы. Разработка модифицированной модели термовязкопластичности и проведение экспериментальных исследований процессов термовязкопластического деформирования и разрушения металлических материалов – конструкционных сталей и сплавов – при повторных и длительных нагружениях в условиях высоких температур.

Для достижения поставленной цели потребовалось решение следующих основных задач:

1. Формулировка основных положений и уравнений модифицированной модели термовязкопластичности;
2. Получение на основе общих уравнений модели термовязкопластичности системы уравнений шестиосного напряженно-

деформированного состояния для различных случаев задания компонент напряжений и (или) деформаций;

3. Формулировка базового эксперимента и метода определения материальных функций;

4. Проведение базовых экспериментов и определение материальных функций для ряда конструкционных сталей и сплавов;

5. Проведение экспериментальных исследований образцов бронзового сплава БрХ08-Ш и нержавеющей стали 12Х18Н10Т при повторных и длительных, изотермических и неизотермических режимах нагружения;

6. Разработка программного комплекса на основе модифицированной модели термовязкопластичности для определения кинетики напряженно-деформированного состояния и разрушения материала при повторных и длительных нагружениях в условиях высоких температур;

7. Проведение расчетных исследований термовязкопластического деформирования и разрушения ряда конструкционных сталей и сплавов и сопоставление полученных результатов с результатами экспериментальных исследований при повторных и длительных, изотермических и неизотермических нагружениях, в условиях как простого, так и сложного нагружения.

Научная новизна работы. Для оценки поведения и разрушения металлических материалов – конструкционных сталей и сплавов – при вязкопластическом повторном и длительном нагружениях разработана новая модель термовязкопластичности, учитывающая влияние эффектов, возникающих при циклическом, монотонном и длительном изотермическом и неизотермическом видах нагружения. Получены новые результаты экспериментальных исследований поведения и разрушения бронзового сплава БрХ08-Ш и нержавеющей стали 12Х18Н10Т при повторных и длительных, изотермических и неизотермических режимах нагружения. Сопоставление результатов расчетов и экспериментов показало достаточную работоспособность модифицированной модели термовязкопластичности при оценке поведения и разрушения металлических материалов при повторных и длительных

нагрузениях в условиях высоких температур – отличие по характеристикам деформирования не превысило 10-15%, а разрушения – 30%.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные результаты имеют теоретическую ценность и практическую значимость при моделировании процессов термовязкопластического деформирования и разрушения материалов. Создан программный комплекс для расчета кинетики напряженно-деформированного состояния и разрушения материалов при циклических, монотонных и длительных нагрузениях, при постоянной и переменной температуре.

Методология и методы исследования. Математическое моделирование процессов циклического, монотонного и длительного нагружения при постоянной и переменной температуре проводится с использованием разработанного программного комплекса, основанного на решении системы дифференциальных уравнений разработанной модели термовязкопластичности методом Рунге-Кутты 4 порядка. Экспериментальные исследования проведены на универсальной испытательной машине LFMZ 100kN.

Положения, выносимые на защиту:

1. Модифицированная модель термовязкопластичности при повторных и длительных нагружениях металлических материалов в условиях высоких температур;
2. Базовый эксперимент, метод определения материальных функций и материальные функции сталей 12X18H10T, 304, 30XГСА и сплавов БрХ08-Ш, АЛ-25;
3. Программный комплекс для определения кинетики напряженно-деформированного состояния и разрушения материала при повторных и длительных нагружениях в условиях высоких температур.
4. Результаты экспериментальных исследований деформирования и разрушения образцов бронзового сплава БрХ08-Ш и нержавеющей стали 12X18H10T при циклических, монотонных, длительных изотермических и неизотермических видах нагружения.

5. Результаты расчетных исследований термовязкопластического деформирования и разрушения сталей 12X18H10T, 304, 30XГСА и сплавов БрХ08-Ш, АЛ-25 и сопоставления полученных результатов с результатами экспериментальных исследований при повторных и длительных, изотермических и неизотермических нагружениях в условиях как простого, так и сложного нагружения.

Достоверность результатов подтверждается сопоставлением расчетов на основе разработанной модели термовязкопластичности и экспериментов по вязкопластическому деформированию, малоцикловой и длительной прочности.

Апробация работы. Основные результаты исследований были представлены на:

1. XXXIII Всероссийской школе-конференции "Математическое моделирование в естественных науках" (Пермь, 2024 г.);
2. 67-й Всероссийской научной конференция МФТИ (Москва, 2025 г.);
3. Семинаре "Ресурс, многоразовость, длительность, долговечность" АО "ЦНИИмаш" (Королев, 2025 г.);
4. XXXIV Всероссийской школе-конференции "Математическое моделирование в естественных науках" (Пермь, 2025 г.);
5. Семинаре "Динамика и прочность авиационных двигателей" ФАУ "ЦИАМ им. П.И. Баранова" (Москва, 2026 г.).
6. Научно-техническом совете отдела "Прочность, живучесть и безопасность машин" ФГБУН "Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН" (Москва, 2026 г.).

Публикации. Основные результаты диссертации отражены в семи [2,21,22,23,24,25,130] научных работах, четыре из которых [22,23,24,130] в изданиях, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук (Перечень ВАК). Также три [22,23,24] из научных работ в изданиях, индексируемых в базе Scopus.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, получены лично соискателем в процессе научной деятельности. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка источников и четырех приложений. Общий объем работы составляет 174 страницы, в том числе 121 страницу основного текста, содержит 34 рисунка, 25 таблиц и 4 приложения. Список использованных источников включает в себя 187 наименований на 17 страницах. Объем приложений составляет 31 страницу.

1 ОБЗОР МОДЕЛЕЙ ТЕРМОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ МАТЕРИАЛОВ

1.1 Варианты моделей термовязкопластичности, критериев разрушения и поврежденности материала

1.1.1 Модель, применяемая в программном комплексе Abaqus

В основе модели пластичности, применяемой в программном комплексе Abaqus [137], лежит теория течения, которая может быть применена при различных вариантах упрочнения: изотропном, кинематическом или комбинированном. Деформация ε_{ij} рассматривается как сумма трех составляющих: упругой ε_{ij}^e , пластической ε_{ij}^p и ползучести ε_{ij}^{cr} . Общее разложение тензора деформаций имеет вид

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^{cr}. \quad (1.1.1)$$

Поверхность текучести определяется условием Мизеса, согласно которому пластическая деформация возникает при достижении предела текучести материала

$$f(\sigma_{ij}) = \sigma_{eq} - \sigma_y = 0, \quad (1.1.2)$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} - a_{ij}, \quad (1.1.3)$$

где σ_{eq} – эквивалентное напряжение Мизеса, a_{ij} – девиатор микронапряжений, s_{ij} – девиатор тензора напряжений, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, σ_y – предел текучести материала, δ_{ij} – символ Кронекера (единичный тензор).

Направление пластического деформирования определяется ассоциированным законом течения

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (1.1.4)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ – тензор скоростей пластических деформаций; $\dot{\lambda}$ – множитель (интенсивность) пластического потока, определяемый условием консистентности ($\dot{f} = 0$).

Эволюция накопленной (эквивалентной) пластической деформации $\bar{\varepsilon}^p$ выражается через эквивалентную пластическую работу W_p

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p}, \quad (1.1.5)$$

$$\dot{W}_p = \sigma_{eq} \dot{\bar{\varepsilon}}^p. \quad (1.1.6)$$

Закон упрочнения записывается в виде суммы изотропного упрочнения, описываемого начальным размером поверхности текучести σ_0 , и кинематического упрочнения, определяемого смещением поверхности текучести в пространстве напряжений через микронапряжения a_{ij}

$$\sigma_y = \sigma_0 + R(\bar{\varepsilon}^p), \quad a_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(k)}, \quad (1.1.7)$$

где σ_0 – начальный предел текучести, $R(\bar{\varepsilon}^p)$ – функция изотропного упрочнения; $a_{ij}^{(k)}$ – тензоры микронапряжений (кинематического упрочнения); n – количество компонент, используемых для аппроксимации реального поведения материала.

Каждая компонента $a_{ij}^{(k)}$ подчиняется эволюционному уравнению Армстронга-Фредерика

$$\dot{a}_{ij}^{(k)} = C_k (\dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{2}{3} \gamma_k a_{ij}^{(k)} \dot{\bar{\varepsilon}}^p), \quad (1.1.8)$$

где C_k – начальный модуль кинематического упрочнения; γ_k – коэффициент, характеризующий скорость затухания упрочнения при накоплении деформации.

Для описания ползучести применяется степенной закон

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^v = A \sigma_{eq}^n t^m, \quad (1.1.9)$$

где $\dot{\varepsilon}_{eq}^v$ – эквивалентная скорость деформации ползучести; A, n, m – параметры материала, зависящие от температуры T ; t – текущее время нагружения.

1.1.2 Модель Ю.Г. Коротких

Модель Ю. Г. Коротких [96, 97] основана на разделении деформации на "мгновенные" и "временные" компоненты:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^{cr}. \quad (1.1.10)$$

Поверхность текучести в пространстве девиаторных напряжений имеет вид

$$f(s_{ij}, a_{ij}, R) = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij})} - R = 0, \quad (1.1.11)$$

где a_{ij} – тензор микронапряжений (смещение центра поверхности текучести, отвечающее за кинематическое упрочнение); R – радиус поверхности текучести, характеризующий изотропное упрочнение.

Связь между напряжениями и деформациями в упругой области задается обобщенным законом Гука

$$\dot{\sigma}_{ij} = 3G(T)\dot{\varepsilon}'_{ij} + K(T)\dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij} - 3G(T)\alpha(T)\dot{T}\delta_{ij}, \quad (1.1.12)$$

где $G(T)$ – модуль сдвига; $K(T)$ – модуль объемного сжатия; $\alpha(T)$ – коэффициент линейного термического расширения; $\dot{T}$ – скорость изменения температуры; $\dot{\varepsilon}'_{ij}$ – девиатор тензора деформаций.

Эволюция радиуса поверхности текучести (изотропное упрочнение) описывается уравнением

$$\dot{R} = a_R(\lambda, T) \left(1 - \frac{R}{R_{st}}\right) + b_R(\lambda, T) - c_R(T), \quad (1.1.13)$$

где R_{st} – стационарное значение радиуса при данных условиях; a_R, b_R, c_R – параметры, определяющие скорость упрочнения, циклическое изменение и температурную зависимость соответственно; λ – длина траектории пластического деформирования.

Эволюция смещения центра поверхности (вектор анизотропного упрочнения) задается выражением типа Армстронга-Фредерика-Кадашевича

$$\dot{a}_{ij} = C(T)\dot{\varepsilon}_{ij}^p - \gamma(T)a_{ij}\dot{\varepsilon}^p + D(T)\dot{T}, \quad (1.1.14)$$

где $C(T)$ – модуль кинематического упрочнения; $\gamma(T)$ – параметр релаксации (затухания); $D(T)$ – температурный коэффициент восстановления.

Для описания ползучести используется поверхность ползучести

$$f_c(\sigma_{ij}, T) = \sigma_{eq} - k(T)\dot{\varepsilon}_{eq}^c = 0, \quad (1.1.15)$$

а скорость деформации ползучести определяется как

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (1.1.16)$$

где λ_c – множитель ползучести; $k(T)$ – коэффициент, зависящий от свойств материала; $\dot{\varepsilon}_{eq}^c$ – интенсивность тензора скоростей деформации ползучести.

1.1.3 Модель Ж -Л. Шабоса

Модель Ж-Л. Шабоса [154-159] базируется на концепции разделения полной деформации на упругую, неупругую и термическую составляющие

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{in} + \varepsilon_{ij}^{th}, \quad (1.1.17)$$

где $\varepsilon_{ij}^{in} = \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^c$ – неупругая деформация, включающая пластическую ε_{ij}^p и вязкую (ползучесть) ε_{ij}^c компоненты.

Условие пластического течения задается функцией поверхности

$$f(\sigma_{ij}, a_{ij}, R) = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij})} - R = 0 \quad (1.1.18)$$

аналогично модели Ю.Г. Коротких, где R – радиус поверхности текучести (изотропное упрочнение); a_{ij} – тензор микронапряжений (кинематическое упрочнение).

Тензор скоростей неупругих деформаций направлен по нормали к поверхности текучести

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (1.1.19)$$

где $\dot{\lambda}$ определяется из степенного закона вязкопластичности

$$\dot{\lambda} = A \langle f \rangle^n. \quad (1.1.20)$$

Здесь $\langle f \rangle = \max(f, 0)$ – скобки Маколея, гарантирующие активность пластического течения только при превышении предела текучести; A, n – материальные параметры.

Эволюция тензора микронапряжений описывается уравнением

$$\dot{a}_{ij} = C_1 \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} - \gamma_1 a_{ij} \dot{p} + D_1(t, T), \quad (1.1.21)$$

где C_1 – коэффициент линейного упрочнения; γ_1 – коэффициент восстановления (релаксации); $D_1(t, T)$ – слагаемое, учитывающее релаксацию, зависящую от времени и температуры.

Изотропное упрочнение задается эволюционным соотношением

$$\dot{R} = B_1 \left(1 - \frac{R}{R_{sat}} \right) \dot{p}, \quad (1.1.22)$$

где B_1 – модуль изотропного упрочнения; R_{sat} – насыщающее значение радиуса поверхности текучести; $\dot{p}$ – интенсивность скорости неупругой деформации.

1.1.4 Модель В.С. Бондаря

Модель В.С. Бондаря [6-8, 146] относится к моделям с комбинированным упрочнением. Основное уравнение разложения скоростей деформаций имеет вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{in}, \quad (1.1.23)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$ – скорость неупругой деформации, объединяющая эффекты пластичности, ползучести и длительных процессов.

Связь между упругими деформациями и напряжениями выражается обобщенным законом Гука

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{ij} - \nu(3\dot{\sigma}_0\delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij})] + \alpha_{ij}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (1.1.24)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ij}^{\varepsilon T} = & \alpha_T \delta_{ij} - \frac{1}{E^2} [\sigma_{ij} - \nu(3\sigma_0\delta_{ij} - \sigma_{ij})] \frac{dE}{dT} \\ & - \frac{1}{E} (3\sigma_0\delta_{ij} - \sigma_{ij}) \frac{d\nu}{dT}, \end{aligned} \quad (1.1.25)$$

где $E(T)$ – модуль Юнга, зависящий от температуры; $\nu(T)$ – коэффициент Пуассона; $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения; $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ – среднее напряжение; δ_{ij} – символ Кронекера.

Поверхность нагружения задается уравнением

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2} (s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - C^2 = 0, \quad (1.1.26)$$

где a_{ij} – тензор добавочных (остаточных) микронапряжений, определяющий смещение центра поверхности (кинематическое упрочнение); C – радиус поверхности нагружения (изотропное упрочнение).

Эволюция радиуса поверхности

$$\dot{C} = q_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{u*}^{in} + q_T \dot{T} - q_R, \quad (1.1.27)$$

где ε_{u*}^{in} – длина дуги траектории неупругой деформации (накопленная неупругая деформация); $\dot{\varepsilon}_{u*}^{in}$ – интенсивность скоростей неупругой деформации (скорость накопленной неупругой деформации); q_ε – механическое упрочнение; q_T – температурная чувствительность; q_R – параметр, описывающий снятие микронапряжений при отжиге.

Уравнение для тензора микронапряжений имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{a}_{ij} = & \frac{2}{3} g_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} + \left(\frac{2}{3} g_\varepsilon \varepsilon_{ij}^{in} + g_a a_{ij} \right) \dot{\varepsilon}_{u*}^{in} + \left(\frac{2}{3} g_\varepsilon^T \varepsilon_{ij}^{in} + g_a^T a_{ij} \right) \dot{T} \\ & - \left(\frac{2}{3} g_\varepsilon^R \varepsilon_{ij}^{in} + g_a^R a_{ij} \right), \end{aligned} \quad (1.1.28)$$

где g , g_ε , g_a , g_ε^T , g_a^T , g_ε^R , g_a^R – определяющие функции. Первые три слагаемых отвечают за процессы образования и снятия микронапряжений, два последующих – за неизотермический переход, а два последних – за снятие микронапряжений при отжиге.

Скорость неупругой деформации определяется ассоциированным законом

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3 s_{ij}^*}{2 \sigma_u^*} \dot{\varepsilon}_{u*}^{in}, \quad \sigma_u^* = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}^* s_{ij}^*}, \quad (1.1.29)$$

где σ_u^* – интенсивность активных напряжений.

Для описания повреждения вводится энергетическая модель

$$\dot{\omega} = \frac{a_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in}}{W} - g_\omega \omega, \quad (1.1.30)$$

$$\dot{W} = g_W^T \dot{T} - g_W W, \quad (1.1.31)$$

где ω – мера повреждения; W – энергия разрушения; g_ω , g_W^T , g_W – определяющие функции.

Разрушение наступает при достижении критического значения поврежденности $\omega = \omega_{cr} \approx 1$. Кинетические уравнения накопления повреждений

1.2 Варианты оценки и прогнозирования ресурса материала

1.2.1 Деформационный критерий Л.Б. Гецова

Из исследований [52-54] прогноз долговечности образцов и деталей осуществляется с помощью деформационного критерия

$$D_1 + D_2 + D_3 + D_4 = 1, \quad (1.2.1)$$

где

$$D_1 = \int_1^{N_p} \frac{(\Delta \varepsilon^p)^{k_0} dN}{C_1(D_2, D_3, D_4)}, \quad (1.2.2)$$

$$D_2 = \int_1^{N_p} \frac{(\Delta \varepsilon^c)^{n_0} dN}{C_2(D_1, D_3, D_4)}, \quad (1.2.3)$$

$$D_3 = \int_0^{\varepsilon_r^p} \frac{d\varepsilon^p}{\varepsilon_r^p}, \quad (1.2.4)$$

$$D_4 = \int_0^{\varepsilon_r^c} \frac{d\varepsilon^c}{\varepsilon_r^c(D_1, D_2, D_3)}, \quad (1.2.5)$$

применяемого к мягкому и жесткому циклическому нагружению материалов. На рисунке 1.2.1 показано сравнение результатов экспериментов и расчетов долговечности, выполненных в разные годы Л.Б. Гецовым и рядом соавторов.

Эксперименты проводились на образцах из конструкционных материалов и на модельных дисках газотурбинных установок. Результаты сравнительного анализа получены как для поликристаллических материалов (рисунок 1.3, а), так и для монокристаллических материалов (рисунок 1.3, б). Степень удаленности точек от диагонали ($N_{расч} = N_{эксп}$) указывает на отличие расчетной от экспериментальной долговечности. На графиках, обобщающих результаты многочисленных исследований, проведенных с разными материалами, температурой испытаний и числом циклов нагружения, видно удовлетворительное совпадение результатов экспериментов и расчета.

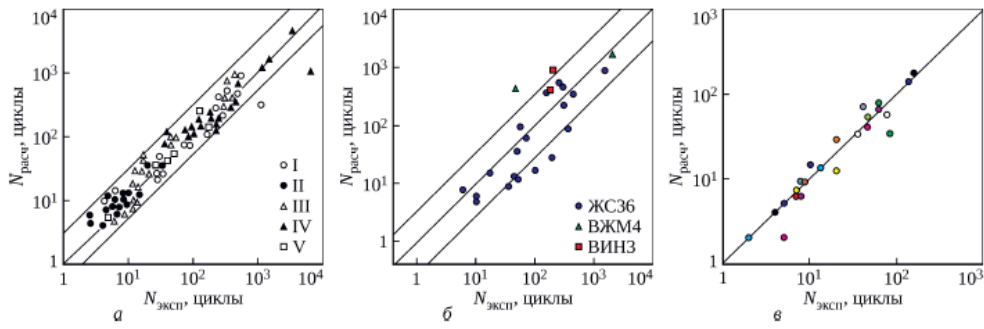


Рис 1.2.1. Сравнение расчетного числа циклов до образования магистральной трещины с использованием деформационного критерия (1.2.1) [52-54] с результатами экспериментов при термоциклическом нагружении:

а – образцы из поликристаллических сплавов; б – образцы из монокристаллических сплавов; в – модельные диски из различных материалов

В последней редакции четырехчленного деформационного критерия вводится условие достижения критической суммарной меры повреждений, описываемое соотношением

$$D = D_1(\Delta\varepsilon_{eq}^p) + D_2(\Delta\varepsilon_{eq}^c) + D_3(\varepsilon_{eq}^p) + D_4(\varepsilon_{eq}^c) = 1, \quad (1.2.6)$$

которое основывается на линейном суммировании повреждений, вызванных

– изменением пластической деформации в пределах цикла

$$D_1 = \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta\varepsilon_{epi}^p)^k}{C_1(T_i)} \quad (1.2.7)$$

– изменением деформаций ползучести в пределах цикла

$$D_2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta\varepsilon_{epi}^c)^m}{C_2(T_i)} \quad (1.2.8)$$

– односторонне накопленной пластической деформацией

$$D_3 = \max_{0 \leq t \leq t_{max}} \frac{\varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_r^p(T)}; \quad (1.2.9)$$

– односторонне накопленной деформацией ползучести

$$D_4 = \max_{0 \leq t \leq t_{max}} \frac{\varepsilon_{eq}^c}{\varepsilon_r^c(T)}, \quad (1.2.10)$$

где $C_1, C_2, k, m, \varepsilon_r^p$ и ε_r^c – параметры материала, зависящие от температуры. Обычно принимают соотношения $k = 2, m = 1,25, C_1 = (\varepsilon_r^p)^k, C_2 = (3\varepsilon_r^c/4)^m$ [40].

Наряду с простейшими оценками на основе предельных деформаций пластичности (ε_r^p) и ползучести (ε_r^c) при одноосном монотонном нагружении параметры C_1 и C_2 могут непосредственно определяться на основе данных опытов при термоциклическом нагружении с различными выдержками. Консервативная оценка обеспечивается при принятии в $C_1(T_i)$ минимальной температуры цикла.

В формулах (1.2.6)–(1.2.7) используется индекс i для номеров цикла, позволяющий учесть изменение величин во время испытания (эксплуатации). В формулах (1.2.8)–(1.2.9) в знаменателе приведены являющиеся материальными функциями значения предельных деформаций при одноосном нагружении и при ползучести соответственно.

Выбор вида эквивалентной деформации (ε_{eq}) определяется механизмом неупругого деформирования и наличием или отсутствием анизотропии свойств материала. Для поликристаллических материалов в предположении об изотропии свойств эквивалентные деформации в (1.2.6)–(1.2.9) определяются выражением интенсивности деформаций по Мизесу (евклидова норма в пространстве девиаторов деформации)

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{9}[(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2] + \frac{1}{3}(\gamma_{12}^2 + \gamma_{23}^2 + \gamma_{31}^2)}. \quad (1.2.11)$$

1.2.2 Кинетические уравнения накопления повреждений

Ю.Г. Коротких

Экспериментальный и теоретический анализ процессов поврежденности материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объеме материалов в следующем общем виде [49, 50]

$$\dot{\omega} = f_1(\theta)f_2(\beta)f_3(\omega)f_4(Z)\langle\dot{Z}\rangle, \quad (1.2.12)$$

где функция $f_1(\theta)$ описывает влияние кривизны траектории деформирования, $f_2(\beta)$ – вид (объемность) напряженного состояния, $f_3(\omega)$ – уровень накопленной

поврежденности, $f_4(Z)$ – накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов.

Конкретизация данного соотношения при усталости приводит к следующему виду уравнения накопления повреждений [49, 50]

$$\dot{\omega}_p = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} (1 - \omega_p)^{-r_p} \langle \dot{Z}_p \rangle, \quad (1.2.13)$$

где

$$Z_p = \frac{W_p - W_a}{W_p^f - W_a}, \quad (1.2.14)$$

$$\langle \dot{Z}_p \rangle = \frac{\langle \dot{W}_p \rangle}{(W_p^f - W_a)}, \quad (1.2.15)$$

$$\dot{W}_p = \rho_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (1.2.16)$$

$$f_p(\beta) = \exp(-k_p \beta). \quad (1.2.17)$$

Учитывая тот факт, что к настоящему времени не имеется достаточно надежных систематизированных экспериментальных данных, характеризующих ползучесть материалов вплоть до разрушения в необходимом диапазоне рабочих нагрузок и температур и значительный разброс экспериментальных данных, эволюционное уравнение при ползучести необходимо формулировать в наиболее "простой" форме [49, 50]:

$$\dot{\omega}_c = \frac{\alpha_c + 1}{r_c + 1} f_c(\beta) Z_c^{\alpha_c} (1 - \omega_c)^{-r_c} \langle \dot{Z}_c \rangle, \quad (1.2.18)$$

где

$$Z_c = \frac{W_c}{W_c^f}, \quad (1.2.19)$$

$$\langle \dot{Z}_c \rangle = \frac{\langle \dot{W}_c \rangle}{W_c^f}, \quad (1.2.20)$$

$$\dot{W}_c = \sigma'_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^c, \quad (1.2.21)$$

$$f_c(\beta) = \exp(-k_c \beta). \quad (1.2.22)$$

где ω_c и ω_p – величины поврежденности при ползучести и малоцикловой усталости соответственно; W_c^f и W_p^f – значения энергий, соответствующих образованию макроскопической трещины при ползучести и усталости соответственно; $f_m(\beta)$, $m = c, p$ – функция параметра объемности напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$; $W_p = \int_0^t \dot{W}_p dt$ и $W_c = \int_0^t \dot{W}_c dt$ – энергии, идущие на образование рассеянных усталостных повреждений при малоцикловой усталости и ползучести соответственно; W_a – значение W_p в конце фаз зарождения микродефектов при МЦУ; $k_c, k_p, k, \alpha_c, \alpha_p, r_c, r_p$ – материальные параметры, зависящие от температуры T .

Одним из основных вопросов при одновременном развитии процессов поврежденности при усталости и ползучести является описание их взаимодействия функциональной зависимости для ω

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}(\dot{\omega}_p, \dot{\omega}_c, \omega_p, \omega_c, \dots) \quad (1.2.23)$$

Наиболее простой является гипотеза аддитивности [13-15]

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_c. \quad (1.2.24)$$

Из самой сущности правила линейного суммирования повреждений от различных механизмов поврежденности следует, что оно справедливо лишь в том случае, когда зависимость развития поврежденности от приведенного срока службы для обоих процессов одинакова. Экспериментальные данные свидетельствуют, что процессы развития поврежденности для усталости ползучести имеют сильно нелинейный характер. Поврежденность при ползучести поддается измерению начиная с третьей стадии (третий участок кривой ползучести), в то время как поврежденность при усталости проявляется довольно поздно, и тем позднее, чем ниже напряжение цикла. Кроме того, геометрическая локализация микродефектов в результате ползучести и пластичности различна. Эти обстоятельства и определяют сильную нелинейность взаимодействия указанных процессов поврежденности.

Введение двухстадийности процесса накопления повреждений при малоцикловой усталости позволит при сохранении аддитивности суммирования

повреждений достоверно описывать накопленную поврежденность как при малоцикловой усталости в результате многоуровневого нагружения, так и при взаимодействии усталости и ползучести.

С учетом того факта, что суммирование повреждений при малоцикловой усталости начинается только после фазы зарождения ($W_p \geq W_a$), то соотношение (1.2.24) можно записать в виде

$$\dot{\omega} = H \left(\frac{W_p}{W_a} - 1 \right) \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_c, \quad (1.2.25)$$

где H – функция Хевисайда.

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величины поврежденности своего критического значения

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (1.2.26)$$

Если часть долговечности (ресурса) материала исчерпывается в результате усталости, а затем материал доводится до разрушения в результате ползучести, то возможно два случая:

- первая фаза при МЦУ завершена ($W_p \geq W_a; H = 1$), остаточный ресурс при ползучести уменьшается на величину поврежденности при усталости в стадии распространения.

- первая фаза при МЦУ не завершена ($H=0$), ресурс материала полностью определяется его длительной прочностью.

Если материал в начале подвергается процессу ползучести, а затем доводится до разрушения в результате малоцикловой усталости, то остаточная долговечность в фазе распространения при МЦУ уменьшается на величину поврежденности в стадии ползучести. Однако, прежде чем достичь фазы распространения при усталости, необходимо вначале реализовать фазу зарождения.

Если материал испытывает циклические деформации с выдержками различной длительности, то процессы накопления повреждений ω_p и ω_c протекают одновременно, однако, взаимодействие сдвигается во времени из-за

наличия фазы зарождения при МЦУ. Поврежденность ω_c , накопленная во время выдержек, уменьшает число циклов до разрушения по сравнению с "чистой" малоцикловой усталостью, что подтверждается экспериментально. Наличие влияния вида напряженного состояния обеспечивает различную скорость накопления повреждений при выдержках в полуциклах растяжения и сжатия.

1.2.3 Кинетические уравнения накопления повреждений В.С.

Бондаря

Для описания процесса накопления повреждений в модели В.С. Бондаря используется энергетический подход. В качестве энергии, расходуемой на создание повреждений в материале, принимается энергия, равная работе микронапряжений на поле неупругих деформаций. В процессе нагружения имеют место: накопление повреждений за счет работы микронапряжений, залечивание повреждений и охрупчивание материала. Залечивание и охрупчивание связаны с длительностью процесса нагружения. Кинетические уравнения накопления повреждений, залечивания и охрупчивания принимаются в следующем виде

$$\dot{\omega} = \frac{a_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^{in}}{W} - g_{\omega}\omega, \quad (1.2.27)$$

$$\dot{W} = g_W^T \dot{T} - g_W W. \quad (1.2.28)$$

Здесь ω – мера повреждения ($\omega \in [0,1]$); W – энергия разрушения.

$$g_{\omega} = \lambda, \quad (1.2.29)$$

$$g_W = \rho, \quad (1.2.30)$$

$$g_W^T = \frac{W}{W_0} \frac{dW_0}{dT}, \quad (1.2.31)$$

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma_{ii} \geq 0, \\ \exp(b_{\lambda}) |\sigma_{ii}|^{n_{\lambda}}, & \text{если } \sigma_{ii} < 0, \end{cases} \quad (1.2.32)$$

$$\rho = \exp(b_{\rho}) (\sigma_u)^{n_{\rho}}, \quad (1.2.33)$$

где g_{ω} , g_W^T , g_W – функции, подлежащие экспериментальному определению; W_0 – начальная энергия разрушения.

Первое слагаемое в уравнении (1.2.27) описывает процесс накопления повреждений за счет работы микронапряжений на поле неупругих деформаций. Второе слагаемое в уравнении (1.2.27) описывает процесс заживления повреждений, интенсивность которого зависит от уровня повреждения, а также от уровня и характера напряженного состояния. Первое слагаемое в уравнении (1.2.28) обеспечивает неизотермический переход. Второе слагаемое в уравнении (1.2.28) описывает изменение энергии разрушения (начальная энергия разрушения равна W_0 и определяется при пластическом деформировании) за счет процесса охрупчивания материала, интенсивность которого зависит от текущего значения энергии разрушения и уровня напряженного состояния.

Критерием разрушения материала будет достижение повреждением предельного значения, обычно принимаемого равным или близким к единице.

1.3 Анализ вариантов моделей термовязкопластичности

1.3.1 Вариант модели, применяемый в программном комплексе Abaqus

В данном варианте неупругая деформация условно разделена на пластическую и вязкую (ползучесть) и не учитывает их взаимное влияние. Для пластического деформирования используется достаточно современный вариант теории течения при комбинированном упрочнении с достаточно простыми эволюционными уравнениями для микронапряжений (принцип суммирования Новожилова-Шабоща, эволюционные уравнения на основе уравнений Армстронга-Фредерика-Кадашевича). Для вязкого деформирования (ползучесть) используется простейшая модель ползучести на основе степенного закона.

Данный вариант не способен адекватно описать многие особенности термовязкопластического деформирования конструкционных сталей и сплавов при повторных нагружениях в условиях длительных термомеханических воздействий, а механизм определения ресурса в данной модели отсутствует.

1.3.2 Вариант модели, основанный на модели Ю. Г. Коротких

В этом варианте неупругая деформация условно разделена на "мгновенную" (пластичность) и "временную" (ползучесть) без учета их взаимного влияния. Для разделения процессов монотонного и циклического нагружений в пространстве микронапряжений вводится поверхность циклической памяти. В работах [10, 11] показано, что вводимая таким образом поверхность памяти не соответствует действительным процессам эволюции поверхности памяти. При пластическом деформировании используется теория течения при комбинированном упрочнении с простейшим аналогом эволюционного уравнения для микронапряжений Армстронга-Фредерика-Кадашевича. В работах [11-15] показано, что данный вариант теории неудовлетворительно описывает процессы сложного нагружения, а также процессы посадки и вышагивания петли циклического гистерезиса при несимметричных циклических нагружениях. Для определения деформаций ползучести используется модель изотропной ползучести при степенном законе упрочнения. Данный вариант не позволяет адекватно описывать процессы деформирования при сложных циклических нагружениях. Помимо этого, не учитываются процессы отдыха и отжига при выдержках в условиях высоких температур и влияние повреждения на процессы деформирования.

1.3.3 Вариант модели Ж. Шабаша

В данном варианте деформации разделяются на упругие и неупругие, то есть этот вариант можно отнести к теории неупругости. Для неупругих деформаций применяется теория течения при комбинированном упрочнении. Скорость накоплений неупругой деформации определяется на основе степенного закона. Микронапряжения раскладываются на сумму независимых микронапряжений (гипотеза суммирования микронапряжений Новожилова-Шабаша). Для каждого микронапряжения вводится свое эволюционное уравнение (аналог уравнения Армстронга-Фредерика-Кадашевича), обобщенное на неизотермическое нагружение и процессы восстановления (рекристаллизации) микронапряжений, зависящих от времени.

Для изотропного упрочнения (радиус поверхности нагружения) вводятся также эволюционное уравнение, в котором кроме упрочнения имеет место разупрочнение, зависящее от времени, и обобщение на неизотермическое нагружение. Данный вариант удовлетворительно описывает [17-14] процессы сложного нагружения и циклического с эффектами посадки и вышагивания петель пластического гистерезиса. Однако в модели нет поверхности памяти и, соответственно, нет возможности описать особенности и различия процессов монотонных и циклических нагружений при нестационарных несимметричных нагружениях. Отсутствуют уравнения накопления повреждений и влияние повреждений на процесс неупругого деформирования.

1.3.4 Вариант модели В. С. Бондаря

Данный вариант относится к теории неупругости при комбинированном упрочнении. Тензор скоростей неупругой деформации определяется градиентальными законом течения. Изотропное упрочнение (радиус поверхности нагружения) определяется на основе эволюционного уравнения, где кроме упрочнения учитывается разупрочнение, зависящее от времени, также обеспечивается неизотермический переход. Тензор микронапряжений определяется на основе эволюционного уравнения с трехчленной структурой, обобщенной на неизотермические нагружения и процессы восстановления (рекристаллизация) микронапряжений, зависящих от времени. Эволюционные уравнения для радиуса и тензора микронапряжений зависят от повреждений.

Данный вариант модели неупругости прошел апробацию на широком спектре конструкционных сталей и сплавов, и программ экспериментальных исследований в условиях повторности и длительности воздействия термомеханических нагрузок.

1.4 Анализ вариантов оценки и прогнозирования ресурса

1.4.1 Деформационный критерий Л.Б. Гецова

В четырехчленном деформационном критерии [52-54] применяется правило линейного суммирования повреждений за счет пластической деформации в пределах цикла, деформации ползучести в пределах цикла, одностороннее

накопление пластической деформации и одностороннее накопление деформации ползучести. Для применения этого критерия необходимо иметь достаточно достоверную модель термовязкопластичности, а также рассматривать только простые изотермические процессы нагружения.

1.4.2 Кинетические уравнения накопления повреждений Ю.Г. Коротких

Кинетические уравнения накопления повреждений построены на энергетическом принципе: при пластическом деформировании используется работа микронапряжений на поле пластических деформаций, а при ползучести – работа напряжений на поле деформаций ползучести. Кинетические уравнения описывают нелинейный процесс накопления повреждений, а для определения суммарного повреждения используется правило линейного суммирования повреждений. Процессы охрупчивания и залечивания повреждения здесь не учитываются.

1.4.3 Кинетические уравнения накопления повреждений В.С. Бондаря

Для описания процесса накопления повреждений используется энергетический подход. В качестве энергии, расходуемой на создание повреждений в материале, принимается энергия, равная работе микронапряжений на поле неупругих деформаций. В процессе нагружения имеет место: накопление повреждений за счет работы микронапряжений на поле неупругих деформаций, залечивание повреждений и охрупчивание материала. Залечивание и охрупчивание связаны с длительностью процесса нагружения. Критерием разрушения материала будет достижение повреждением предельного значения, обычно принимаемого равным единице или близким к единице.

Таким образом модель термовязкопластичности В.С. Бондаря и связанные с ней кинетические уравнения накопления повреждений по своим свойствам и возможностям, а также четкости базового эксперимента и метода определения материальных функций превосходит другие варианты моделей термовязкопластичности.

2 МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОВЯЗКОПЛАСТИЧНОСТИ

2.1 Основные положения и уравнения модели

Для проведения практических расчетов на основе модели неупругости В.С. Бондаря [6-8] разработана модифицированная модель термовязкопластичности. Данная модель предназначена для описания совокупности процессов и эффектов, возникающих в материале в условиях термовязкопластического деформирования. В частности, она позволяет учитывать неупругое деформирование материала при пропорциональных и сложных режимах нагружения, как монотонных, так и циклических, включая эффект Баушингера, процессы циклического упрочнения и разупрочнения, посадку и вышагивание петли упругопластического гистерезиса, а также особенности перехода от циклического нагружения к монотонному и обратно. Кроме того, модель описывает вязкое деформирование при пропорциональном и сложном нагружении с учетом процессов ползучести и релаксации напряжений на различных стадиях реологического поведения материала. В модели учитываются неизотермические эффекты, приводящие к изменению параметров упруговязкопластического деформирования при вариации температуры, а также определяется накопление повреждений в условиях неизотермического термовязкопластического нагружения.

Далее излагаются основные соотношения и положения разработанной модели термовязкопластичности. Тензор скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ представляется в виде суммы скоростей упругой $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$, неупругой $\dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$ и температурной $\dot{\varepsilon}^{th}$ деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} + \dot{\varepsilon}^{th} \delta_{ij}, \quad (2.1.1)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$).

Следует подчеркнуть, что в рамках данной модели неупругая деформация не разделяется на пластическую деформацию и деформацию ползучести.

Тензоры деформаций ε_{ij} и напряжений σ_{ij} представляются в виде суммы девиаторной и шаровой составляющих

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \delta_{ij}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}, \quad (2.1.2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_{ii}}{3}; \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_{ii}}{3}, \quad (2.1.3)$$

где s_{ij}, e_{ij} – девиаторы напряжений и деформаций, σ_0, ε_0 – средние значения напряжений и деформаций.

При этом предполагается, что неупругое деформирование не сопровождается изменением объема

$$e_{ij} = e_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{in}, \quad (2.1.4)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0^e + \varepsilon^{th}. \quad (2.1.5)$$

Здесь e_{ij}^e – девиатор упругой деформации, ε_0^e – средняя упругая деформация.

Связь между упругими деформациями и напряжениями определяется обобщенным законом Гука

$$s_{ij} = 2G e_{ij}^e, \quad (2.1.6)$$

$$\sigma_0 = 3K \varepsilon_0^e \quad (2.1.7)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}; \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}, \quad (2.1.8)$$

где E – модуль Юнга, G – модуль сдвига, K – модуль объемного сжатия, ν – коэффициент Пуассона.

Температурная составляющая деформации описывается законом линейного теплового расширения

$$\varepsilon^{th} = \alpha(T - T_R), \quad (2.1.9)$$

где α – коэффициент теплового линейного расширения, T_R – базовая температура материала.

Для ограничения области упругого деформирования в пространстве компонент тензора напряжений вводится поверхность нагружения. В процессе неупругого деформирования эта поверхность может изотропно расширяться или сужаться, а также смещаться в девиаторном пространстве напряжений таким

образом, чтобы точка, характеризующая текущее состояние нагружения, оставалась на поверхности. Уравнение поверхности нагружения имеет вид

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2}(s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - C^2 = 0. \quad (2.1.10)$$

Здесь s_{ij} $s_{ij}^* = s_{ij} - a_{ij}$ – девиатор активных напряжений; тензор a_{ij} (добавочных напряжений, остаточных микронапряжений) характеризует смещение поверхности нагружения в девиаторном пространстве напряжений, то есть направленное (анизотропное) упрочнение. Скаляр C характеризует размер (радиус) поверхности нагружения и отражает изотропное упрочнение. Тензор a_{ij} и скаляр C являются функционалами процесса нагружения.

Изменение размера поверхности нагружения в процессе деформирования описывается эволюционными уравнениями

$$\dot{C} = q_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{u*}^{in} + q_T \dot{T} - q_R, \quad (2.1.11)$$

$$\dot{\varepsilon}_{u*}^{in} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in}}. \quad (2.1.12)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{u*}^{in}$ – интенсивность скоростей неупругой деформации (скорость накопленной неупругой деформации); q_ε, q_T, q_R – определяющие функции, которые выражаются через материальные, определяемые экспериментально.

Первое слагаемое в уравнении (2.1.11) описывает механическое упрочнение. При циклическом нагружении размер поверхности нагружения определяется величиной накопленной неупругой деформации и температурой $C = C_p(\varepsilon_{u*}^{in}, T)$. Начальное значение размера поверхности соответствует значению функции C_p при $\varepsilon_{u*}^{in} = 0$. По знаку q_ε при циклическом деформировании определяются упрочняющиеся ($q_\varepsilon > 0$), стабильные ($q_\varepsilon = 0$) и разупрочняющиеся ($q_\varepsilon < 0$) материалы. В условиях монотонного деформирования размер поверхности возрастает пропорционально накопленной неупругой деформации, а в процессе дальнейшего нагружения происходит восстановление размера поверхности до значения C_p . Тогда функция q_ε , определяющая изотропное упрочнение, описывается уравнениями

$$q_\varepsilon = \begin{cases} \frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u*}^{in}} - K_C \left(\frac{C - C_p}{C_p} \right) & \text{– циклическое нагружение,} \\ \frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u*}^{in}} + M_C & \text{– монотонное нагружение,} \end{cases} \quad (2.1.13)$$

где K_C и M_C – материальные функции, определяющие модули изотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении соответственно.

Второе слагаемое уравнения (2.1.11) обеспечивает неизотермический переход, при котором сохраняется постоянным отношение текущего размера поверхности нагружения C к его значению при циклическом деформировании C_p

$$q_T = \frac{C}{C_p} \frac{\partial C_p}{\partial T}. \quad (2.1.14)$$

Параметр q_R уравнения (2.1.11) отвечает за возврат механических свойств при отдыхе или отжиге в случае монотонного деформирования.

$$q_R = \begin{cases} q_\varepsilon P_C, & q_\varepsilon > 0 \\ 0, & q_\varepsilon \leq 0 \end{cases} \quad (2.1.15)$$

$$P_C = \exp(b_C) (C - \sigma_{-1})^{n_C} (1 - \omega)^{-m_\omega}, \quad (2.1.16)$$

$$\dot{\sigma}_{-1} = \begin{cases} \frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u*}^{in}} \varepsilon_{u*}^{in} + \frac{\partial C_p}{\partial T} \dot{T} & \text{– циклическое нагружение,} \\ 0 & \text{– монотонное нагружение} \end{cases}, \quad (2.1.17)$$

где b_C , n_C и m_ω – материальные функции, σ_{-1} – предел ползучести, $\omega \in [0; 1)$ – мера повреждения.

Смещение поверхности нагружения описывается в рамках модели Новожилова-Шабоса [48, 146], согласно которой полное смещение представляется суммой двух компонент микронапряжений

$$a_{ij} = a_{ij}^{(1)} + a_{ij}^{(2)}. \quad (2.1.18)$$

Для каждой из компонент принимается эволюционное уравнение, аналогичное уравнению Армстронга-Фредерика-Кадашевича, обобщенное на неизотермическое нагружение и процессы снятия микронапряжений при отдыхе или отжиге

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \varepsilon_{ij}^{in} + g_a^{(m)} a_{ij}^{(m)} \varepsilon_{u*}^{in} + g_T^{(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{T} - g_R^{(m)} a_{ij}^{(m)}, \quad (2.1.19)$$

где $m = 1, 2$. Здесь $g^{(m)}, g_a^{(m)}, g_T^{(m)}, g_R^{(m)}$ – определяющие функции, которые выражаются через материальные, определяемые экспериментально.

Первые два слагаемых уравнения (2.1.19) описывают формирование и релаксацию микронапряжений при неупругом деформировании, третье слагаемое учитывает неизотермический переход, а четвертое – процессы восстановления при отдыхе или отжиге.

При монотонном нагружении микронапряжения первого типа отвечают за линейное анизотропное упрочнение, при котором компоненты скорости микронапряжений пропорциональны компонентам скорости неупругих деформаций. Эффект посадки петли упругопластического гистерезиса при жестком несимметричном циклическом нагружении моделируется за счет уменьшения модуля анизотропного упрочнения первого типа E_a . Для корректного описания этого эффекта требуется пропорциональность компонент тензора микронапряжений первого типа компонентам тензора неупругих деформаций. Тогда, определяющие функции $g^{(1)}, g_a^{(1)}$ уравнения (2.1.19) связаны с модулем анизотропного упрочнения 1 типа E_a следующим образом

$$g^{(1)} = E_a, \quad (2.1.20)$$

$$g_a^{(1)} = \begin{cases} \frac{1}{E_a} \frac{\partial E_a}{\partial \varepsilon_{u*}^{in}} & \text{– циклическое нагружение,} \\ 0 & \text{– монотонное нагружение.} \end{cases} \quad (2.1.21)$$

При неизотермическом переходе предполагается сохранение постоянного отношения модуля анизотропного упрочнения первого типа к его начальному значению, в результате чего эволюционное уравнение для данного модуля принимает вид

$$\dot{E}_a = \begin{cases} -K_E \left(\frac{E_a}{E_{a0}} \right)^{n_E} \varepsilon_{u*}^{in} + \frac{E_a}{E_{a0}} \frac{d}{dT} \dot{T} & \text{– циклическое нагружение,} \\ M_E \left(\frac{E_{a0} - E_a}{E_{a0}} \right) \varepsilon_{u*}^{in} + \frac{E_a}{E_{a0}} \frac{dE_{a0}}{dT} \dot{T} & \text{– монотонное нагружение,} \end{cases} \quad (2.1.22)$$

где E_{a0} – материальная функция, определяющая начальное значение модуля анизотропного упрочнения 1 типа; K_E, M_E, n_E – материальные функции, определяющие процесс посадки и вышагивания.

Определяющие функции микронапряжений 2 типа $g^{(2)}$ и $g_a^{(2)}$ выражаются через материальные следующим образом

$$g^{(2)} = \beta \sigma_a, \quad (2.1.23)$$

$$g_a^{(2)} = -\beta. \quad (2.1.24)$$

Здесь параметры σ_a и β определяют соответственно предельное значение микронапряжений второго типа и интенсивность их формирования.

Для определения функции $g_T^{(1)}$, отвечающей за неизотермический переход, принимается условие постоянства отношения интенсивности микронапряжений первого типа к их начальному модулю

$$g_T^{(1)} = \frac{1}{E_{a0}} \frac{dE_{a0}}{dT}. \quad (2.1.25)$$

Функция $g_T^{(2)}$ определяется таким образом, чтобы при изменении температуры сохранялось отношение компонент микронапряжений второго типа к их предельному значению

$$g_T^{(2)} = \frac{1}{\sigma_a} \frac{d\sigma_a}{dT}. \quad (2.1.26)$$

Функции $g_R^{(m)}$ уравнения (2.1.19) отвечает за возврат микронапряжений при отдыхе или отжиге:

$$g_R^{(m)} = \left(\frac{g^{(1)} + g^{(2)}}{a_u^{(m)}} + g_a^{(m)} \right) P_a \quad (2.1.27)$$

$$P_a = \exp(b_a) (a_u)^{n_a} (1 - \omega)^{-m_\omega}, \quad (2.1.28)$$

$$a_u = \sqrt{\frac{3}{2} a_{ij} a_{ij}}. \quad (2.1.29)$$

Здесь a_u – интенсивность микронапряжений, b_a и n_a – материальные функции.

Зависимость определяющих функций $q_R, g_R^{(m)}$ в уравнениях (2.1.11) и (2.1.19) от повреждения позволяет описывать процессы разупрочнения материала

перед разрушением, в том числе снижение уровня напряжений при жестком циклическом нагружении и третью стадию ползучести.

Направление неупругого деформирования определяют на основе ассоциированного с поверхностью нагружения закона течения (градиентального закона течения) следующим образом

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \sqrt{\frac{3}{2}} n_{ij} \dot{\varepsilon}_{u*}^{in}, \quad (2.1.30)$$

$$n_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*}} \quad (2.1.31)$$

$$\sigma_u^* = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}^* s_{ij}^*}. \quad (2.1.32)$$

Здесь n_{ij} – тензор, определяющий направление неупругого деформирования, σ_u^* – интенсивность активных напряжений.

Для разделения режимов монотонного и циклического деформирования в пространстве тензора неупругих деформаций вводится поверхность памяти, уравнение которой записывается в виде

$$F(\varepsilon_{ij}^{in}) = \frac{2}{3} (\varepsilon_{ij}^{in} - \xi_{ij})(\varepsilon_{ij}^{in} - \xi_{ij}) - C_\varepsilon^2 = 0. \quad (2.1.33)$$

Здесь C_ε – размер (радиус) поверхности памяти, ξ_{ij} – тензор смещения центра поверхности памяти.

При монотонном нагружении размер поверхности памяти увеличивается так, чтобы траектория неупругих деформаций всегда находилась внутри нее. Скорость изменения размера поверхности памяти описывается уравнениями:

$$\dot{C}_\varepsilon = \eta^* (n_{ij} n_{ij}^*) \dot{\varepsilon}_{u*}^{in}, \quad (2.1.34)$$

$$\dot{\xi}_{ij} = (1 - \eta^*) \sqrt{\frac{3}{2}} (n_{ij} n_{ij}^*) n_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{u*}^{in}, \quad (2.1.35)$$

$$n_{ij}^* = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\varepsilon_{ij}^{in} - \xi_{ij}}{C_\varepsilon}}. \quad (2.1.36)$$

Здесь тензор n_{ij}^* определяет нормаль к поверхности памяти; функция η^* определяет соотношение между изменением размера поверхности памяти и его смещением.

При $\eta^* = 0$ поверхность памяти смещается при сохранении своего размера, при $\eta^* = 1$ – увеличивает размер без смещения. При циклическом нагружении размер поверхности памяти остается неизменным.

Такая формулировка поверхности памяти позволяет описывать эффекты посадки и вышагивания петли упругопластического гистерезиса, а также увеличение размаха напряжений после монотонного нагружения, оставаясь при этом достаточно простой для численной реализации и идентификации параметров.

Для моделирования накопления повреждений используется энергетический подход. Кинетическое уравнение накопления повреждений основывается на работе микронапряжений второго типа $a_{ij}^{(2)}$ на поле неупругих деформаций. В процессе нагружения учитываются процессы накопления повреждений, их залечивания и охрупчивания, связанные с длительностью нагружения. Соответствующие кинетические уравнения принимаются в виде

$$\dot{\omega} = \alpha_{\omega} \omega^{\frac{\alpha_{\omega}-1}{\alpha_{\omega}}} \frac{a_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{in}}{W} - g_{\omega} \omega, \quad (2.1.37)$$

$$\alpha_{\omega} = \frac{\sigma_a}{a_u^{(2)}}, \quad g_{\omega} = \lambda_{\omega}, \quad (2.1.38)$$

$$\lambda_{\omega} = \begin{cases} 0 & \text{при } \sigma_{ii} \geq 0, \\ \exp(b_{\lambda}) |\sigma_{ii}|^{n_{\lambda}} & \text{при } \sigma_{ii} < 0, \end{cases} \quad (2.1.39)$$

Здесь ω – мера повреждения; α_{ω} – функция, описывающая нелинейность процесса накопления повреждений; W – энергия разрушения; b_{λ} и n_{λ} – материальные функции, определяющие скорость залечивания материала.

Процесс охрупчивания описывается через эволюцию энергии разрушения

$$\dot{W} = g_W^T \dot{T} - g_W W, \quad (2.1.40)$$

$$g_W = \rho, \quad (2.1.41)$$

$$g_W^T = \frac{W}{W_0} \frac{dW_0}{dT}, \quad (2.1.42)$$

$$\rho = \exp(b_\rho)(\sigma_u)^{n_\rho}, \quad (2.1.43)$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}, \quad (2.1.44)$$

где W_0 – начальная энергия разрушения, σ_u – интенсивность напряжений, b_ρ и n_ρ – материальные функции.

Критерием разрушения является достижение повреждением ω значения единицы.

Модель термовязкопластичности замыкается набором материальных функций, определяемых экспериментально:

1. $E(T)$; $\nu(T)$ – упругие параметры;
2. $\alpha(T)$; T_R – коэффициент температурного линейного расширения и базовая температура;
3. $C_p(T, \varepsilon_{u*}^{in})$ – функция изотропного упрочнения при циклическом деформировании;
4. $K_C(T)$; $M_C(T)$ – модули изотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении;
5. $b_C(T)$; $n_C(T)$ – параметры изотропной ползучести;
6. $E_{a0}(T)$; $\sigma_a(T)$; $\beta(T)$ – модули анизотропного упрочнения;
7. $K_E(T)$; $n_E(T)$; $M_E(T)$ – модули анизотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении;
8. $b_a(T)$; $n_a(T)$ – параметры анизотропной ползучести;
9. $C_{\varepsilon 0}(T)$ – начальное значение размера поверхности памяти;
10. $\eta^*(T)$ – соотношение между изменением размера поверхности памяти и его смещением;
11. $m_\omega(T)$ – параметр разупрочнения при ползучести;
12. $b_\lambda(T)$; $n_\lambda(T)$ – параметры залечивания;
13. $b_\rho(T)$; $n_\rho(T)$ – параметры охрупчивания;
14. $W_0(T)$ – начальная энергия разрушения.

2.2 Базовый эксперимент и метод определения материальных функций

Для определения материальных функций модели термовязкопластичности разработаны базовый эксперимент и метод идентификации. Процесс идентификации материальных функций основан на результатах экспериментов по растяжению-сжатию и ползучести одноосных образцов при постоянной температуре. По набору материальных параметров для требуемого диапазона температур определяются, необходимые для проведения расчетов, материальные функции. Далее приводится описание базовых экспериментов и метода определения материальных параметров, требуемых для моделирования процессов упругопластического и вязкого деформирования на примере стали 12X18H10T при температуре 600 °С.

2.2.1 Упругопластическое деформирование

Материальные функции, определяющие поведение материала в условиях упругопластического деформирования при одноосном напряженном состоянии, определяются по результатам экспериментов при циклическом растяжении-сжатии образцов для различных уровней температуры. Скорость деформирования должна находиться в интервале $10^{-2} \div 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, т.е. деформирование должно проходить без влияния реологических и динамических эффектов.

Базовый эксперимент для определения упругопластических параметров должен включать в себя следующий набор данных:

- упругие параметры, которые определяются традиционными методами;
- участок диаграммы монотонного деформирования после предварительного циклического нагружения до деформации 0.05 или более;
- достигаемые размахи напряжения при жестком циклическом деформировании до разрушения материала;
- процессы посадки и восстановления размаха петли упругопластического гистерезиса после монотонного нагружения.

Наиболее простым вариантом получения таких зависимостей является проведение следующего базового эксперимента, состоящего из трех этапов нагружения:

- 1 этап – циклическое нагружение при размахе деформации $\Delta\varepsilon_1 = 0.01 \dots 0.015$ и среднем значении деформации $\varepsilon_{m,1} = 0$ (симметричный цикл) или $\varepsilon_{m,1} = 0,5\Delta\varepsilon_1$ (отнулевой цикл) число циклов $N_1 = 20 \dots 50$. Число циклов зависит от циклического упрочнения материала. Необходимо чтобы в конце этапа изменение размаха напряжений от цикла к циклу не превышало 1%;

- 2 этап – монотонное растяжение до $\varepsilon_2 = 0.05 \dots 0.1$ (значение деформации зависит от пластичности материала ($\varepsilon_2 \approx 0,2\varepsilon_B$, где ε_B – деформация в момент достижения временного сопротивления разрыву при растяжении));

- 3 этап – циклическое нагружение при среднем значении деформации цикла равном деформации, достигнутой на втором этапе ε_2 , и размахе $\Delta\varepsilon_3 = 0.01 \dots 0.015$, до разрушения.

Данный базовый эксперимент позволяет определить следующие материальные параметры:

- упругие параметры E, ν ;
- параметры анизотропного упрочнения E_{a0}, σ_a, β ;
- модули анизотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении K_E, n_E, M_E ;
- модули изотропного упрочнения (разупрочнения) при циклическом и монотонном нагружении K_C, M_C ;
- функцию циклического изотропного упрочнения $C_p(\varepsilon_u^{in*})$;
- энергию разрушения W_0 .

Алгоритм идентификации материальных параметров для каждого значения температуры можно условно разделить на восемь этапов.

1) Определение параметров анизотропного упрочнения σ_a, β и суммы модулей анизотропного и изотропного упрочнений ($E_{a0} + M_c$)

Для их определения используется диаграмма растяжения на этапе 2. Из полной деформации вычитается упругая, полученная кривая перестраивается в координатах изменение напряжения $\Delta\sigma_2$ и изменение неупругой деформации $\Delta\varepsilon_2^{in}$ на втором этапе

$$\Delta\varepsilon_2^{in} = \Delta\varepsilon_2 - \frac{\Delta\sigma_2}{E}, \quad (2.2.1)$$

где $\Delta\varepsilon_2$ – изменение деформации на втором этапе.

Затем из этой кривой исключается упругий участок (рисунок 2.2.1). Граница упругого деформирования (начало отклонения от вертикали) определяется по заданному допуску на неупругую деформацию не более 0.0002.

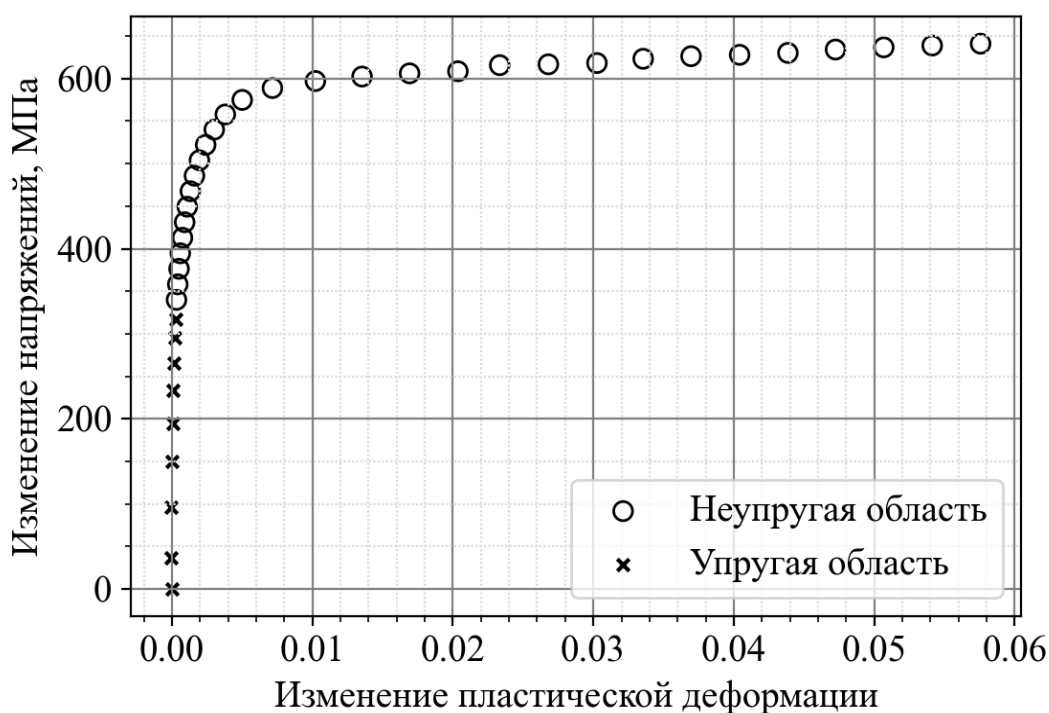


Рисунок 2.2.1 – Изменение микронапряжений на втором этапе

Построенная зависимость аппроксимируется следующим уравнением

$$\sigma_2 = 2\sigma_a \frac{1 - \exp(-\beta\varepsilon_2^{in})}{1 + \exp(-\beta\varepsilon_2^{in})} + (E_{a0} + M_c)\varepsilon_2^{in} + 2C_{p,2}. \quad (2.2.2)$$

По результатам аппроксимации определяются параметры анизотропного упрочнения σ_a , β и сумма модулей анизотропного и изотропного упрочнений ($E_{a0} + M_C$). Также определяется значение размера поверхности нагружения $C_{p,2}$ при достигнутом за первый этап значении накопленной неупругой деформации, однако это значение в дальнейшем не используется, а функция изотропного упрочнения будет определена далее по всему процессу деформирования. Пример определения параметров σ_a , β для стали 12X18H10T при 600 °С приведен на рисунке 2.2.2.

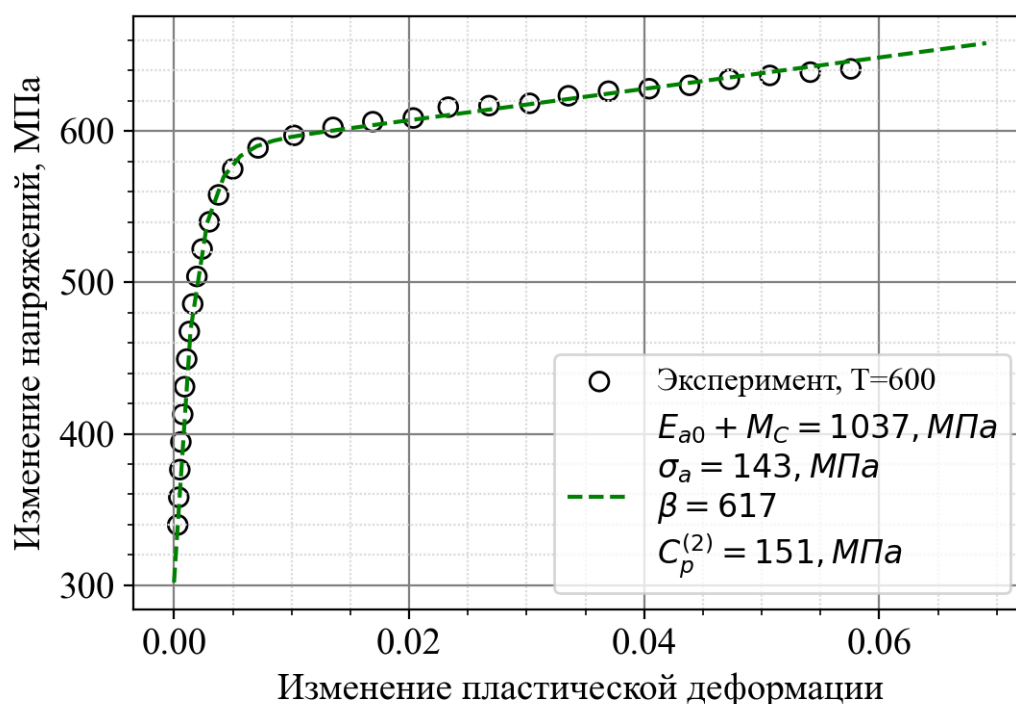


Рисунок 2.2.2 – Определение параметров σ_a , β и ($E_{a0} + M_C$)

2) Определение функции размера поверхности нагружения $C(\varepsilon_u^{in})$

Далее определяется функция размера поверхности нагружения от накопленной неупругой деформации на этапах 1 и 3. Функция определяется следующим образом: для каждого этапа нагружения строятся экспериментальные зависимости размаха напряжения и неупругой деформации от номера цикла $\Delta\sigma(N)$, $\Delta\varepsilon^{in}(N)$ (рисунок 2.2.3).

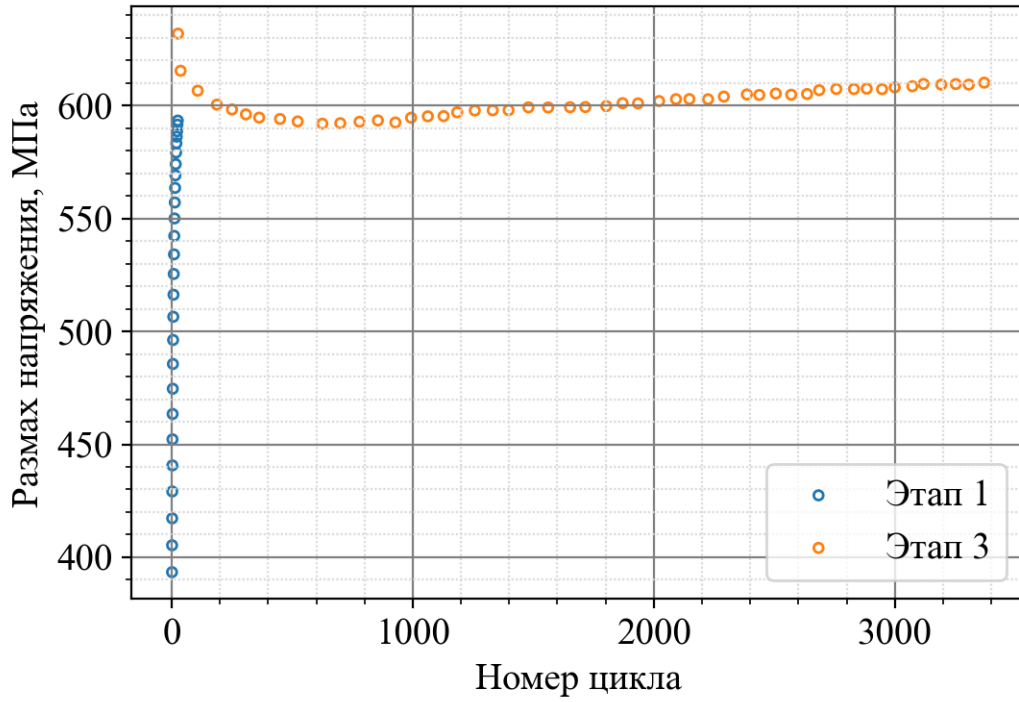


Рисунок 2.2.3 - Размах напряжения от номера цикла

Далее, для каждого цикла вычисляется значение накопленной неупругой деформации. Неупругая деформация, накопленная на втором этапе ε_2^{in} прибавляется к значению накопленной неупругой деформации в цикле, с которого начинается третий этап.

$$\varepsilon_{u*(N)}^{in} = \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot \Delta\varepsilon_{(N)}^{in}, & N = 1; \\ \varepsilon_{u*(N-1)}^{in} + \varepsilon_2^{in} + 2 \cdot \Delta\varepsilon_{(N)}^{in} & N = N^{(1)} + 1; \\ \varepsilon_{u*(N-1)}^{in} + 2 \cdot \Delta\varepsilon_{(N)}^{in}, & N > 1 \cap N \neq N^{(1)} + 1, \end{cases} \quad (2.2.3)$$

где $\Delta\varepsilon_{(N)}^{in}$ – размах неупругой деформации в N цикле нагружения.

По значениям размаха неупругой деформации определяется размах микронапряжений второго типа $\Delta A_{(N)}^{(2)}$ в каждом цикле нагружения

$$\Delta A_{(N)}^{(2)} = 2 \cdot \sigma_a \frac{1 - \exp(-\beta \Delta\varepsilon_{(N)}^{in})}{1 + \exp(-\beta \Delta\varepsilon_{(N)}^{in})}, \quad (2.2.4)$$

Далее, пренебрегая размахом микронапряжений первого типа, строиться функция размера поверхности нагружения от накопленной неупругой деформации (рисунок 2.2.4)

$$C_{(N)} = \frac{1}{2} \left(\Delta\sigma_{(N)} - \Delta A_{(N)}^{(2)} \right), \quad (2.2.5)$$

где $\Delta\sigma_{(N)}$ – размах напряжения в N –ом цикле нагружения.

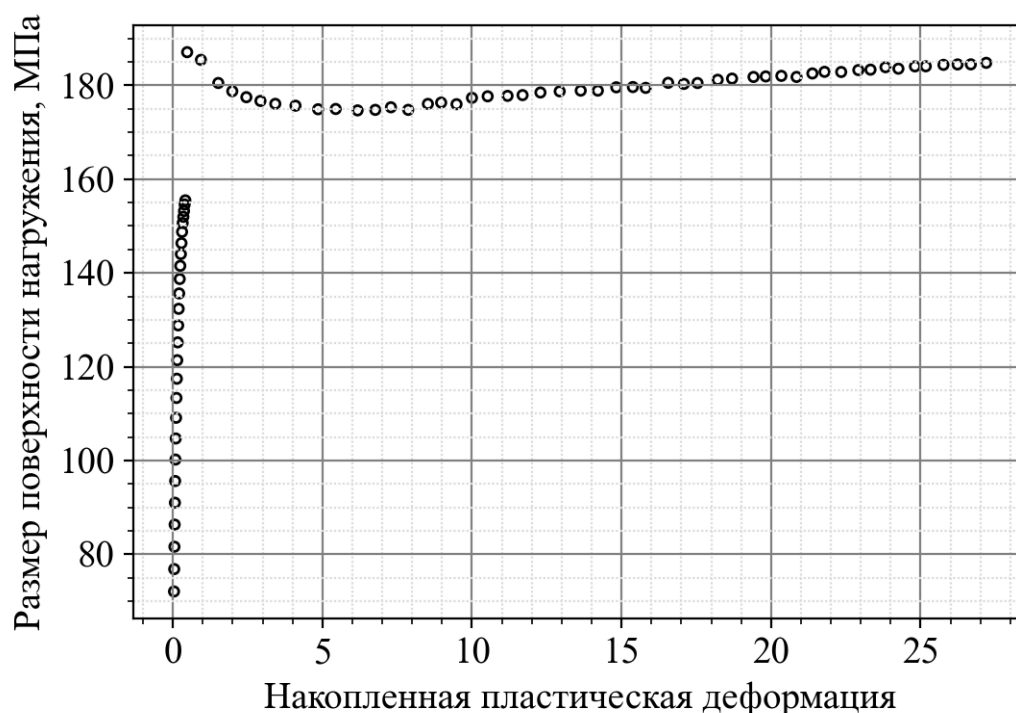


Рисунок 2.2.4 – Функция размера поверхности нагружения

3) Определение модулей анизотропного E_{a0} и изотропного M_C упрочнений

Модуль изотропного упрочнения M_C определяется как отношение изменения размера поверхности нагружения за второй этап к неупругой деформации при монотонном нагружении на этом этапе. Изменение размера поверхности определяется как разница между его значением в первом цикле третьего этапа ($N_1 + 1$) и в последнем цикле первого этапа нагружения N_1 . Неупругая деформация при монотонном нагружении определяется как разница всей неупругой деформации ε_2^{in} на этапе 2 и размаха неупругой деформации в последнем цикле 1 этапа $\Delta\varepsilon_{(N_1)}^{in}$, определяющая границы поверхности памяти

$$M_C = \frac{C_{(N_1)} - C_{(N_1+1)}}{\varepsilon_2^{in} - \Delta\varepsilon_{(N_1)}^{in}}. \quad (2.2.6)$$

По найденному значению модуля изотропного упрочнения при монотонном нагружении M_C , вычитая это значение из суммы $(E_{a0} + M_C)$, определенной в

пункте 1, определяем значение модуля анизотропного упрочнения E_{a0} . Для стали 12X18H10T при температуре 600 °С эти значения составили

$$M_c = 595 \text{ МПа}, E_{a0} = 491 \text{ МПа}.$$

4) Определение функция изотропного упрочнения при циклическом деформировании $C_p(\varepsilon_u^{in})$

Для построения функции изотропного упрочнения при циклическом деформировании $C_p(\varepsilon_u^{in})$ из определенной в пункте 2 функции размера поверхности нагружения от накопленной неупругой деформации необходимо исключить участок соответствующий дополнительному изотропному упрочнению после монотонного нагружения и последующему восстановлению размера поверхности. Этот участок соответствует началу третьего этапа, длительность участка около 500 циклов нагружения. Недостающие точки на полученной зависимости можно получить методом интерполяции. На рисунке 2.2.5 приведена полученная зависимость с интерполяцией отсутствующего участка (зеленым цветом) сплайнами Безье.

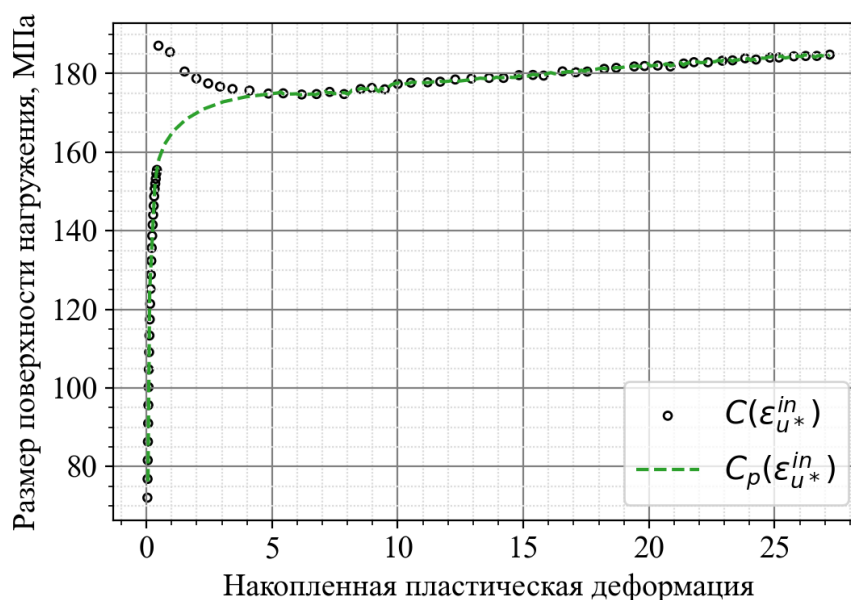


Рисунок 2.2.5 – Функция изотропного упрочнения при циклическом деформировании

Начальный участок функции изотропного упрочнения строится по диаграмме деформирования при статическом растяжении. При отсутствии

диаграммы растяжения до разрушения можно использовать диаграмму деформирования нулевого полуцикла циклического нагружения или диаграмму выхода на режим в испытаниях на ползучесть.

Для построения начального участка функции изотропного упрочнения из экспериментальной зависимости напряжения от неупругой деформации в нулевом полуцикле $\sigma_0(\varepsilon_0^{in})$ вычитаются микронапряжения и значение монотонного изотропного упрочнения, поскольку нагружение в нулевом полуцикле является монотонным.

Для определения микронапряжений используется соотношение

$$A_0 = E_{a0} \cdot \varepsilon_0^{in} + \sigma_a \cdot [1 - \exp(-\beta \cdot \varepsilon_0^{in})]. \quad (2.2.7)$$

Монотонное изотропное упрочнение C_0^M вычисляется по формуле

$$C_0^M = M_c \cdot \varepsilon_0^{in}. \quad (2.2.8)$$

Тогда, начальный участок функции циклического изотропного упрочнения определяется следующим образом

$$C_p(\varepsilon_u^{in}) = \sigma_0 - A_0 - C_0^M \quad (2.2.9)$$

На рисунке 2.2.6 приведен начальный участок функции изотропного циклического упрочнения стали 12Х18Н10Т при температуре 600 °С.

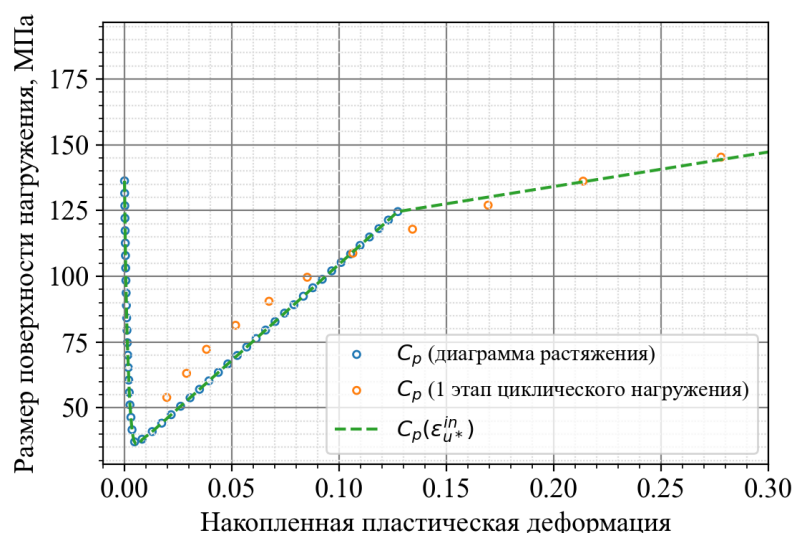


Рисунок 2.2.6 – Начальный участок функции изотропного циклического упрочнения

5) Определение модулей анизотропного упрочнения при циклическом нагружении K_E и n_E

Для определения K_E и n_E , отвечающих за посадку петли упругопластического гистерезиса, используется зависимость среднего напряжения от номера цикла на третьем этапе нагружения $\sigma_3^m(N_3)$, где реализуется посадка петли упругопластического гистерезиса. Эта зависимость аппроксимируется следующим уравнением

$$\sigma_3^m = \varepsilon_3^{in,m} \left[E_{a0}^{1-n_E} + 2N_3 K_E E_{a0}^{-n_E} (n_E - 1) \Delta \varepsilon_3^{in} \right]^{\frac{1}{1-n_E}}, \quad (2.2.10)$$

где $\Delta \varepsilon_3^{in}$, $\varepsilon_3^{in,m}$ – размах и среднее значение неупругой деформации в N_3 цикле 3 этапа нагружения.

На рисунке 2.2.7 приведена экспериментальная зависимость и аппроксимирующее её уравнение (2.2.10) на третьем этапе базового эксперимента для стали 12X18H10T при 600 °С.

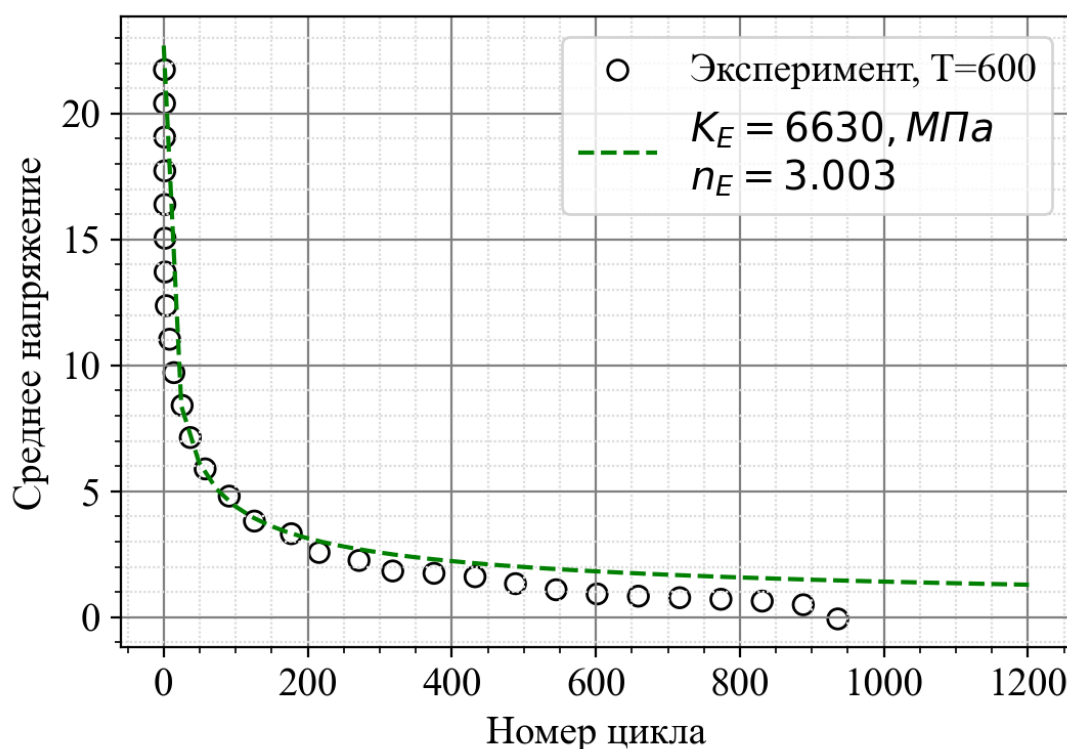


Рисунок 2.2.7 – Определение модулей анизотропного упрочнения при циклическом нагружении K_E и n_E

6) Определение модуля изотропного разупрочнения при циклическом нагружении K_C

Для определения модуля монотонного изотропного разупрочнения K_C , отвечающего за восстановление размера поверхности нагружения после его роста при монотонном деформировании, нужно из зависимости $C(\varepsilon_{u*}^{in})$, связывающей размер поверхности с накопленной неупругой деформацией, вычесть составляющую при циклическом нагружении $C_p(\varepsilon_{u*}^{in})$. Используется участок полученной зависимости, соответствующий началу третьего этапа нагружения (рисунок 2.2.8).

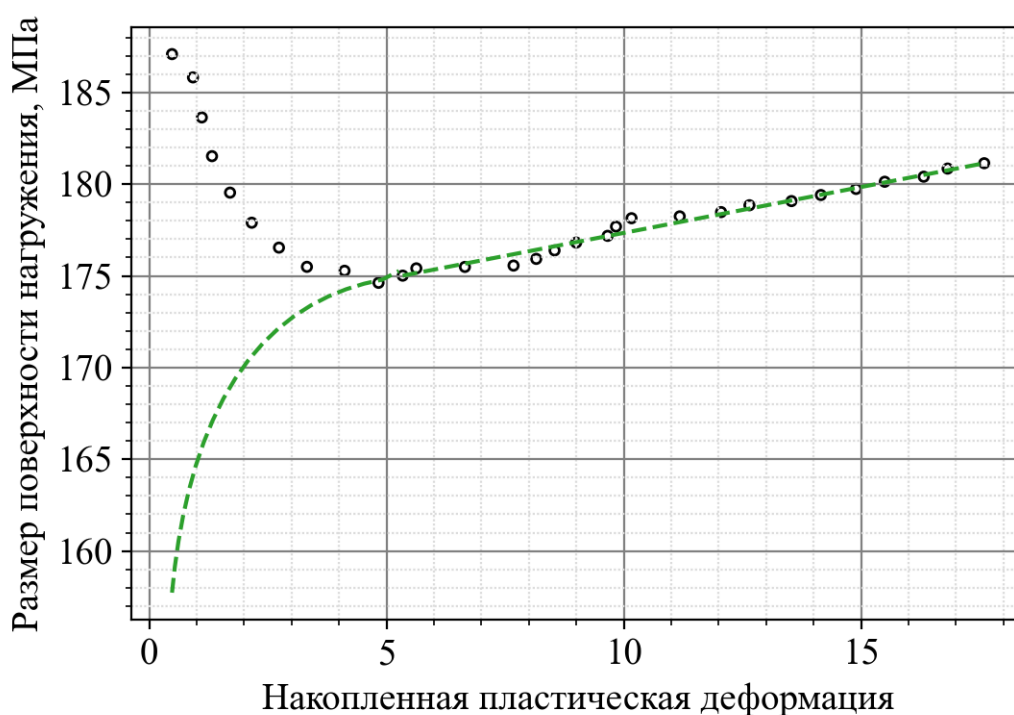


Рисунок 2.2.8 – Размер поверхности нагружения на третьем этапе нагружения

Далее определяется доля монотонного изотропного упрочнения Y_C

$$Y_C = \frac{C - C_p}{C_p}, \quad (2.2.11)$$

расчетное значение которой для каждого цикла нагружения определяется уравнением

$$Y_C = \exp \left(\ln(Y_{C0}) - \frac{K_C}{C_p} (\varepsilon_{u*}^{in} - \varepsilon_{u*0}^{in}) \right), \quad (2.2.12)$$

где $Y_{C0} \varepsilon_{u*0}^{in}$ – доля монотонного упрочнения и накопленная неупругая деформация в начале циклического нагружения после монотонного, определяемые по графику функции $Y_C(\varepsilon_{u*}^{in})$.

Тогда значение модуля изотропного разупрочнения при циклическом нагружении можно определить как среднее арифметическое значение параметров K_C выраженных из уравнения (2.2.12) для каждого цикла нагружения в начале третьего этапа

$$K_C = \frac{1}{N} \sum - \frac{\ln(Y_C) - \ln(Y_{C0})}{\varepsilon_{u*}^{in} - \varepsilon_{u*0}^{in}} C_p. \quad (2.2.13)$$

На рисунке 2.2.9 приведена функция Y_C на третьем этапе нагружения для стали 12X18H10T при 600° и ее аппроксимация по формуле (2.2.12).

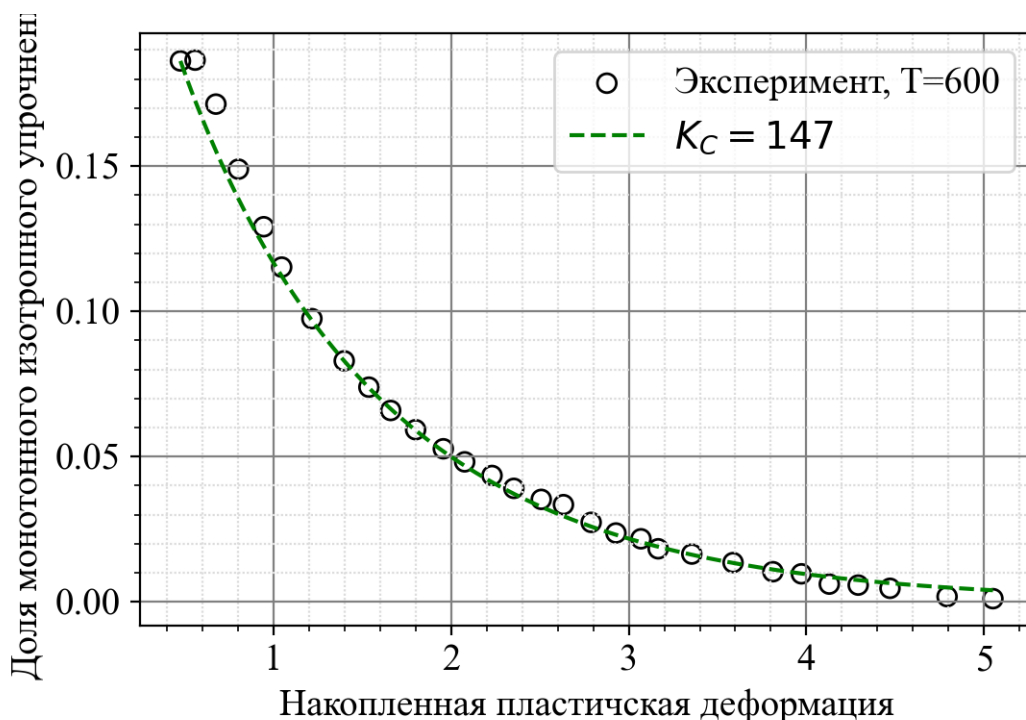


Рисунок 2.2.9 – Доля монотонного изотропного упрочнения на третьем этапе нагружения

7) Определение модуля анизотропного упрочнения при монотонном нагружении M_E

Параметр модуля анизотропного упрочнения при монотонном нагружении M_E определяется из условия восстановления параметра E_a с нулевого значения до значения E_{a0} при малом изменении неупругой деформации при монотонном

нагрузении, например за 0.002. Эта цифра может быть уточнена по результатам испытаний.

$$M_E = \frac{E_{a0}}{0.002}. \quad (2.2.14)$$

8) Определение энергии разрушения W_0

Энергия разрушения W_0 определяется по формуле, полученной для циклического нагружения с постоянным размахом неупругой деформации $\Delta\varepsilon^{in}$ [28], без учета нелинейности процесса накопления повреждений.

$$W_0 = \frac{2 \cdot \sigma_a}{\beta} \left[\beta \Delta\varepsilon^p - 2 \cdot \frac{1 - \exp(-\beta \Delta\varepsilon^{in})}{1 + \exp(-\beta \Delta\varepsilon^{in})} \right] N_f. \quad (2.2.15)$$

Здесь N_f – число циклов до разрушения.

Для определения энергии разрушения по базовому эксперименту размах неупругой деформации определяется как отношение накопленной неупругой деформации в момент разрушения ε_{u*f}^{in} к количеству полуциклов нагружения до разрушения (удвоенному числу циклов до разрушения N_f).

$$\Delta\varepsilon^{in} = \frac{\varepsilon_{u*f}^{in}}{2 \cdot N_f}. \quad (2.2.16)$$

2.2.2 Вязкое деформирование

Базовым экспериментом для определения материальных функций, отвечающих за реологическое поведение материала, является набор диаграмм ползучести, связывающих деформацию образца со временем нагружения для различных уровней напряжений. С помощью набора диаграмм определяются параметры изотропной и анизотропной ползучести, а также параметры залечивания и охрупчивания.

По результатам базового эксперимента на ползучесть определяются следующие параметры:

- уровень напряжения;

- достигнутое значение пластической деформации при выходе на режим;
- время до разрушения;
- деформация в момент разрушения;
- скорость установившейся ползучести;
- интенсивность микронапряжений;
- интенсивность микронапряжений первого типа;
- размер поверхности нагружения.

Для идентификации параметров ползучести стали 12Х18Н10Т при 600 °С проведен набор экспериментов при постоянных уровнях номинальных напряжений, определенных как отношение нагрузки к начальной площади сечения образца, равных 343, 360 и 370 МПа. Испытано по два образца на каждом уровне. Поскольку в процессе испытаний значение достигаемой деформации не является малым (более 10%), для его оценки используется логарифмическая мера. Номинальные напряжения, прикладываемые к образцу, пересчитываются в истинные, значение которых растет в процессе испытания. Диаграммы ползучести, полученные по результатам экспериментальных исследований, а также значения истинного напряжения приведены на рисунках 2.2.10-2.2.12.

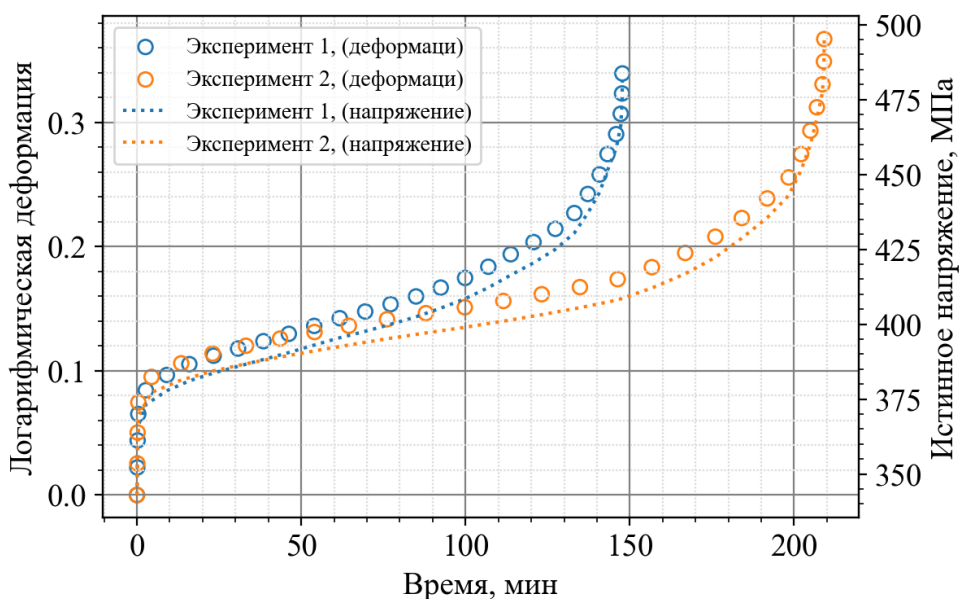


Рисунок 2.2.10 – Диаграммы ползучести стали 12Х18Н10Т при 600 °С при уровне номинальных напряжений 343 МПа

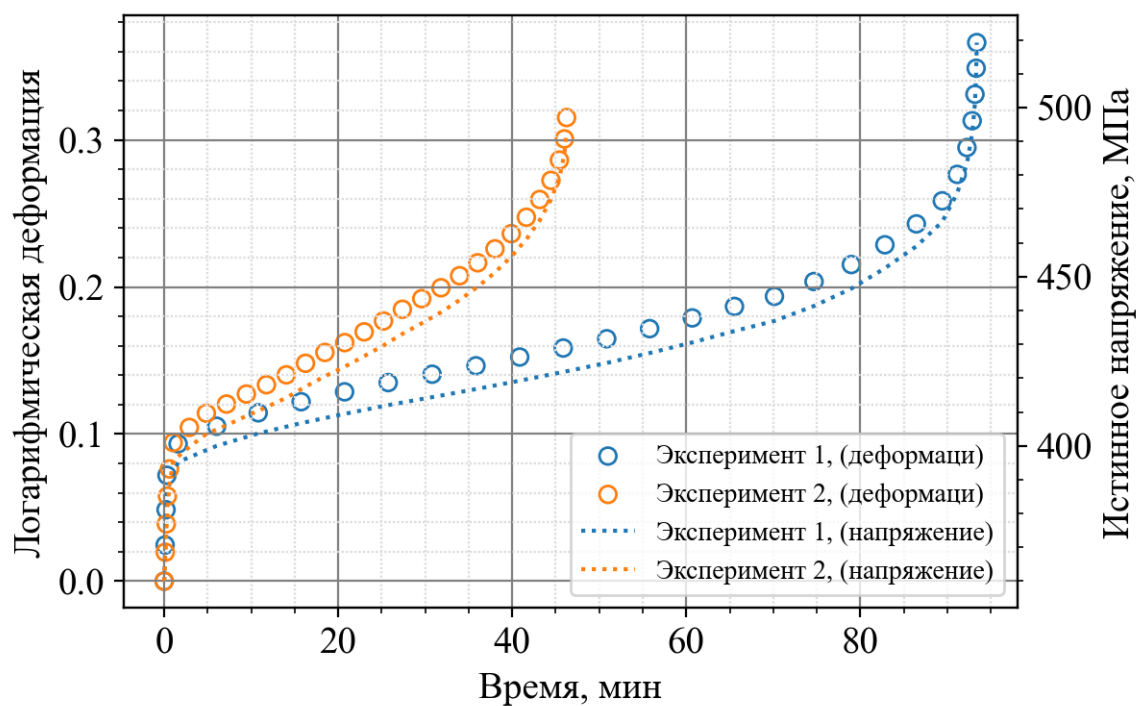


Рисунок 2.2.11 – Диаграммы ползучести стали 12Х18Н10Т при 600 °С при уровне номинальных напряжений 360 МПа

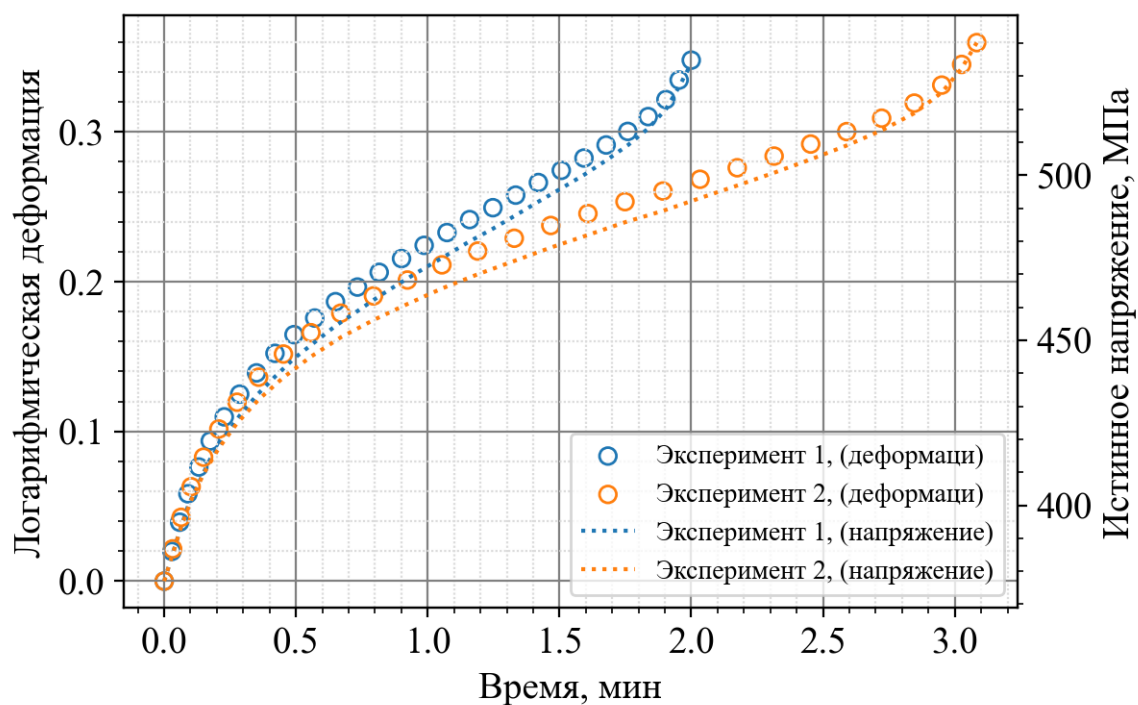


Рисунок 2.2.12 – Диаграммы ползучести стали 12Х18Н10Т при 600 °С при уровне номинальных напряжений 377 МПа

Процесс идентификации параметров ползучести состоит из 6 этапов.

1) Определение характеристик ползучести

По полученным диаграммам ползучести определяются следующие характеристики:

а) Уровень напряжения σ_{st} .

Поскольку деформации в экспериментах на ползучесть являются большими, необходимо оценить уровень истинных напряжений в процессе эксперимента. Для этого на диаграмме ползучести выбирается линейный участок, соответствующий установившейся ползучести. За уровень напряжения принимается значение, соответствующее середине этого участка.

б) Скорость установившейся ползучести.

Скорость установившейся ползучести $\dot{\epsilon}^{in}$ определяется по наклону линейного участка диаграммы ползучести.

в) Интенсивность микронапряжений a_{st} и изменение размера поверхности нагружения ΔC_{st} .

Далее проводится расчет статического нагружения до уровней напряжений, соответствующих экспериментальным (рисунок 2.2.13).

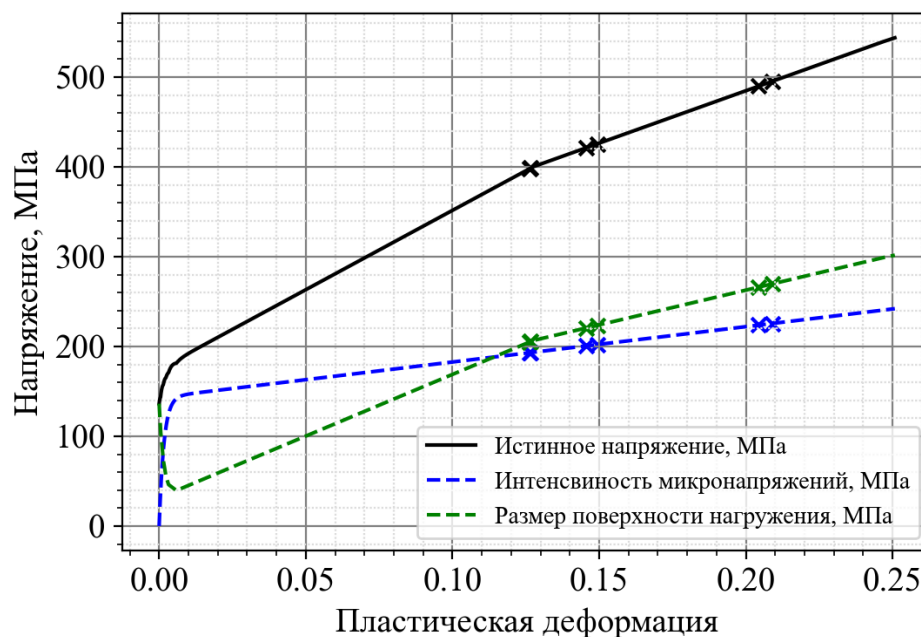


Рисунок 2.2.13 – Расчет диаграммы статического растяжения стали 12Х18Н10Т при 600 °С

По результатам расчета определяются соответствующие им значения интенсивности микронапряжений a_{st} и размера поверхности нагружений C_{st} . Изменение размера поверхности нагружения ΔC_{st} определяется как разница между его значением в момент достижения заданного уровня напряжений и минимальным значением на участке функции, предшествующем этому моменту.

г) Время до разрушения t_p и деформация ползучести в момент разрушения ε_p^{cr} .

По последней точке диаграммы ползучести определяется время до разрушения образца t_p на заданном уровне напряжений и деформация в момент разрушения ε_p . Для определения деформации ползучести в момент разрушения ε_p^{cr} из значения ε_p вычитается значение деформации, соответствующей деформации выхода на заданный уровень напряжения, которое определяется по результатам расчета диаграммы растяжения.

д) Интенсивность охрупчивания.

Интенсивность охрупчивания ρ определяется по формуле

$$\rho = \frac{1}{t_p} \ln \frac{W_0}{a_{st} \varepsilon_p^{in}}. \quad (2.2.17)$$

Определенные таким образом характеристики ползучести стали 12X18H10T при 600 °С приведены в таблице 2.2.1.

Таблица 2.2.1 – Характеристики ползучести стали 12X18H10T при 600 °С

Уровни напряжения, МПа	Время до разруше- ния, с	Деформация ползучести в момент разрушения	Скорость ползучести, с ⁻¹	Интенси- вность микро- напряжений, МПа	Размер поверх- ности нагру- жения, МПа	Интенси- вность охрупчи- вания
397.92	147.75	0.211	0.00085	193.02	204.90	0.023
398.78	209.17	0.238	0.00046	193.21	205.57	0.016
421.27	93.39	0.218	0.00136	200.65	220.62	0.036
425.70	46.25	0.163	0.00335	202.14	223.56	0.079
490.03	2.00	0.140	0.099	223.82	266.21	1.840
495.44	3.08	0.147	0.056	225.64	269.80	1.175

2) Определение параметра разупрочнения при ползучести m_ω

Параметр m_ω определяется на основе следующей формулы:

$$m_\omega = \frac{\varepsilon_p^{cr}}{\dot{\varepsilon}^{in} t_p} - 1. \quad (2.2.18)$$

3) Определение параметров изотропной ползучести b_c и n_c

По зависимости скорости установившейся ползучести от размера поверхности нагружения определяются параметры n_c и b_c путем аппроксимации степенной функцией по методу наименьших квадратов (рисунок 2.2.14)

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \exp(b_c) \Delta C_{st}^{n_c}. \quad (2.2.19)$$

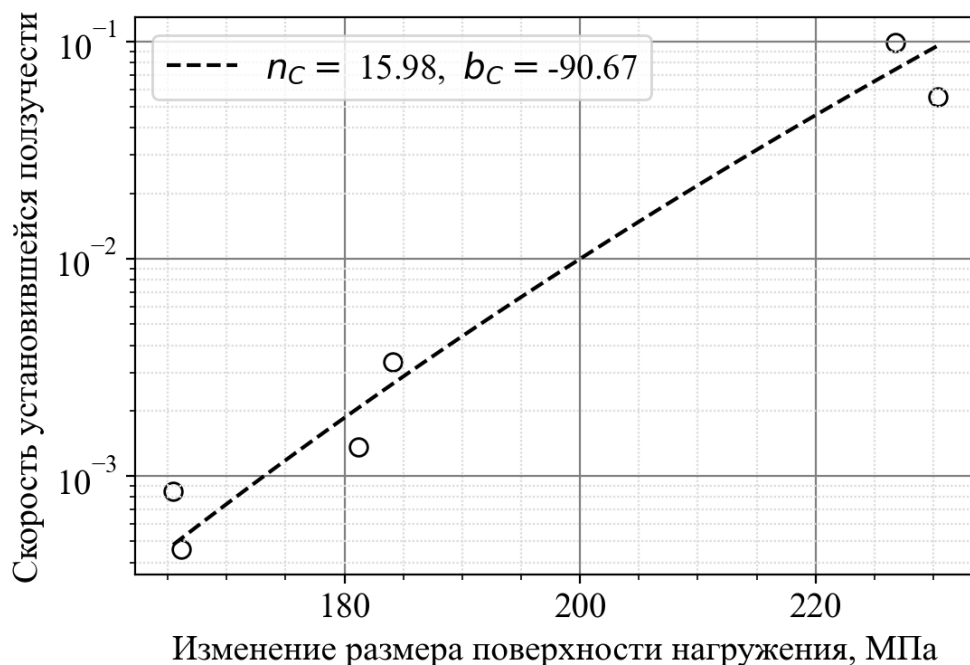


Рисунок 2.2.14 – Определение параметров изотропной ползучести b_c и n_c

4) Определение параметров анизотропной ползучести b_a и n_a

По зависимости скорости установившейся ползучести от интенсивности микронапряжений определяются параметры b_a и n_a путем аппроксимации зависимости степенной функцией по методу наименьших квадратов (рисунок 2.2.15)

$$\dot{\varepsilon}^{in} = \exp(b_a) a_{st}^{n_a} \quad (2.2.20)$$

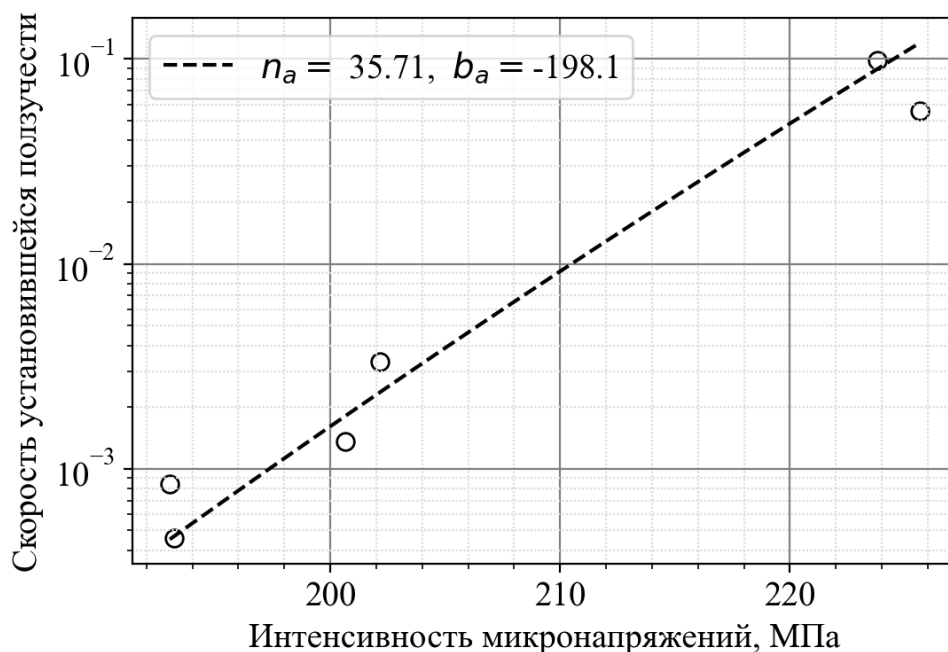


Рисунок 2.2.15 – Определение параметров анизотропной ползучести b_a и n_a

5) Определение параметров охрупчивания b_ρ и n_ρ

По зависимости интенсивности охрупчивания от уровня напряжений определяются параметры b_ρ и n_ρ путем аппроксимации зависимости степенной функцией по методу наименьших квадратов (рисунок 2.2.16).

$$\rho = \exp(b_\rho) \sigma_{st}^{n_\rho} \quad (2.2.21)$$

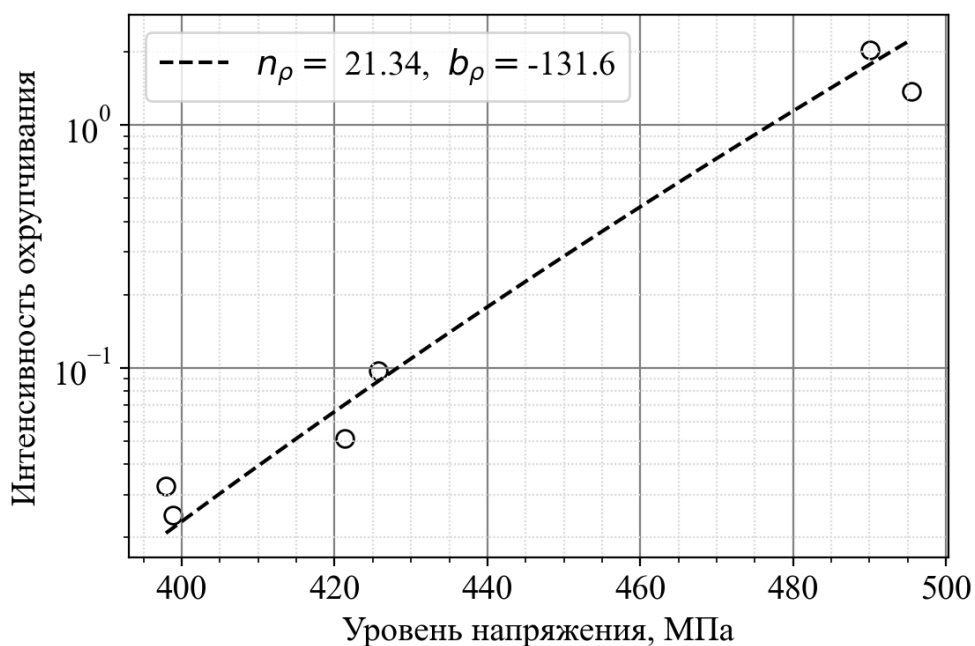


Рисунок 2.2.16 – Определение параметров охрупчивания b_ρ и n_ρ

6) Определение параметров залечивания b_λ и n_λ

Для определения параметров залечивания b_λ и n_λ используют данные по длительной прочности при растяжении и сжатии относящиеся ко второму участку кривых длительной прочности. Критерии длительной прочности на этом участке имеют следующий вид:

$$t_p^+ = D^+(\sigma)^{-m}, \quad (2.2.22)$$

$$t_p^- = D^-(\sigma)^{-m}. \quad (2.2.23)$$

Здесь t_p^+ время разрушения при растяжении, а t_p^- - при сжатии.

Тогда, в случае если $\lambda t_p \ll 1$

$$b_\lambda = \ln\left(\frac{1}{D^+} - \frac{1}{D^-}\right), n_\lambda = m. \quad (2.2.24)$$

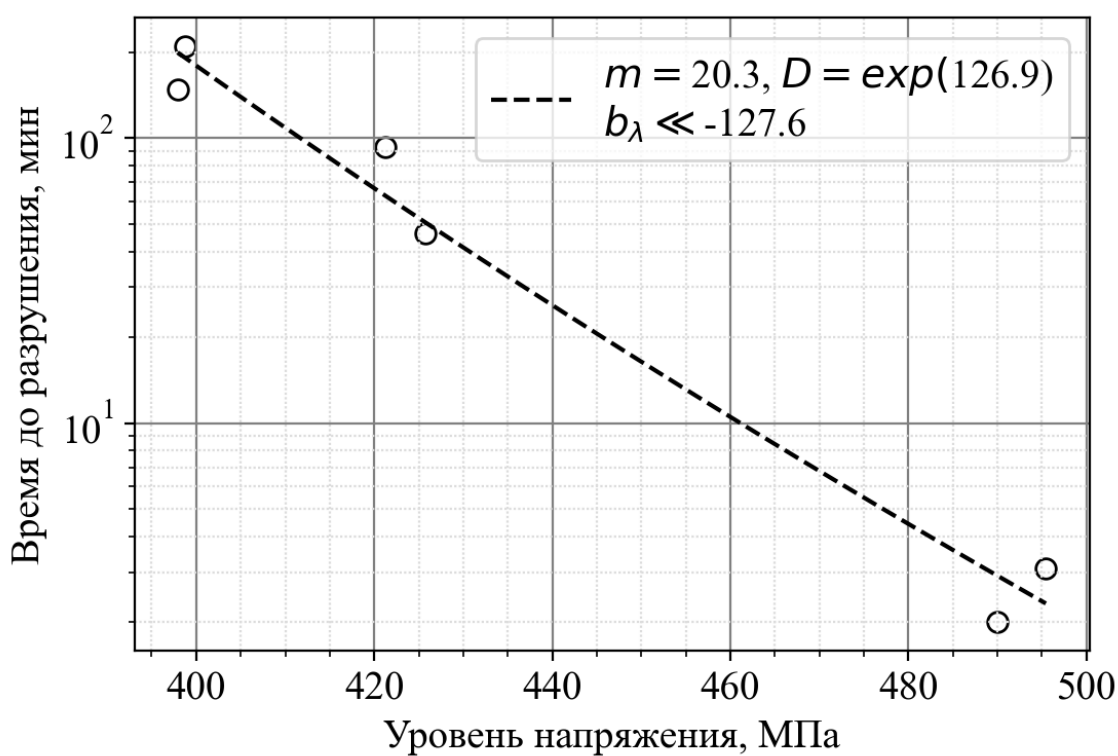


Рисунок 2.2.17 – Определение параметров залечивания b_λ и n_λ

2.2.3 Определение материальных функций

2.3 Материальные функции некоторых конструкционных сталей и сплавов

На основе приведенных выше методов идентификации были получены материальные функции функций сталей 12Х18Н10Т, 304, 30ХГСА и сплавов БрХ08-Ш, АЛ-25. В таблице 2.3.1 приведены материальные функции нержавеющей стали 12Х18Н10Т при температурах 20, 300, 600 и 700°С, а в таблице 2.3.2 - функция изотропного упрочнения.

Таблица 2.3.1 - Материальные функции стали 12Х18Н10Т

$T, ^\circ\text{C}$	20	300	600	700
$E, \text{МПа}$	200000	190000	150000	120000
ν	0.3	0.32	0.33	0.33
α_T	$1.64 \cdot 10^{-5}$	$1.74 \cdot 10^{-5}$	$1.85 \cdot 10^{-5}$	$1.95 \cdot 10^{-5}$
K_C	192	139	147	149
M_C	781	925	643	550
b_C	$-1 \cdot 10^7$	-178	-90.7	-29.2
n_C	1.00	28.16	15.98	4.97
E_{a0}	776	537	394	346
σ_a	101.29	111.97	143.34	99.84
β	353.78	452.3	617.1	714.8
K_E	1932.03	3210	6630	7770
n_E	2.85	3.71	3.00	2.77
M_E	$38.8 \cdot 10^4$	$26.8 \cdot 10^4$	$19.7 \cdot 10^4$	$17.3 \cdot 10^4$
b_a	$-1 \cdot 10^7$	-382.7	-198.1	-91.3
n_a	1.00	66.8	35.7	16.8
$C_{\varepsilon 0}$	0	0	0	0
η	1	1	1	1

Продолжение таблицы 2.3.1

$T, ^\circ\text{C}$	20	300	600	700
m_ω	1	1	0	0
b_λ	$-1 \cdot 10^7$	$-51.7 \cdot 10^5$	-127.6	-59.2
n_λ	1	10.32	20.31	9.70
b_ρ	$-1 \cdot 10^7$	-329.2	-131.6	-52.9
n_ρ	1	49.7	21.3	8.69
W_0	1623.5	$15.6 \cdot 10^4$	$12.5 \cdot 10^4$	229.3

Таблица 2.3.2 – Функция изотропного упрочнения стали 12Х18Н10Т,

 $C_p(\varepsilon_{u*}^{in}, T)$, МПа

$\varepsilon_u^{in}/T, ^\circ\text{C}$	20	300	600	700
0.0000	214.37	119.59	136.27	104.01
0.0005	261.11	128.70	105.99	90.14
0.0014	254.70	124.93	72.81	69.02
0.0023	235.08	114.15	54.22	58.02
0.0032	219.12	105.83	44.18	52.47
0.0059	196.64	96.08	35.77	50.64
0.0123	189.89	101.22	40.55	57.41
0.0384	218.87	126.69	59.54	83.09
0.0804	250.25	138.83	90.25	91.50
0.1273	256.31	142.80	124.58	102.14
0.2454	262.95	169.69	140.08	145.13
0.7075	272.26	187.01	161.86	142.21
3.0585	275.06	193.68	172.82	130.62
49.6470	313.79	200.00	180.00	131.05
0.0000	214.37	119.59	136.27	104.01

В таблице 2.3.3 приведены материальные функции бронзового сплава БрХ08- III при температурах 20, 400, 500 и 600°С, а в таблице 2.3.4 - функция изотропного упрочнения.

Таблица 2.3.3 Материальные параметры сплава БрХ08-III

$T, ^\circ\text{C}$	20	400	500	600
$E, \text{МПа}$	$2 \cdot 10^5$	$1.1 \cdot 10^5$	$9 \cdot 10^4$	$9 \cdot 10^4$
ν	0.3	0.312	0.318	0.31
α_T	$1.64 \cdot 10^{-5}$	$2.16 \cdot 10^{-5}$	$2.16 \cdot 10^{-5}$	$2.16 \cdot 10^{-5}$
K_C	0	0	0	0
M_C	768.2	420	450	360
b_C	$-1 \cdot 10^{-7}$	-22.2	-22.3	-11.8
n_C	1	4.98	3.47	1.17
E_{a0}	865.5	980	1050	840
σ_a	180.7	82	45.7	27.4
β	361.0	800	810	1030
K_E	0	0	0	0
n_E	0	0	0	0
M_E	0	0	0	0
b_a	$-1 \cdot 10^7$	-45.9	-24.5	-12.8
n_a	1	9.19	4.72	1.63
$C_{\varepsilon 0}$	0	0	0	0
η	1	1	1	1
m_ω	1	6	6	6
b_λ	$-1 \cdot 10^7$	-56.2	-32.4	-9
n_λ	1	10.1	5.3	1.07
b_ρ	$-1 \cdot 10^7$	-29.3	-25	-9.97
n_ρ	1	5.5	5	2
W_0	3375.3	1700	1300	200

Таблица 2.3.4 – Функция изотропного упрочнения сплава БрХ08-III $C_p(\varepsilon_{u*}^{in}, T)$,
МПа

$\varepsilon_u^{in}/T, ^\circ\text{C}$	20	400	500	600
0	78	70	40	30
0.0005	187	75.3	63.7	43
0.0015	186	86	111	69
0.003	180	102	113	70
0.01	170	105	118	72
0.019	170.9	110.5	117.8	72.02
0.043	173.4	125	117.4	72.08
0.092	178.5	130	116.5	72.17
0.14	183.5	135	115.6	72.27
0.5	221	132	109	73
0.8	218	131	107	72
1	217	130	106	72
1.7	212	127	104	70
2.3	205	127	102	69
2.5	203	127	101	69
3	202	127	100	69
3.4	196	127	99	69
3.6	194	127	99	69
3.8	195	127	99	69
4	192	127	99	69

В таблице 2.3.5 приведены материальные функции нержавеющей стали 304 при температуре 650°C, а в таблице 2.3.6 - функция изотропного упрочнения.

Таблица 2.3.5 - Материальные параметры нержавеющей стали 304 при 650 °С

$T, ^\circ\text{C}$	$E, \text{МПа}$	ν	α_T	K_C	M_C	b_C	n_C	E_{a0}	σ_a	β	K_E
650	150000	0.3	$2.09 \cdot 10^{-5}$	0	0	-13.1	2.5	2000	40	300	0

Продолжение таблицы 2.3.5

n_E	M_E	b_a	n_a	$C_{\varepsilon 0}$	η	m_ω	b_λ	n_λ	b_ρ	n_ρ	W_0
0	0	-18.9	2.5	0	0	0	$-1 \cdot 10^5$	1	$-1 \cdot 10^5$	1	$1 \cdot 10^4$

Таблица 2.3.6 - Функция изотропного упрочнения стали 304 при 650 °С,
 $C_p(\varepsilon_{u*}^{in}, T), \text{МПа}$

$T, ^\circ\text{C} / \varepsilon_{u*}^{in}$	0	0.001	0.05	0.1
650	90	107.5	197.5	287.5

В таблице 2.3.7 приведены материальные функции нержавеющей стали 30ХГСА при температуре 550 °С, а в таблице 2.3.8 - функция изотропного упрочнения.

Таблица 2.3.7 - Материальные параметры нержавеющей стали 30ХГСА при 550 °С

$T, ^\circ\text{C}$	$E, \text{МПа}$	ν	α_T	K_C	M_C	b_C	n_C	E_{a0}	σ_a	β	K_E
550	12000	0.3	$2.09 \cdot 10^{-5}$	0	0	-9.83	1.59	1200	90	370	0

Продолжение таблицы 2.3.7

n_E	M_E	b_a	n_a	$C_{\varepsilon 0}$	η	m_ω	b_λ	n_λ	b_ρ	n_ρ	W_0
0	0	-15	1.59	0	1	0	$-1 \cdot 10^5$	1	$-1 \cdot 10^5$	1	$1 \cdot 10^4$

Таблица 2.3.8 - Функция изотропного упрочнения
нержавеющей стали 30ХГСА при 550 °С

$\varepsilon_u^{in}/T, ^\circ\text{C}$	0	0.001	0.01	0.05
550	100	107.5	112.5	127.5

В таблице 2.3.9 приведены материальные функции сплава алюминиевого АЛ-25 при температурах 20, 150, 250 и 350 °С, а в таблице 2.3.10 - функция изотропного упрочнения.

Таблица 2.3.9 - Материальные параметры сплава АЛ-25

$T, ^\circ\text{C}$	20	150	250	350
$E, \text{МПа}$	$8 \cdot 10^4$	$7.5 \cdot 10^4$	$7.1 \cdot 10^4$	$4.2 \cdot 10^4$
ν	0.3	0.3	0.3	0.3
α_T	0	0	0	0
K_C	0	0	0	0
M_C	0	0	0	0
b_C	-100	-100	-100	-100
n_C	0	0	0	0
E_{a0}	$1.4 \cdot 10^4$	$1.3 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$
σ_a	38	35	27.5	13
β	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$
K_E	0	0	0	0
n_E	1	1	1	1
M_E	0	0	0	0
b_a	-44	-38	-34	-23.5
n_a	5.3	5.3	5.3	5.3
m_ω	0	0	0	0
b_λ	$-1 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$
n_λ	1	1	1	1
b_ρ	$-1 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$
n_ρ	1	1	1	1
W_0	0.65	0.65	1	11.3

Таблица 2.3.10 Значения функции изотропного упрочнения сплава АЛ-25

$\varepsilon_u^{in}/T, ^\circ\text{C}$	20	150	250	350
0	120	70	60	20
0.001	140	120	75	25
0.003	150	135	85	30
0.005	150	135	85	30
0.01	135	125	75	25
0.025	115	105	65	20
0.05	105	95	55	17.5
0.15	97.5	87.5	47.5	15
0.3	95	85	45	10
10	95	85	45	15

3 ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

3.1 Система уравнений модели термовязкопластичности

Для расчета напряженно-деформированного состояния и оценки повреждений материала модель термовязкопластичности представляется в виде системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, решение которой можно найти различными методами. В данной работе для решения системы уравнений применяется метод Рунге-Куты 4-го порядка.

$$\dot{y} = f(x, y), \quad (3.1.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{hk_1}{2}\right) \\ k_3 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{hk_2}{2}\right) \\ k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3) \\ \Delta y = \frac{h(k_1 + 2k_2 + 4k_3 + k_4)}{6} \\ x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + \Delta y \end{array} \right. , \quad (3.1.2)$$

где x – независимая переменная, y – искомая функция, n – номер шага интегрирования, h – шаг интегрирования.

В данном случае за независимую переменную x принимается время, а за искомую функцию y – внутренние переменные. Шаг интегрирования выбирается из условия изменения заданных параметров нагружения на величину не более $5 \cdot 10^{-1}$ МПа по напряжению и $5 \cdot 10^{-5}$ по деформации. Если полученный шаг больше необходимого для сохранения заданного количества точек, то он приравнивается к отношению временного интервала этапа нагружения к количеству сохраняемых точек. Точность вычисления определяется по правилу Коллатца

$$\left| \frac{k_2 - k_3}{k_1 - k_2} \right| < 0,03. \quad (3.1.3)$$

При недостаточной точности шаг уменьшается в два раза. Шаг интегрирования может быть уменьшен в 32 раза (т.е. 5 раз).

Ниже приведена полная система уравнений модели термовязкопластичности и кинетические уравнения накопления повреждений. Скорость деформации есть сумма скоростей упругой, неупругой и температурной деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} + \dot{\varepsilon}^{th} \delta_{ij}, \quad (3.1.4)$$

Компоненты тензора скоростей упругой деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ определяются обобщенным законом Гука, скорость температурной деформации $\dot{\varepsilon}^{th}$ законом линейного расширения, а скорость неупругой деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$ ассоциированным законом течения

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{ij} - \nu(3\dot{\sigma}_0 \delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij})] + \alpha_{ij}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.1.5)$$

$$\alpha_{ij}^{\varepsilon T} = -\frac{1}{E^2} [\sigma_{ij} - \nu(3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij})] \frac{\partial E}{\partial T} - \frac{1}{E} (3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \frac{\partial \nu}{\partial T}, \quad (3.1.6)$$

$$\dot{\varepsilon}^{th} = \alpha_T \dot{T}, \quad (3.1.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*} \dot{\varepsilon}_{u*}^{in}, \quad (3.1.8)$$

где $\alpha_{ij}^{\varepsilon T}$ – дифференциальный коэффициент линейного теплового расширения, α_T – коэффициент линейного теплового расширения.

Далее приведены эволюционные уравнения накопленной пластической деформации и не заданных компонентов тензора напряжений или деформаций в зависимости от случая нагружения.

Для случая мягкого нагружения, когда заданы компоненты тензора скоростей напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$, скорость накопленной неупругой деформации $\dot{\varepsilon}_{u*}^{in}$ будет определяться следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}_{u*}^{in} = \frac{1}{E_*} \left[\frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* \dot{\sigma}_{ij}}{\sigma_u^*} - B_T \dot{T} + B_R \right], \quad (3.1.9)$$

$$E_* = q_\varepsilon + g^{(1)} + g^{(2)} + g_a^{(1)} a_u^{*(1)} + g_a^{(2)} a_u^{*(1)}, \quad (3.1.10)$$

$$B_T = a_u^{*(1)} g_T^{(1)} + a_u^{*(2)} g_T^{(2)} + q_T, \quad (3.1.11)$$

$$B_R = a_u^{*(1)} g_R^{(1)} + a_u^{*(2)} g_R^{(2)} + q_R, \quad (3.1.12)$$

$$a_u^{*(m)} = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}^{(m)}}{\sigma_u^*}, m = 1, 2. \quad (3.1.13)$$

Для случая жесткого нагружения, когда заданы компоненты тензора скоростей деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}$, скорость накопленной неупругой деформации $\dot{\varepsilon}_{u*}^{in}$ и компоненты тензора скоростей напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ будут определяться выражениями

$$\dot{\varepsilon}_{u*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{s_{ij}^* (\dot{\varepsilon}_{ij} - \alpha_{ij}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th} \delta_{ij})}{\sigma_u^*} - B_T \dot{T} + B_R \right], \quad (3.1.14)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G (\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} - \alpha_{ij}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th} \delta_{ij}) + 3\lambda \delta_{ij} (\varepsilon_0 - \alpha_0^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}), \quad (3.1.15)$$

$$\alpha_0^{\varepsilon T} = \frac{1}{3} (\alpha_{11}^{\varepsilon T} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} + \alpha_{33}^{\varepsilon T}), \quad (3.1.16)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}. \quad (3.1.17)$$

Условием неупругого деформирования является нахождение точки, отображающей процесс нагружения, на поверхности нагружения.

$$f(\sigma_{ij}) < 0 \cup \dot{\varepsilon}_{u*}^{in} \leq 0 - \text{упругость}, \quad (3.1.18)$$

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \cap \dot{\varepsilon}_{u*}^{in} > 0 - \text{неупругость}. \quad (3.1.19)$$

Здесь $f(\sigma_{ij})$ – уравнение поверхности нагружения, определяемое выражением (3.1.10).

Циклическое и монотонное нагружение разделяется следующим образом

$$F(\varepsilon_{ij}^{in}) < 0 \cup (n_{ij} n_{ij}^*) \leq 0 - \text{циклическое нагружение}, \quad (3.1.20)$$

$$F(\varepsilon_{ij}^{in}) = 0 \cap (n_{ij} n_{ij}^*) > 0 - \text{монотонное нагружение}. \quad (3.1.21)$$

Здесь $F(\varepsilon_{ij}^{in})$ – уравнение поверхности памяти, определяемое выражением (3.1.33).

Параметры процесса деформирования определяются следующими эволюционными уравнениями

$$\dot{C} = q_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{u*}^{in} + q_T \dot{T} - q_R, \quad (3.1.22)$$

$$\dot{a}_{ij} = \dot{a}_{ij}^{(1)} + \dot{a}_{ij}^{(2)}, \quad (3.1.23)$$

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} + g_a^{(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} + g_T^{(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{T} - g_R^{(m)} a_{ij}^{(m)}, \quad (3.1.24)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_a = \\ = \begin{cases} -K_E \left(\frac{E_a}{E_{a0}} \right)^{n_E} \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} + \frac{E_a}{E_{a0}} \frac{\partial E_{a0}}{\partial T} \dot{T} - \text{циклическое нагружение,} \\ M_E \left(\frac{E_{a0} - E_a}{E_{a0}} \right) \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} + \frac{E_a}{E_{a0}} \frac{\partial E_{a0}}{\partial T} \dot{T} - \text{монотонное нагружение,} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

$$\dot{\sigma}_{-1} = \begin{cases} \frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u^*}^{in}} \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} + \frac{\partial C_p}{\partial T} \dot{T} - \text{циклическое нагружение,} \\ 0 - \text{монотонное нагружение,} \end{cases} \quad (3.1.26)$$

$$\dot{W} = g_W^T \dot{T} - g_W W, \quad (3.1.27)$$

$$\dot{C}_\varepsilon = \eta (n_{ij} n_{ij}^*) \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in}, \quad (3.1.28)$$

$$\dot{\xi}_{ij} = (1 - \eta) \sqrt{\frac{3}{2}} (n_{ij} n_{ij}^*) n_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in}. \quad (3.1.29)$$

3.2 Уравнения модели в случае одноосного нагружения

В условиях одноосного напряженного состояния все компоненты тензора напряжений равны нулю, кроме напряжения σ_{11} .

$$\dot{\sigma}_{ij} = \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2.1)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.2.2)$$

Это нагружение соответствует (P)-опытам, которые реализуются на цилиндрических образцах путем нагружения осевой силой. Здесь возможны две программы нагружения. При мягком нагружении (задается осевая сила), задана функция скорости осевого напряжения $\dot{\sigma}_{11}$, тогда скорость накопленной пластической деформации будет определяться выражением

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \begin{cases} \frac{1}{E_*} [\dot{\sigma}_{11} \text{sign}(s_{11}^*) - B^T \dot{T} + B^R] - \text{неупругость,} \\ 0 - \text{упругость,} \end{cases} \quad (3.2.3)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11}^{in} = \text{sign}(s_{11}^*) \dot{\varepsilon}_{u*}^{in}, \quad (3.2.4)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \dot{\varepsilon}_{11}^e + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.2.5)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{\dot{\sigma}_{11}}{E} + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.2.6)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.2.7)$$

При смешанном нагружении, когда задана компонента осевой скорости деформации $\dot{\varepsilon}_{11}$, скорость накопленной пластической деформации будет определяться выражением

$$\dot{\varepsilon}_{u*}^{in} = \begin{cases} \frac{1}{E_* + E} [E(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \text{sign}(s_{11}^*) - \\ - B^T \dot{T} + B^R] - \text{неупругость,} \\ 0 - \text{упругость,} \end{cases} \quad (3.2.8)$$

$$\dot{\sigma}_{11} = E(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}), \quad (3.2.9)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) - \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}. \quad (3.2.10)$$

3.3 Уравнения модели в случае шестиосного напряженного состояния

В разделе приведены необходимые для проведения вычислений уравнения модели термовязкопластичности для 16 случаев смешанного нагружения. Вектор $[\dot{x}_j]$ определяет заданные, а вектор $[\dot{y}_i]$ искомые компоненты тензоров скоростей напряжения или деформации.

1.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, [\dot{y}_i] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ 2\dot{\varepsilon}_{23}]^T, \quad (3.3.1)$$

$$\dot{\varepsilon}_{u*}^{in} = \frac{1}{E_*} \left[\frac{3 s_{11}^* \dot{\sigma}_{11} + s_{22}^* \dot{\sigma}_{22} + s_{33}^* \dot{\sigma}_{33} + 2s_{12}^* \dot{\sigma}_{12} + 2s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^* \dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} + B^R \right], \quad (3.3.2)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{11} - \nu(\dot{\sigma}_{22} + \dot{\sigma}_{33})] + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.3)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{22} - \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{33})] + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.4)$$

$$\dot{\varepsilon}_{33} = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{33} - \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22})] + \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.5)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.6)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.8)$$

2.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.9)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} & \left[3G \frac{(1+\nu)s_{11}^*(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \\ & + \frac{3}{2} \frac{(s_{22}^* + \nu s_{11}^*)\dot{\sigma}_{22} + (s_{33}^* + \nu s_{11}^*)\dot{\sigma}_{33}}{\sigma_u^*} \\ & \left. + \frac{3}{2} \frac{2s_{12}^*\dot{\sigma}_{12} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

$$G_* = G \frac{3(1+\nu)(s_{11}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.11)$$

$$\dot{\sigma}_{11} = E(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\sigma}_{22} + \dot{\sigma}_{33}), \quad (3.3.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{22} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) & + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{22} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{33} \\ & + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{33} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) & - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{22} + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{33} \\ & + \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.16)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.17)$$

3.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\varepsilon}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.18)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\varepsilon}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\varepsilon}_{33} \dot{\varepsilon}_{12} \dot{\varepsilon}_{13} \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} & \left[3G \frac{(1+\nu)s_{22}^*(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \\ & + \frac{3}{2} \frac{(s_{11}^* + \nu s_{22}^*)\dot{\sigma}_{11} + (s_{33}^* + \nu s_{22}^*)\dot{\sigma}_{33}}{\sigma_u^*} \\ & \left. + \frac{3}{2} \frac{2s_{12}^*\dot{\sigma}_{12} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned} \quad (3.3.19)$$

$$G_* = G \frac{3(1+\nu)(s_{22}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{11} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) & + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{33} \\ & + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

$$\dot{\sigma}_{22} = E(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{33}), \quad (3.3.22)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{33} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) & - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{11} + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{33} \\ & + \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.23)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.24)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.25)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T} \quad (3.3.26)$$

4.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\varepsilon}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.27)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\varepsilon}_{11} \dot{\varepsilon}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\varepsilon}_{12} \dot{\varepsilon}_{13} \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(1+\nu)s_{33}^*(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \quad (3.3.28)$$

$$+ \frac{3}{2} \frac{(s_{11}^* + \nu s_{33}^*)\dot{\sigma}_{11} + (s_{22}^* + \nu s_{33}^*)\dot{\sigma}_{22}}{\sigma_u^*} \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{2s_{12}^*\dot{\sigma}_{12} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} + B^R \right],$$

$$G_* = G \frac{3}{2} \frac{(1+\nu)(s_{33}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.29)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{33} + \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T},) + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{22} + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} \\ + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.30)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{11} + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{22} \\ + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.31)$$

$$\dot{\sigma}_{33} = E(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22}), \quad (3.3.32)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.33)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.34)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.35)$$

5.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T, \quad (3.3.36)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{2s_{12}^*(\dot{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{\sigma_u^*} \right. \quad (3.3.37) \\ + \frac{3}{2} \frac{s_{11}^*\dot{\sigma}_{11} + s_{22}^*\dot{\sigma}_{22} + s_{33}^*\dot{\sigma}_{33} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} \\ \left. - B^T \dot{T} + B^R \right],$$

$$G_* = G \frac{3}{2} \frac{2(s_{12}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.38)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{11} - \nu(\dot{\sigma}_{22} + \dot{\sigma}_{33})] + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.39)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{22} - \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{33})] + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.40)$$

$$\dot{\varepsilon}_{33} = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{33} - \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22})] + \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.41)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1+\nu} (\dot{\varepsilon}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.42)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.43)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.44)$$

6.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.45)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(s_{11}^* + \nu s_{22}^*)(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \\ + \frac{(s_{22}^* + \nu s_{11}^*)(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \\ + \frac{3(1-2\nu)s_{33}^* \dot{\sigma}_{33} + 2(1-\nu)s_{12}^* \dot{\sigma}_{12}}{2\sigma_u^*} \\ \left. + \frac{3(1-\nu)s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2(1-\nu)s_{23}^* \dot{\sigma}_{23}}{2\sigma_u^*} - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned} \quad (3.3.46)$$

$$G_* = G \frac{3(s_{11}^*) + (s_{22}^*)^2 + 2\nu s_{11}^* s_{22}^*}{(1-\nu)(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.47)$$

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.48)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\sigma}_{33},$$

$$\dot{\sigma}_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.49)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\sigma}_{33},$$

$$\dot{\varepsilon}_{33} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}) - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{33} + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} \quad (3.3.50)$$

$$+ \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th},$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1+\nu} (\dot{\varepsilon}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.51)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.52)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.53)$$

7.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.54)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_u^{in} \quad (3.3.55)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(s_{11}^* + \nu s_{33}^*)(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1-\nu)\sigma_u^*} \right. \\ &+ \frac{(s_{33}^* + \nu s_{11}^*)(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1-\nu)\sigma_u^*} \\ &+ \frac{3(1-2\nu)s_{22}^* \dot{\sigma}_{22} + 2(1-\nu)s_{12}^* \dot{\sigma}_{12} + 2(1-\nu)s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2(1-\nu)}{(1-\nu)\sigma_u^*} \\ &\left. - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned}$$

$$G_* = G \frac{3(s_{11}^*) + (s_{33}^*)^2 + 2\nu s_{11}^* s_{33}^*}{2(1-\nu)(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.56)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T}) + \nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] \\ &+ \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\sigma}_{22}, \end{aligned} \quad (3.3.57)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{22} &= -\frac{\nu}{1-\nu} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ &+ (\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \dot{\sigma}_{22} \\ &+ \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{22} + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.58)$$

$$\dot{\sigma}_{33} = \frac{E}{1-\nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.59)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\sigma}_{22},$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.60)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.61)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.62)$$

8.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.63)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} \quad (3.3.64)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(1+\nu)s_{11}^*(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1-\nu)\sigma_u^*} \right. \\ &+ \frac{2s_{12}^*(\dot{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{(1-\nu)\sigma_u^*} \\ &+ \frac{3(s_{22}^* - \nu s_{11}^*)\dot{\sigma}_{22} + (s_{33}^* + \nu s_{11}^*)\dot{\sigma}_{33} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{(1-\nu)\sigma_u^*} \\ &\left. - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned}$$

$$G_* = G \frac{3(1+\nu)(s_{11}^*)^2 + 2(s_{12}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.65)$$

$$\dot{\sigma}_{11} = E(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\sigma}_{22} + \dot{\sigma}_{33}), \quad (3.3.66)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{22} - \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{33} \quad (3.3.67)$$

$$+ \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T},$$

$$\dot{\varepsilon}_{33} = -\nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{22} + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{33} \quad (3.3.68)$$

$$+ \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th},$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1+\nu} (\dot{\sigma}_{12} - \dot{\varepsilon}_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.69)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \varepsilon_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.70)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \varepsilon_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.71)$$

9.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.72)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} \quad (3.3.73)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(s_{22}^* + \nu s_{33}^*)(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1-\nu)\sigma_u^*} \right. \\ &+ \frac{3(1-2\nu)s_{11}^* \dot{\sigma}_{11} + 2(1-\nu)s_{12}^* \dot{\sigma}_{12} + 2(1-\nu)s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2(1-\nu)s_{23}^* \dot{\sigma}_{23}}{(1-\nu)\sigma_u^*} \\ &\left. - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned}$$

$$G_* = G \frac{3(s_{22}^*)^2 + (s_{33}^*)^2 + 2\nu s_{22}^* s_{33}^*}{(1-\nu)(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.74)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = -\frac{\nu}{1-\nu} [(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + (\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] \quad (3.3.75)$$

$$+ \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \dot{\sigma}_{11} + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th},$$

$$\dot{\sigma}_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.76)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\sigma}_{11},$$

$$\dot{\sigma}_{33} = \frac{E}{1-\nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.77)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1-\nu} \dot{\sigma}_{11},$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.78)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.79)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.80)$$

10.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\epsilon}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\epsilon}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.81)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\epsilon}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\epsilon}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\epsilon}_{13} \dot{\epsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\epsilon}_u^{in} \quad (3.3.82)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(1+\nu)s_{22}^*(\dot{\epsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\epsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \\ &+ \frac{+2s_{12}^*(\dot{\epsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{\sigma_u^*} \\ &+ \frac{3(s_{11}^* + \nu s_{22}^*)\dot{\sigma}_{11} + (s_{33}^* + \nu s_{22}^*)\dot{\sigma}_{33} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{2\sigma_u^*} - B^T \dot{T} \\ &\left. + B^R \right], \end{aligned}$$

$$G_* = G \frac{3(1+\nu)(s_{22}^*)^2 + 2(s_{12}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.83)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{11} &= -\nu(\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\epsilon}^{th}) + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{33} \\ &+ \dot{\epsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\epsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.84)$$

$$\dot{\sigma}_{22} = E(\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\epsilon}^{th}) + \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{33}), \quad (3.3.85)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{33} &= -\nu(\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\epsilon}^{th}) + \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \dot{\sigma}_{33} \\ &+ \dot{\epsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\epsilon}^{th}, \end{aligned} \quad (3.3.86)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1+\nu} (\dot{\sigma}_{12} - \dot{\epsilon}_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.87)$$

$$\dot{\epsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\epsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.88)$$

$$\dot{\epsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\epsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.89)$$

11.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\epsilon}_{33} \dot{\epsilon}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.90)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\epsilon}_{11} \dot{\epsilon}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\epsilon}_{13} \dot{\epsilon}_{23}]^T,$$

$$\begin{aligned}
& \dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} \\
&= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(1 + \nu)s_{33}^*(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \\
&+ \frac{2s_{12}^*(\dot{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{\sigma_u^*} \\
&+ \frac{3(s_{11}^* + \nu s_{33}^*)\dot{\sigma}_{11} + (s_{22}^* + \nu s_{33}^*)\dot{\sigma}_{22} + 2s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{2\sigma_u^*} \\
&\left. - B^T \dot{T} + B^R \right], \tag{3.3.91}
\end{aligned}$$

$$G_* = G \frac{3(1 + \nu)(s_{33}^*)^2 + 2(s_{12}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \tag{3.3.92}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{11} = & -\nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \frac{1 - \nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu(1 + \nu)}{E} \dot{\sigma}_{22} \\
& + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \tag{3.3.93}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{22} = & -\nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \frac{1 - \nu^2}{E} \dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu(1 + \nu)}{E} \dot{\sigma}_{22} \\
& + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \tag{3.3.94}
\end{aligned}$$

$$\dot{\sigma}_{33} = E(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22}), \tag{3.3.95}$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1 + \nu} (\dot{\sigma}_{12} - \dot{\varepsilon}_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \tag{3.3.96}$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \tag{3.3.97}$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \tag{3.3.98}$$

12.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \tag{3.3.99}$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{s_{11}^*(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + s_{22}^*(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \quad (3.3.100)$$

$$+ \frac{s_{33}^*(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} + \frac{3}{2} \frac{2s_{12}^* \dot{\sigma}_{12} + 2s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^* \dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} + B^R \Big],$$

$$G_* = G \frac{3(s_{11}^*)^2 + (s_{22}^*)^2 + 2(s_{33}^*)^2}{(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.101)$$

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \right], \quad (3.3.102)$$

$$\dot{\sigma}_{22} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \right], \quad (3.3.103)$$

$$\dot{\sigma}_{33} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) + \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \right], \quad (3.3.104)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{12} + \dot{\varepsilon}_{12}^{in} + \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.105)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.106)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.107)$$

13.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.108)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\begin{aligned}
& \dot{\varepsilon}_u^{in} \\
&= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(s_{11}^* + \nu s_{22}^*)(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \right. \\
&+ \frac{(s_{22}^* + \nu s_{11}^*)(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \\
&+ 3G \frac{2(1 - \nu)s_{33}^* \dot{\sigma}_{33} + 2(1 - \nu)s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2(1 - \nu)s_{23}^* \dot{\sigma}_{23}}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \\
&\left. - B^T \dot{T} + B^R \right], \tag{3.3.109}
\end{aligned}$$

$$G_* = G \frac{3(s_{11}^*)^2 + (s_{22}^*)^2 + 2\nu s_{11}^* s_{22}^* + 2(1 - \nu)(s_{12}^*)^2}{(1 - \nu)(\sigma_u^*)^2}, \tag{3.3.110}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{11} &= \frac{E}{1 - \nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\
&\quad + \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_{33}, \tag{3.3.111}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{22} &= \frac{E}{1 - \nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\
&\quad + \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_{33}, \tag{3.3.112}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{33} &= -\frac{\nu}{1 - \nu} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\
&\quad + \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} \dot{\sigma}_{33} \\
&\quad + \dot{\varepsilon}_{33}^{in} + \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \tag{3.3.113}
\end{aligned}$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1 + \nu} (\dot{\varepsilon}_{12} - \dot{\varepsilon}_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \tag{3.3.114}$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \tag{3.3.115}$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \tag{3.3.116}$$

14.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \tag{3.3.117}$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\dot{\varepsilon}_u^{in} \quad (3.3.118)$$

$$= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(s_{11}^* + \nu s_{33}^*)(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \right. \\ + \frac{(s_{33}^* + \nu s_{11}^*)(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} + 3G \frac{2(1 - \nu)s_{12}^*(\dot{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \\ + \frac{3(1 - 2\nu)2s_{22}^*\dot{\sigma}_{22} + 2(1 - \nu)s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2(1 - \nu)s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{2(1 - \nu)\sigma_u^*} \\ \left. - B^T \dot{T} + B^R \right],$$

$$G_* = G \frac{3(s_{11}^*)^2 + (s_{33}^*)^2 + 2\nu s_{11}^* s_{33}^* + 2(1 - \nu)(s_{12}^*)^2}{2(1 - \nu)(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.119)$$

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{E}{1 - \nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ + \nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_{22}, \quad (3.3.120)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = -\frac{\nu}{1 - \nu} [(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ + \nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} \dot{\sigma}_{22} \\ + \dot{\varepsilon}_{22}^{in} + \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th}, \quad (3.3.121)$$

$$\dot{\sigma}_{33} = \frac{E}{1 - \nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ + \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{\varepsilon}_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_{22}, \quad (3.3.122)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1 + \nu} (\dot{\varepsilon}_{12} - \dot{\varepsilon}_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.123)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.124)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.125)$$

15.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.126)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\varepsilon_{u^*}^{in} \quad (3.3.127)$$

$$= \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{(s_{11}^* + \nu s_{33}^*)(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \right. \\ + \frac{(s_{33}^* + \nu s_{22}^*)(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \\ + 3G \frac{2(1 - \nu)s_{12}^*(\dot{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{(1 - \nu)\sigma_u^*} \\ + \frac{3(1 - 2\nu)2s_{11}^*\dot{\sigma}_{11} + 2(1 - \nu)s_{13}^*\dot{\sigma}_{13} + 2(1 - \nu)s_{23}^*\dot{\sigma}_{23}}{(1 - \nu)\sigma_u^*} - B^T \dot{T} \\ \left. + B^R \right],$$

$$G_* = G \frac{3(s_{22}^*)^2 + (s_{33}^*)^2 + 2\nu s_{22}^* s_{33}^* + 2(1 - \nu)(s_{12}^*)^2}{(1 - \nu)(\sigma_u^*)^2}, \quad (3.3.128)$$

$$\dot{\varepsilon}_{11} = -\frac{\nu}{1 - \nu} [(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.129)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} \dot{\sigma}_{11} \\ + \dot{\varepsilon}_{11}^{in} + \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}^{th},$$

$$\dot{\sigma}_{11} = \frac{E}{1 - \nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.130)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_{11},$$

$$\dot{\sigma}_{33} = \frac{E}{1 - \nu^2} [(\dot{\varepsilon}_{33} - \dot{\varepsilon}_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \quad (3.3.131)$$

$$+ \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})] + \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_{11},$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1 + \nu} (\dot{\varepsilon}_{12} - \dot{\varepsilon}_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.132)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \dot{\varepsilon}_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.133)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \dot{\varepsilon}_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.134)$$

16.

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \ \dot{\varepsilon}_{22} \ \dot{\varepsilon}_{33} \ \dot{\varepsilon}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T, \quad (3.3.135)$$

$$[\dot{y}_i] = [\dot{\sigma}_{11} \ \dot{\sigma}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\varepsilon}_{13} \ \dot{\varepsilon}_{23}]^T,$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{u^*}^{in} = \frac{1}{E_* + 3G} & \left[3G \frac{s_{11}^*(\dot{\varepsilon}_{11} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \right. \\ & + \frac{s_{22}^*(\dot{\varepsilon}_{22} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) s_{33}^*(\dot{\varepsilon}_{33} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})}{\sigma_u^*} \\ & + 3G \frac{2s_{12}^*(\dot{\varepsilon}_{12} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T})}{\sigma_u^*} + \frac{3}{2} \frac{2s_{13}^* \dot{\sigma}_{13} + 2s_{23}^* \dot{\sigma}_{23}}{\sigma_u^*} \\ & \left. - B^T \dot{T} + B^R \right], \end{aligned} \quad (3.3.136)$$

$$G_* = G, \quad (3.3.137)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} & [(1-\nu)(\dot{\varepsilon}_{11} - \varepsilon_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ & + \nu(\dot{\varepsilon}_{22} - \varepsilon_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}_{33} - \varepsilon_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})], \end{aligned} \quad (3.3.138)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{22} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} & [(1-\nu)(\dot{\varepsilon}_{22} - \varepsilon_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ & + \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \varepsilon_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}_{33} - \varepsilon_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})], \end{aligned} \quad (3.3.139)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{22} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} & [(1-\nu)(\dot{\varepsilon}_{33} - \varepsilon_{33}^{in} - \alpha_{33}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th}) \\ & + \nu(\dot{\varepsilon}_{11} - \varepsilon_{11}^{in} - \alpha_{11}^{\varepsilon T} \dot{T} + \dot{\varepsilon}_{22} - \varepsilon_{22}^{in} - \alpha_{22}^{\varepsilon T} \dot{T} - \dot{\varepsilon}^{th})], \end{aligned} \quad (3.3.140)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{E}{1+\nu} (\dot{\varepsilon}_{12} - \varepsilon_{12}^{in} - \alpha_{12}^{\varepsilon T} \dot{T}), \quad (3.3.141)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{13} + \varepsilon_{13}^{in} + \alpha_{13}^{\varepsilon T} \dot{T}, \quad (3.3.142)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{23} + \varepsilon_{23}^{in} + \alpha_{23}^{\varepsilon T} \dot{T}. \quad (3.3.143)$$

3.4 Структура программного комплекса для проведения расчетов

Для выполнения расчетов уравнения модели были внедрены в программный комплекс на языке программирования Python. Программный код состоит из нескольких блоков:

1. В первом блоке происходит импорт необходимых для работы программы библиотек – NumPy, SciPy и Pandas. Библиотека NumPy используется для работы с многомерными массивами (матрицами) и различными математическими уравнениями. Из библиотеки SciPy берется функция `solve_ivp`, которая является решателем для системы дифференциальных уравнений. Библиотека Pandas используется для упорядочивания получаемых данных, построения таблиц с этими данными и сохранения результатов в отдельный файл.

2. Во втором блоке "Вспомогательные функции" реализована функция свертки векторов, одномерная и двухмерная интерполяция и определение производных табличных функций.

3. В блоке "Материальные параметры и функции" реализована функция считывания из пользовательского файла материальных параметров.

4. В блоке "Функция нагружения" реализована функция считывания заданных в табличном виде функции температуры и компонент тензоров.

5. В блоке "Различные расчетные случаи" реализованы расчетные уравнения для 16 вариантов задания комбинаций компонент тензоров скоростей напряжений и/или деформаций. Случай нагружения определяется текстовой переменной, состоящей из 6 символов "s" и "e". Номер символа в переменной соответствуют номеру компоненты тензора заданных скоростей напряжений или деформации. Символ "s" обозначает задание компоненты скорости напряжений, а символ "e" – деформаций.

6. В блоке "Массивы дифференциальных уравнений параметров процесса деформирования" вычисляются значения скоростей параметров нагружения на основе системы дифференциальных уравнений модели термовязкопластичности.

7. В последующих блоках реализуется функция запуска расчета и сохранения результатов в файл с результатами расчета.

Полный текст кода всех блоков программы для расчета кинетики напряженно-деформированного состояния и оценки ресурса конструкционных сталей и сплавов, а также пример расчета, приведены в приложении Г.

3.5 Входные данные

Программный комплекс в ходе своей работы использует средства программы Jupiter Notebook. Материальные функции и параметры нагружения задаются в трех файлах формата *.csv (MF.csv, Cr.csv, Load.csv).

В файле MF.csv содержатся значения всех материальных параметров за исключением функции изотропного упрочнения. В первом столбце файла содержатся обозначения параметров. Во втором столбце файла содержатся значения материальных параметров, соответствующие указанным параметрам из первого столбца.

В файле Cr.csv содержатся функции изотропного упрочнения. В первом столбце файла содержатся значения накопленной пластической деформации, а во втором задается температура и значения параметра C_r для содержащихся в первом столбце значений накопленной пластической деформации.

В файле Load.csv содержатся значения внешних нагрузок и количество точек сохранения результатов расчета на заданном этапе нагружения. Процесс нагружения разбит на этапы, в файле задаются значения параметров нагружения, достигаемых в конце этапа. Структура файла Load.csv приведена в таблице 3.5.1.

Таблица 3.5.1. Структура файла входных данных

Первая строка	Строка заголовков
Столбец 1	Время процесса нагружения
Столбец 2	Температура в заданный момент времени
Столбец 3	Достигаемое значение компоненты σ_{11} напряжений или ϵ_{11} деформаций
Столбец 4	Достигаемое значение компоненты σ_{22} напряжений или ϵ_{22} деформаций
Столбец 5	Достигаемое значение компоненты σ_{33} напряжений или ϵ_{33} деформаций

Столбец 6	Достигаемое значение компоненты σ_{12} напряжений или ϵ_{12} деформаций
Столбец 7	Достигаемое значение компоненты σ_{23} напряжений или ϵ_{23} деформаций
Столбец 8	Достигаемое значение компоненты σ_{31} напряжений или ϵ_{31} деформаций
Столбец 9	Количество точек сохранения результатов
Столбец 10	Расчетный случай

После задания материальных функций и параметров нагружения необходимо запустить саму программу расчета (файл Exp_sys_NTO.ipynb) с помощью любого интерпретатора (например, Jupyter Notebook).

Для работы программы необходимо по очереди запускать каждый блок программы (импорт необходимых библиотек, вспомогательные функции и т.д.). В процессе работы программы в окне интерпретатора отображаются результаты расчета.

3.6 Выходные данные

В файле results.csv содержатся значения результатов расчета. Структура файла приведена в таблице 3.6.1.

Таблица 3.6.1. Структура файла результатов расчета

Первая строка	Строка заголовков
Столбец 1	Время процесса нагружения
Столбец 2	Температура в заданный момент времени
Столбец 3	Значение накопленной неупругой деформации ϵ_u^{in}
Столбец 4	Значение компоненты напряжений σ_{11}
Столбец 5	Значение компоненты напряжений σ_{22}
Столбец 6	Значение компоненты напряжений σ_{33}
Столбец 7	Значение компоненты напряжений σ_{12}
Столбец 8	Значение компоненты напряжений σ_{23}
Столбец 9	Значение компоненты напряжений σ_{31}
Столбец 10	Значение компоненты деформаций ϵ_{11}
Столбец 11	Значение компоненты деформаций ϵ_{22}
Столбец 12	Значение компоненты деформаций ϵ_{33}
Столбец 13	Значение компоненты деформаций ϵ_{12}
Столбец 14	Значение компоненты деформаций ϵ_{23}
Столбец 15	Значение компоненты деформаций ϵ_{31}
Столбец 16	Значение компоненты неупругих деформаций ϵ_{11}^{in}

Столбец 17	Значение компоненты неупругих деформаций ε_{22}^{in}
Столбец 18	Значение компоненты неупругих деформаций ε_{33}^{in}
Столбец 19	Значение компоненты неупругих деформаций ε_{12}^{in}
Столбец 20	Значение компоненты неупругих деформаций ε_{23}^{in}
Столбец 21	Значение компоненты неупругих деформаций ε_{31}^{in}
Столбец 22	Значение радиуса поверхности нагружения
Столбец 23	Значение предела ползучести
Столбец 24	Значение модуля анизотропного упрочнения
Столбец 25	Значение компоненты тензора микронапряжений первого типа $a_{11}^{(1)}$
Столбец 26	Значение компоненты тензора микронапряжений первого типа $a_{22}^{(1)}$
Столбец 27	Значение компоненты тензора микронапряжений первого типа $a_{33}^{(1)}$
Столбец 28	Значение компоненты тензора микронапряжений первого типа $a_{12}^{(1)}$
Столбец 29	Значение компоненты тензора микронапряжений первого типа $a_{23}^{(1)}$
Столбец 30	Значение компоненты тензора микронапряжений первого типа $a_{31}^{(1)}$
Столбец 31	Значение компоненты тензора микронапряжений второго типа $a_{11}^{(2)}$
Столбец 32	Значение компоненты тензора микронапряжений второго типа $a_{22}^{(2)}$
Столбец 33	Значение компоненты тензора микронапряжений второго типа $a_{33}^{(2)}$
Столбец 34	Значение компоненты тензора микронапряжений второго типа $a_{12}^{(2)}$
Столбец 35	Значение компоненты тензора микронапряжений второго типа $a_{23}^{(2)}$
Столбец 36	Значение компоненты тензора микронапряжений второго типа $a_{31}^{(2)}$
Столбец 37	Значение радиуса поверхности памяти
Столбец 38	Значение энергии разрушения
Столбец 39	Значение степени поврежденности

4 ТЕРМОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ И СПЛАВОВ

В разделе приведены результаты расчетных и экспериментальных исследований процессов термовязкопластического деформирования и разрушения металлических материалов – конструкционных сталей и сплавов – при повторных и длительных нагружениях в условиях высоких температур. Рассматриваются исследования образцов бронзового сплава БрХ08-Ш и нержавеющей стали 12Х18Н10Т при циклических и монотонных, длительных, изотермических и неизотермических режимах нагружения, сплава АЛ-25 при изотермическом и неизотермическом циклическом нагружении (эксперименты Е.А. Аверченкова [3]), а также сталей 304 и 30ХГСА при сложных длительных режимах нагружения (эксперименты И. Охаши [174] и В.П. Дегтярева [61]).

Экспериментальные исследования образцов бронзового сплава БрХ08-Ш и стали 12Х18Н10Т проведены на универсальной испытательной машине LFMZ-100, воспроизводящей диапазон нагрузок от 0.5 до 100 кН с точностью измерений 0.5%. Испытательная машина имеет электромеханический тип привода, предназначена для статических испытаний на растяжение и сжатие, а также для испытаний на длительную прочность, ползучесть и малоцикловую усталость. Внешний вид испытательной машины LFMZ-100 приведен на рисунке 4.1.



Рисунок 4.1 – Внешний вид универсальной
испытательной машины LFMZ-100

Для проведения испытаний в условиях высоких температур испытательная машина оснащена трехзонной муфельной печью, позволяющей проводить нагрев образца до температуры 1100 °С. Для испытаний на циклическое деформирование использовались гладкие цилиндрические образцы (рисунок 4.2) диаметром 8 мм и длиной рабочей части и 24 мм.

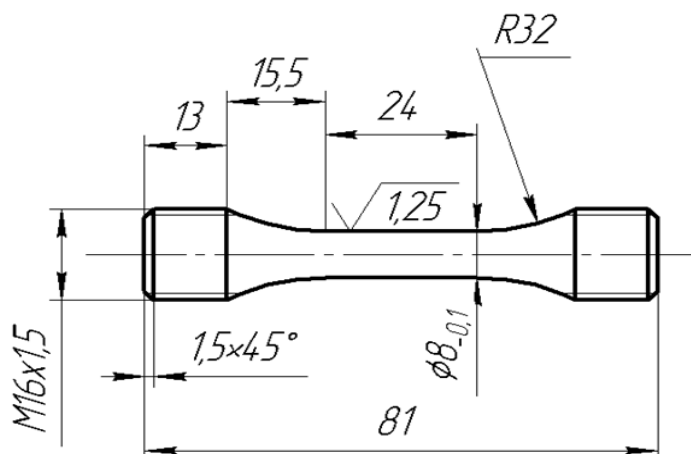


Рисунок 4.2 –

Для снижения концентрации напряжений в области перехода от захватной к рабочей части размер радиусов перехода выбран равным 32 мм. Образцы устанавливались в захваты испытательной машины через резьбовое соединение М16×1,5. Для исключения зазоров в силовой цепи и обеспечения перехода через нулевую нагрузку при знакопеременных режимах деформирования торцы образцов поджимались в захватах испытательной машины (рисунок 4.3), тем самым обеспечивалось постоянное натяжение резьбового соединения в процессе испытания.



Резьбовая часть образца

Рисунок 4.3 – Схема поджатия торца образца

Контроль деформации образца в процессе испытаний осуществлялся по навесному экстензометру с измерительной базой 15 мм. Экстензометр оснащен выносными керамическими щупами для обеспечения возможности проведения измерений при нагреве образца в печи. При жестких режимах нагружения деформация образца, измеряемая по навесному экстензометру, задавалась в виде треугольной функции. При мягких режимах нагружения напряжение задавалось в виде синусоидальной функции.

Образцы для испытаний на ползучесть и длительную прочность имели диаметр 6 мм и длину рабочей части 30 мм (рисунок 4.4).

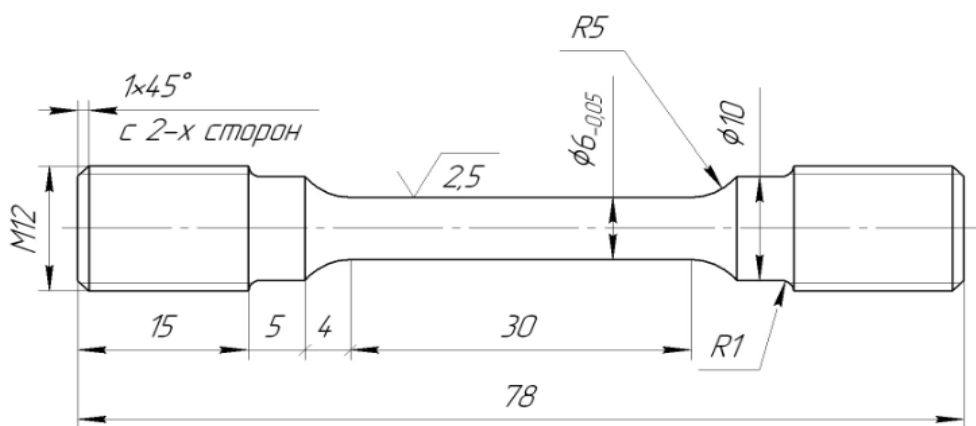


Рисунок 4.4 – Чертеж образца для испытаний на ползучесть и длительную прочность

Радиусы перехода от рабочей к захватной части составляли 5 мм. Образцы устанавливались в захваты испытательной машины с помощью резьбового соединения М12. В процессе испытаний на ползучесть поддерживалось значение усилия (контролируемое по динамометру испытательной машины), которое приводило к заданному уровню номинальных напряжений в образце.

Расчеты проведены с помощью разработанного на основе модифицированной модели термовязкопластичности программного комплекса. Для моделирования процессов одноосного циклического деформирования при жестком нагружении использован расчетный случай, заданный следующими компонентами тензоров скоростей деформаций и напряжений (случай №2 раздела 3.3)

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\varepsilon}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T. \quad (4.1)$$

Скорости компонент тензора напряжений $\dot{\sigma}_{22}, \dot{\sigma}_{33}, \dot{\sigma}_{12}, \dot{\sigma}_{13}, \dot{\sigma}_{23}$ равнялись 0. Скорость компоненты деформации $\dot{\varepsilon}_{11}$ состояла из блоков, каждый из которых охарактеризован размахом деформации $\Delta\varepsilon^{(k)}$, средним значением деформации $\varepsilon_m^{(k)}$, частотой $f^{(k)}$ и количеством циклов в блоке $N^{(k)}$. На каждом блоке компонента деформации ε_{11} описывалась пилообразной функцией

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \begin{cases} 2\Delta\varepsilon^{(k)}f^{(k)}, & \text{если } (t^{(k)}f^{(k)} - \lfloor t^{(k)}f^{(k)} \rfloor) < 0.5, \\ -2\Delta\varepsilon^{(k)}f^{(k)}, & \text{если } (t^{(k)}f^{(k)} - \lfloor t^{(k)}f^{(k)} \rfloor) \geq 0.5, \end{cases} \quad (4.2)$$

где $t^{(k)}$ – время с начала k -го блока нагружения, $\lfloor t^{(k)}f^{(k)} \rfloor$ – определяет номер текущего цикла на k -м блоке нагружения.

Переход между блоками $(k-1)$ и k осуществлялся со скоростью $2\Delta\varepsilon^{(k)}$, равной скорости деформации на k -м блоке

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \begin{cases} 2\Delta\varepsilon^{(k)}f^{(k)}, & \text{если } \varepsilon_m^{(k)} \geq \varepsilon_m^{(k-1)}, \\ -2\Delta\varepsilon^{(k)}f^{(k)}, & \text{если } \varepsilon_m^{(k)} < \varepsilon_m^{(k-1)}, \end{cases} \quad (4.3)$$

Для моделирования процессов одноосного циклического деформирования при мягком нагружении использован расчетный случай, заданный следующими шестью компонентами тензора напряжений (случай №1 раздела 3.3)

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T. \quad (4.4)$$

Скорости компонент тензора напряжений $\dot{\sigma}_{22}, \dot{\sigma}_{33}, \dot{\sigma}_{12}, \dot{\sigma}_{13}, \dot{\sigma}_{23}$ равнялись 0. Скорость компоненты напряжения $\dot{\sigma}_{11}$ состояла из блоков, каждый из которых охарактеризован размахом напряжения $\Delta\sigma^{(k)}$, средним значением напряжения $\sigma_m^{(k)}$, частотой $f^{(k)}$ и количеством циклов в блоке $N^{(k)}$. На каждом блоке компонента напряжения σ_{11} описывалась синусоидальной функцией

$$\dot{\sigma}_{11} = \Delta\sigma^{(k)}f^{(k)}\pi \cdot \cos(2\pi t^{(k)}f^{(k)}). \quad (4.5)$$

Переход между блоками $(k-1)$ и k осуществлялся со скоростью $\Delta\sigma^{(k)}f^{(k)}\pi$, равной скорости напряжения в начале k -го блока

$$\dot{\sigma}_{11} = \begin{cases} \Delta\sigma^{(k)}f^{(k)}\pi, & \text{если } \sigma_m^{(k)} \geq \sigma_m^{(k-1)}, \\ -\Delta\sigma^{(k)}f^{(k)}\pi, & \text{если } \sigma_m^{(k)} < \sigma_m^{(k-1)}. \end{cases} \quad (4.6)$$

Для моделирования процессов ползучести использован расчетный случай, заданный следующими шестью компонентами тензора напряжений (случай №1 раздела 3.3)

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T. \quad (4.7)$$

Скорости компонент тензора напряжений $\dot{\sigma}_{22}, \dot{\sigma}_{33}, \dot{\sigma}_{12}, \dot{\sigma}_{13}, \dot{\sigma}_{23}$ равнялись 0. Компонента скорости осевого напряжения $\dot{\sigma}_{11}$ задана следующим уравнением

$$\dot{\sigma}_{11} = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{t_0}, & t < t_0, \\ 0, & t \geq t_0, \end{cases} \quad (4.8)$$

где σ_0 – заданный уровень напряжения, t_0 – время выхода на заданный уровень напряжения.

Расчетные случаи и функции заданных компонент скоростей деформаций и (или) напряжений при моделировании процессов сложного нагружения приведены в разделе 4.4.

При моделировании процессов изотермического деформирования начальное значение температуры T_0 задавалось равным температуре образца в моделируемом эксперименте, а её скорость $\dot{T}$ принималась равной 0. Функция скорости и начальное значение температуры, принимаемые при моделировании неизотермических экспериментов, приведены в разделах 4.1.3, 4.2.4, 4.3.2.

4.1 Термовязкопластическое деформирование бронзового сплава БРХ08-Ш

4.1.1 Циклическое нагружение сплава БрХ08-Ш в условиях высоких температур

Испытания образцов из бронзового сплава БрХ08-Ш проведены в соответствии с ГОСТ 25.502 при симметричном жестком циклическом растяжении-сжатии до разрушения с постоянным размахом деформации. Частота нагружения при испытаниях составляла 5 циклов в минуту. Испытания проведены при температурах 400, 500 и 600 °С. Размах деформаций при температуре 400 °С составил 0.016; при 500 и 600°С – 0.01. При проведении испытаний

регистрировались количество циклов до разрушения, диаграммы циклического деформирования и зависимости размаха напряжения от номера цикла. Число циклов до разрушения определялось наличием в материале образца трещины длиной более 1 мм, либо моментом катастрофического падения размаха напряжений.

В таблице 4.1.1 приведены расчетные и экспериментальные значения числа циклов до разрушения образцов из сплава БрХ08-Ш. На рисунке 4.1.1 приведены зависимости размаха напряжений от номера цикла.

Таблица 4.1.1 – Число циклов до разрушения образцов из сплава БрХ08-Ш

Температура, °С	Эксперимент	Расчет
400	81	76
500	111	121
600	98	89

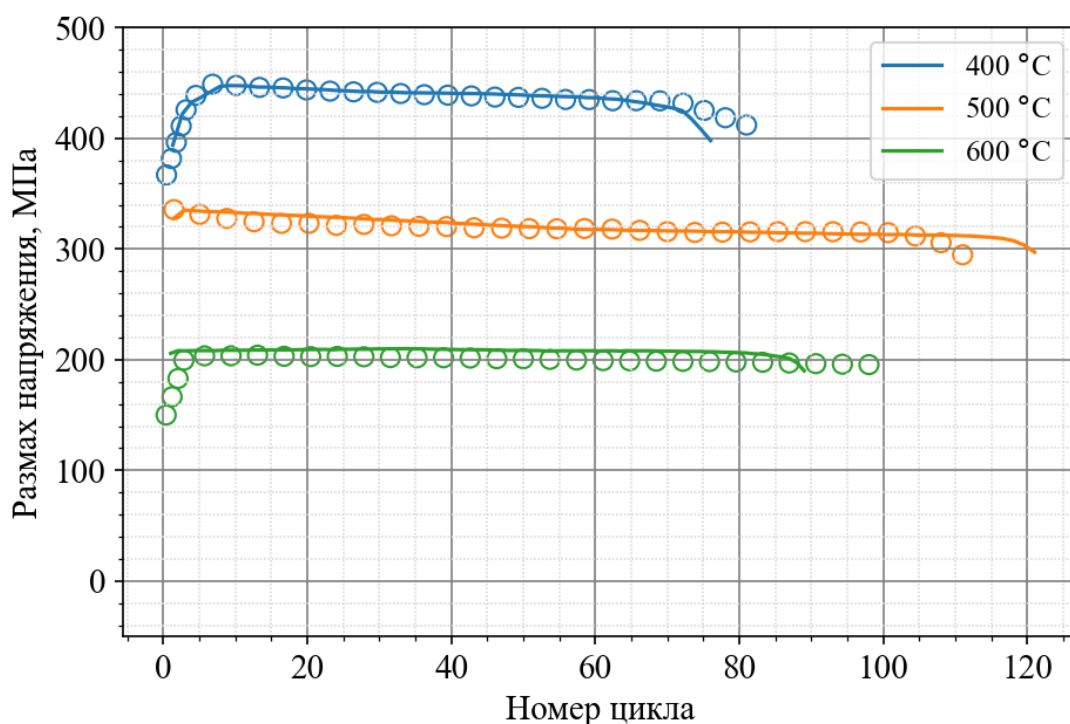


Рисунок 4.1.1 – Экспериментальные и расчетные зависимости размаха напряжений от номера цикла при 400, 500 и 600 °С

На рисунках 4.1.2, 4.1.3 приведены диаграммы циклического деформирования на 1-м и 50-м циклах нагружения при 400, 500 и 600 °С и экспериментальные данные по циклическому деформированию образцов. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками, а расчетные – сплошными линиями.

Сравнение расчетных и экспериментальных результатов показывает, что отличие циклических диаграмм не превышает 10 ÷ 15%, а число циклов до разрушения – 30%.

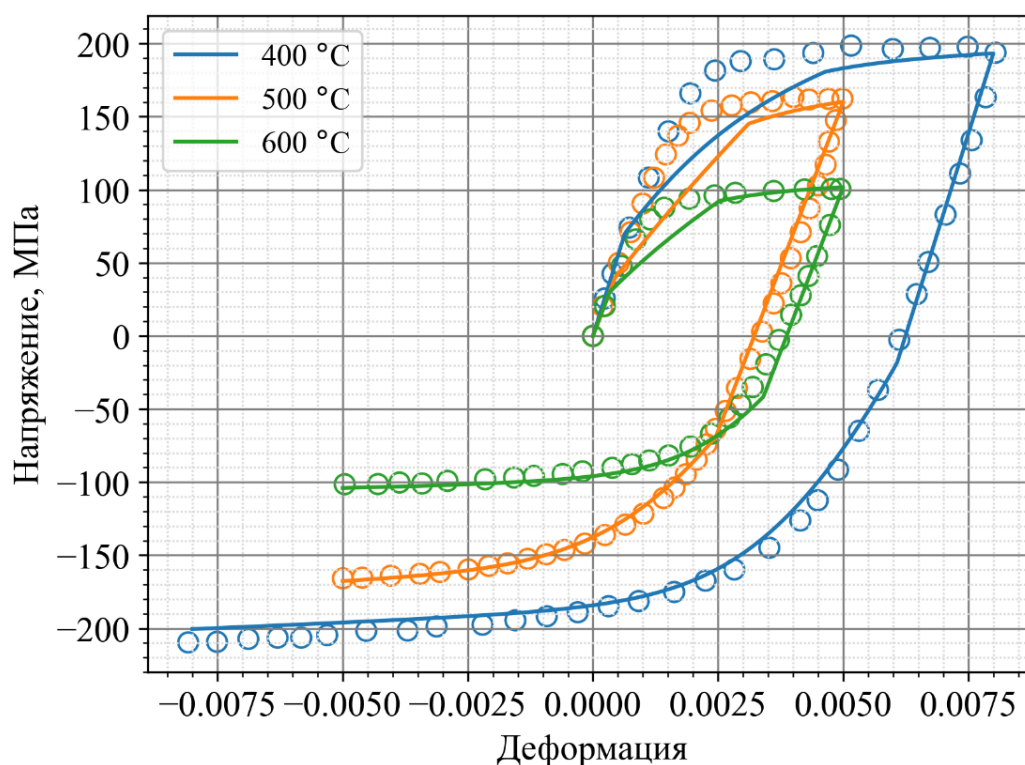


Рисунок 4.1.2 – Экспериментальные и расчетные диаграммы циклического деформирования образцов из сплава БрХ08-Ш на 1-м цикле нагружения при 400, 500 и 600 °С

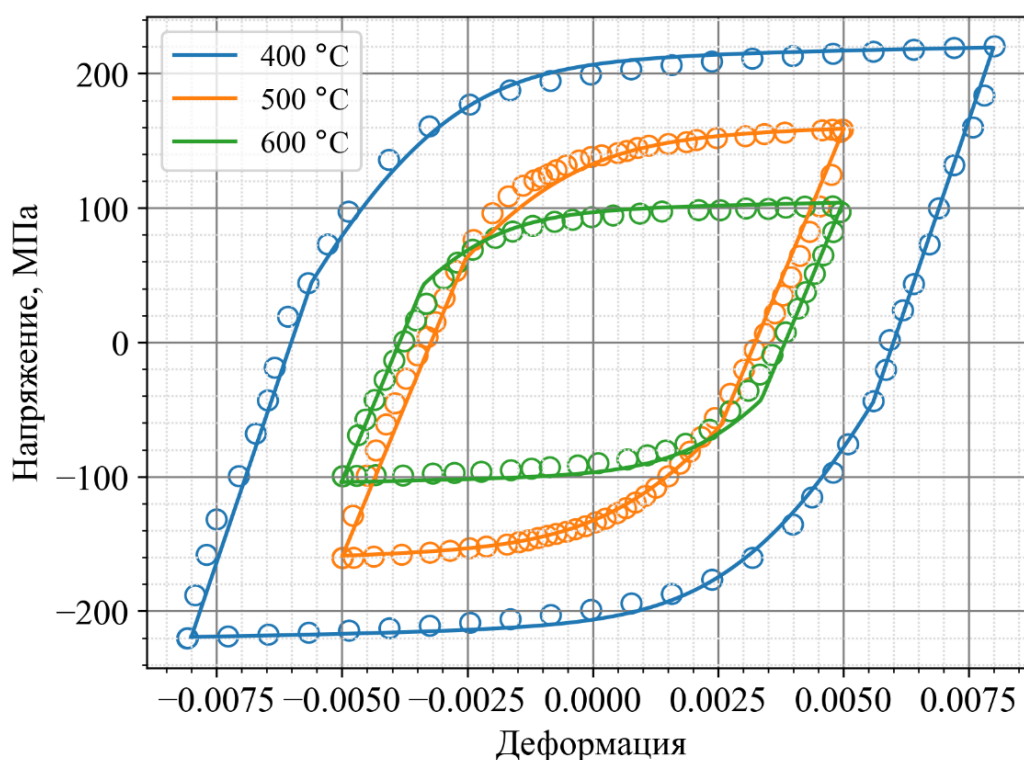


Рисунок 4.1.3 – Экспериментальные и расчетные диаграммы циклического деформирования образцов из сплава БрХ08-Ш на 50-м цикле нагружения при 400, 500 и 600 °С

4.1.2 Ползучесть и длительная прочность сплава БрХ-08Ш в условиях высоких температур

Испытания цилиндрических образцов бронзового из сплава БрХ08-Ш в условиях ползучести проводились в соответствии с ГОСТ 3248-81. При постоянной нагрузке и постоянной температуре измерено относительное удлинение образца с помощью навесного экстензометра с базой 25 мм. Испытания проведены при температурах 400, 500 и 600 °С и трех уровнях напряжения для каждой температуры (таблица 4.1.2).

Таблица 4.1.2 – Уровни напряжений в испытаниях на ползучесть образцов из сплава БрХ08-Ш

Температура, °С	Уровни напряжений, МПа		
400	133	151	158
500	85	99	113
600	53	62	71

Время выхода на заданный уровень составило 10 секунд. По результатам испытаний зафиксирована зависимость деформации от времени вплоть до разрушения. На рисунках 4.1.4 – 4.1.6 приведены результаты расчетов и экспериментов на ползучесть образцов из сплава БрХ08-Ш при температурах 400, 500 и 600 °С при трех различных уровнях напряжения на каждой температуре. На рисунке 4.1.7 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы длительной прочности при температурах 400, 500 и 600 °С. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками, а расчетные – сплошными линиями.

Из анализа диаграмм ползучести следует, что деформация разрушения заметно уменьшается (практически в четыре раза) за время порядка 100 мин. Это говорит о значительном охрупчивании бронзового сплава при его деформировании в условиях высоких температур. Сравнение расчетных и экспериментальных результатов показывает, что отличие диаграмм ползучести и длительной прочности не превышает 30%.

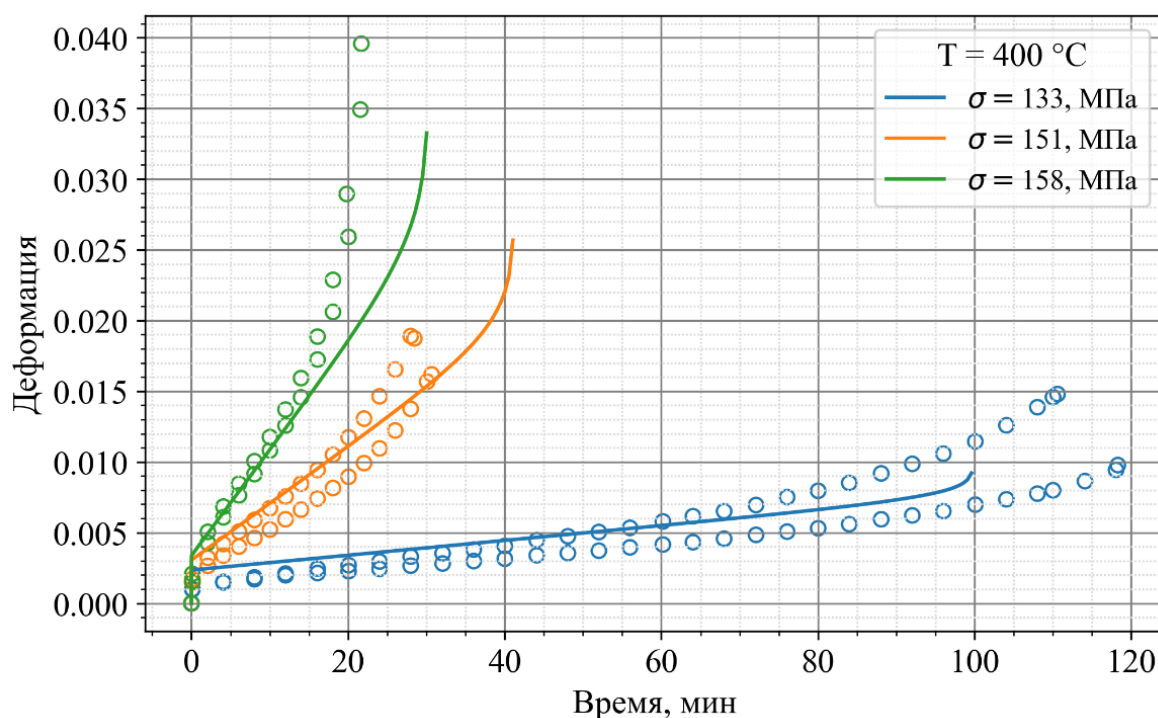


Рисунок 4.1.4 – Диаграммы ползучести образцов из сплава БрХ08- при температуре 400 °С

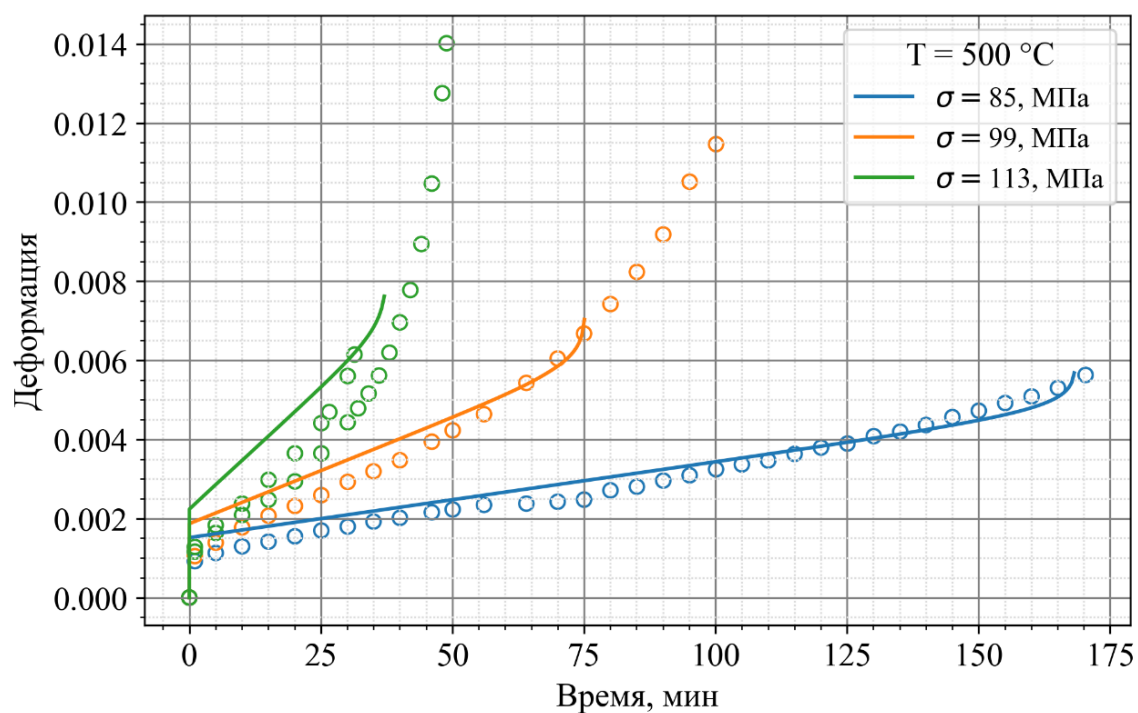


Рисунок 4.1.5 – Диаграммы ползучести образцов из сплава БрХ08-III при температуре $500\text{ }^{\circ}\text{C}$

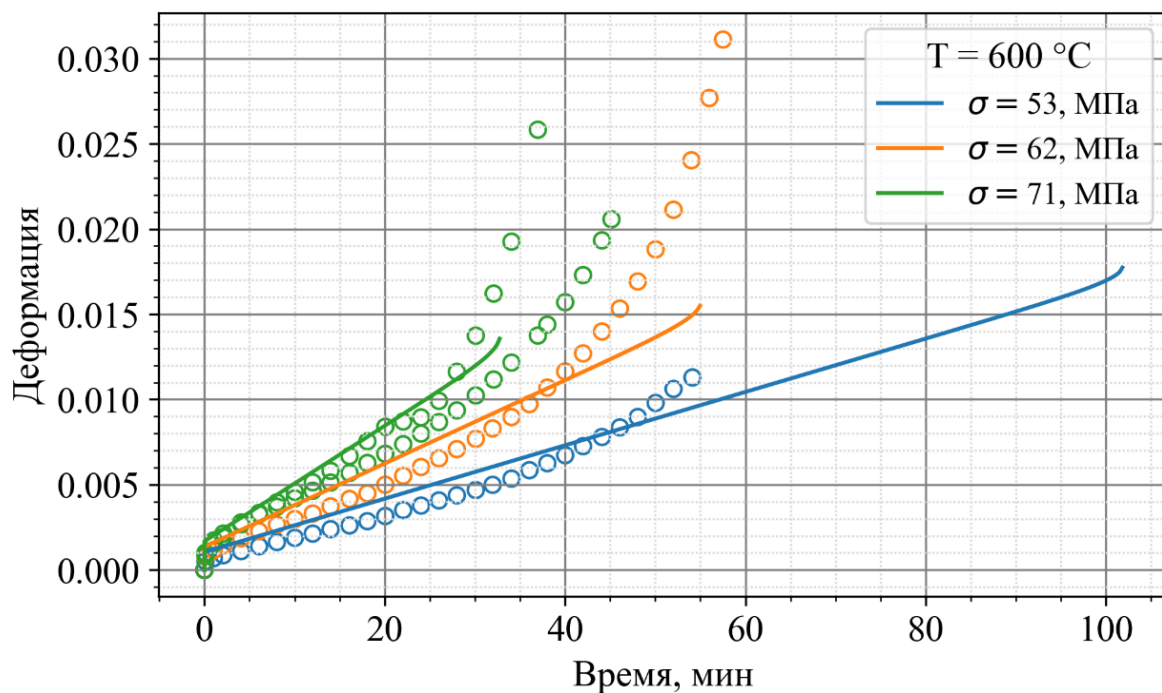


Рисунок 4.1.6– Диаграммы ползучести образцов из сплава БрХ08-III при температуре $600\text{ }^{\circ}\text{C}$

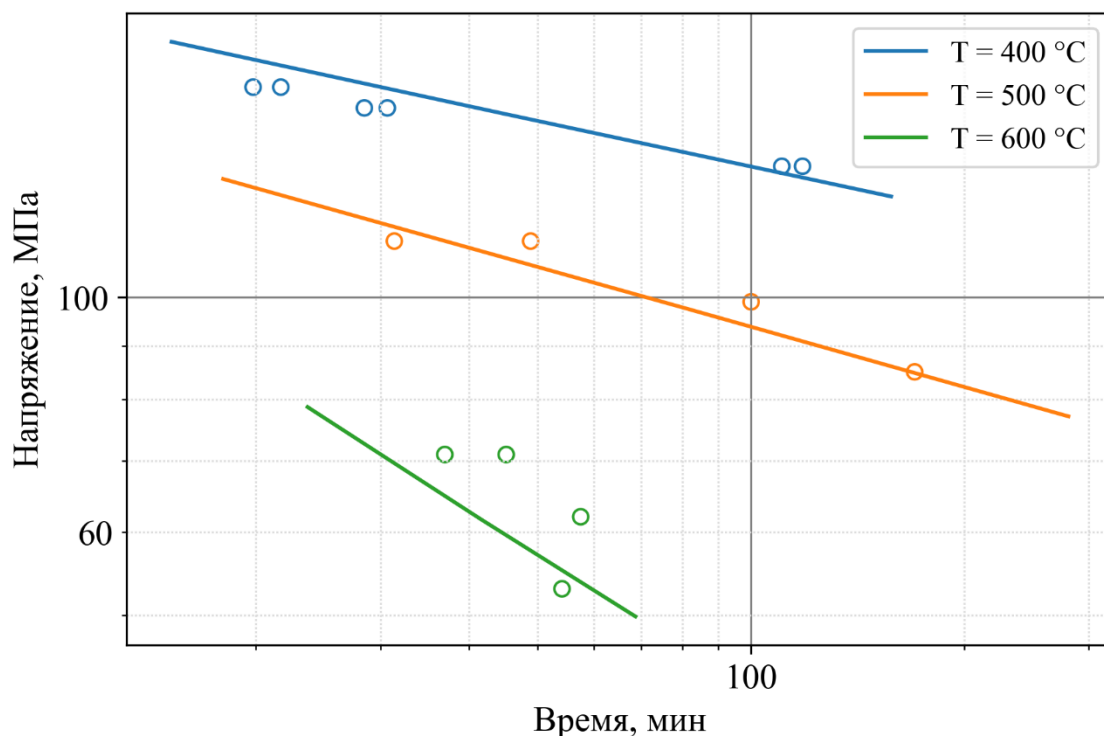


Рисунок 4.1.7 – Диаграммы длительной прочности образцов из сплава БрХ08-Ш при температурах 400, 500 и 600 °C

4.1.3 Вязкопластическое деформирование сплава БрХ-08Ш при неизотермическом длительном нагружении

Проведен неизотермический эксперимент на образцах из бронзового сплава БрХ08-Ш. Ненагруженный образец нагревался до 400 °C. Затем образец растягивался за 10 секунд до напряжения 76.6 МПа и выдерживался 15 минут при температуре 400 °C. В следующие 10 минут температура повышалась до 550 °C, а затем в следующие 10 минут – до 600 °C. Время выдержки при 600 °C составляло 15 минут, после чего образец охлаждался и разрушился через 15 минут с начала момента охлаждения при температуре 440 °C. В результате эксперимента были получены зависимости температуры и деформации от времени.

При проведении расчета, функция температуры задавалась в табличном виде, по которой для каждого момента времени определялась её скорость. Функция скорости температуры приведена в таблице 4.1.3.

Таблица 4.1.3 – Значения температуры и скорости температуры в эксперименте на неизотермическую ползучесть сплава БрХ08-Ш

Время, мин	Скорость температуры, °С/мин
0 - 16	0.0
16 - 27	13.6
27 - 38	4.5
38 – 53	0.0
53 – 64	-14.5

На рисунке 4.1.8 синей линией показано изменение температуры от времени, черной линией – расчетное изменение полной деформации, а черными кружками – экспериментальные значения полной деформации. Расчетное время разрушения составило 54 мин., а экспериментальное – 60 мин.

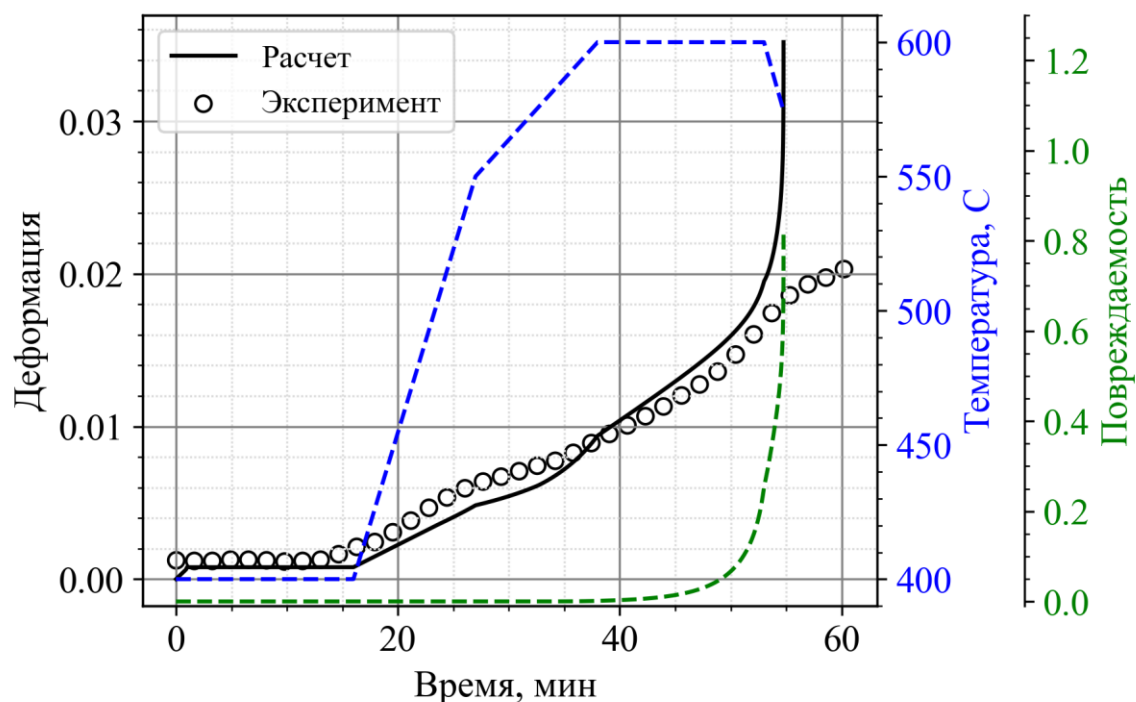


Рисунок 4.1.8 – Зависимость полной деформации, температуры образца и повреждаемости от времени для образцов из сплава БрХ08-Ш при неизотермическом нагружении

Сравнение расчетных и экспериментальных результатов показывает, что отличие деформаций ползучести и времени до разрушения не превышает 10 ÷ 15 %.

4.2 Термовязкопластическое деформирование нержавеющей стали 12X18Н10Т

4.2.1 Циклическое и монотонное деформирование нержавеющей стали 12X18Н10Т в условиях высоких и нормальной температур при жестком режиме нагружения

Проведены испытания по нестационарному нагружению, состоящему из комбинации циклических симметричных и несимметричных блоков жесткого нагружения и монотонных переходов между ними на цилиндрических образцах из нержавеющей стали 12X18Н10Т. Для измерения деформации использован экстензометр с рабочей длиной 10 мм. Испытания образцов проведены в условиях одноосного циклического растяжения. В экспериментах температура образцов оставалась постоянной. Проведены эксперименты при температурах 20, 300 и 600 °С. Частота нагружения составила 0.2 Гц. Значения размаха, среднее значение деформации и количество циклов на каждом блоке приведены в таблицах 4.2.1 – 4.2.3.

Таблица 4.2.1 – Эксперимент по нестационарному нагружению при 20 °С

Блок	$\varepsilon_m^{(k)}$	$\Delta\varepsilon^{(k)}$	$N^{(k)}$
1	0	0.016	20
2	0.05	0.012	220
3	0.1	0.012	До разрушения

Таблица 4.2.2 – Эксперимент по нестационарному нагружению при 300 °С

Блок	$\varepsilon_m^{(k)}$	$\Delta\varepsilon^{(k)}$	$N^{(k)}$
1	0.006	0.012	30
2	0.05	0.008	До разрушения

Таблица 4.2.3 – Эксперимент по нестационарному нагружению при 600 °С

Блок	$\varepsilon_m^{(k)}$	$\Delta\varepsilon^{(k)}$	$N^{(k)}$
1	0.006	0.012	26
2	0.05	0.008	До разрушения

На рисунках 4.2.1 – 4.2.3 приведены диаграммы циклического деформирования для всего эксперимента при 20, 300 и 600 °С. На рисунках 4.2.4 – 4.2.6 приведены расчетные и экспериментальные значения размахов и средние значения напряжений в экспериментах при 20, 300 и 600 °С. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками. На рисунках 4.2.1 – 4.2.6 сплошными линиями обозначены результаты расчетов по модифицированной модели термовязкопластичности. Для сравнения приведены результаты расчета по модели неупругости, обозначенные пунктирными линиями. Из результатов следует, что при жестком режиме нагружения модификация модели термовязкопластичности позволяет учитывать влияние эффектов посадки петли упругопластического гистерезиса, а также упрочнение и разупрочнение, возникающее при переходе от циклического нагружения к монотонному и обратно. В таблице 4.2.4 приведены расчетные и экспериментальные значения циклов до разрушения стали 12X18H10T.

Таблица 4.2.4 Число циклов до разрушения стали 12X18H10T

Температура, °С	Эксперимент	Расчет
20	2791	2469
300	4973	4779
600	3371	3243

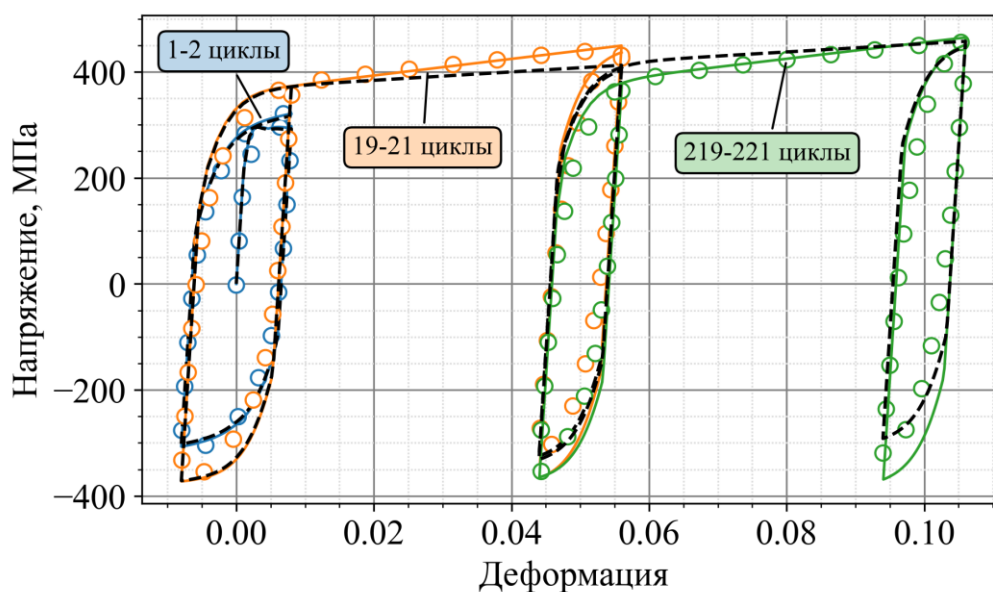


Рисунок 4.2.1 – Экспериментальные и расчетные диаграммы деформирования для образцов из стали 12Х18Н10Т при 20 °С

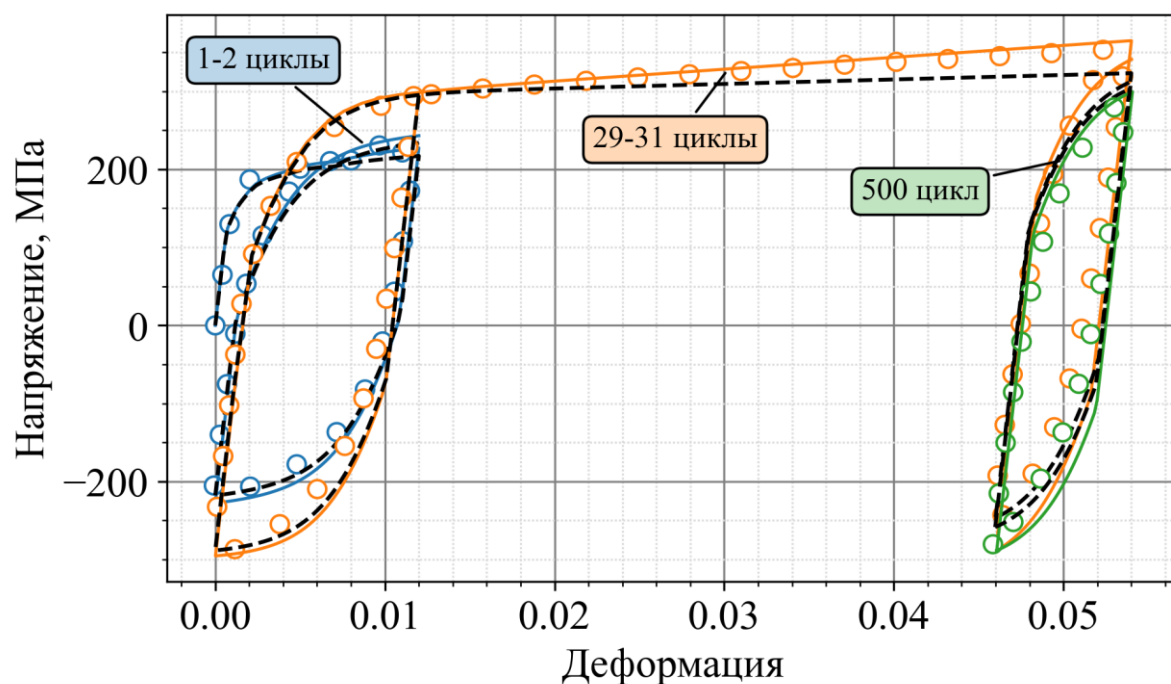


Рисунок 4.2.2 – Экспериментальные и расчетные диаграммы деформирования для образцов из стали 12Х18Н10Т при 300 °С

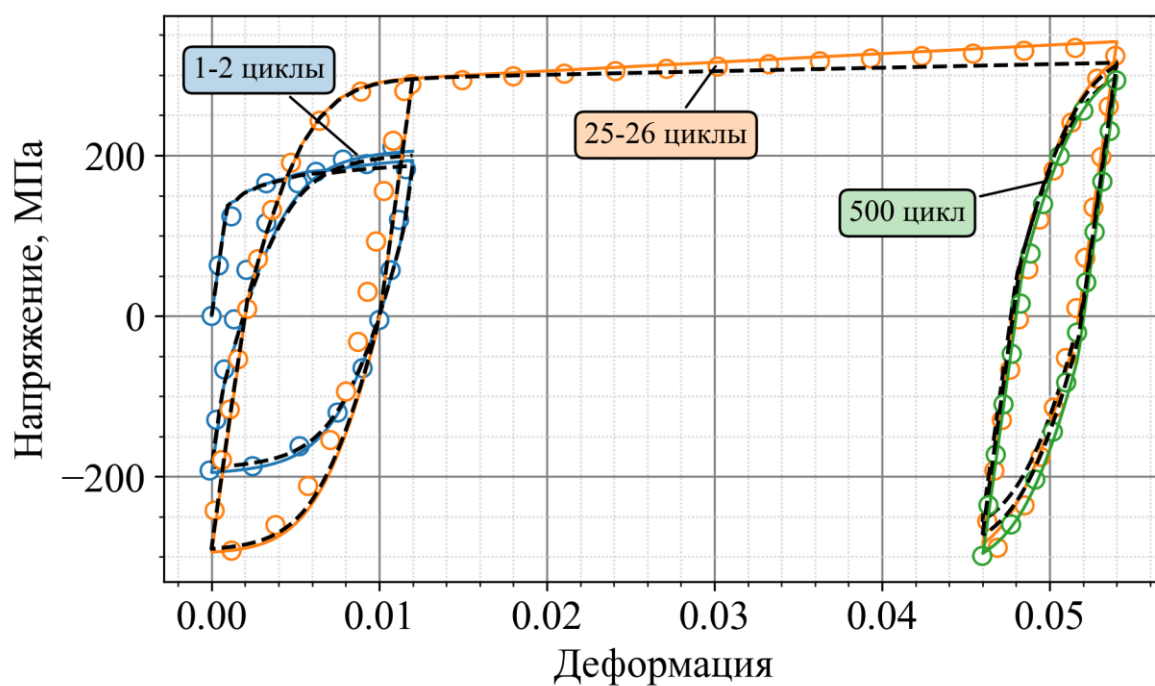


Рисунок 4.2.3 – Экспериментальные и расчетные диаграммы деформирования для образцов из стали 12Х18Н10Т при 600 °С

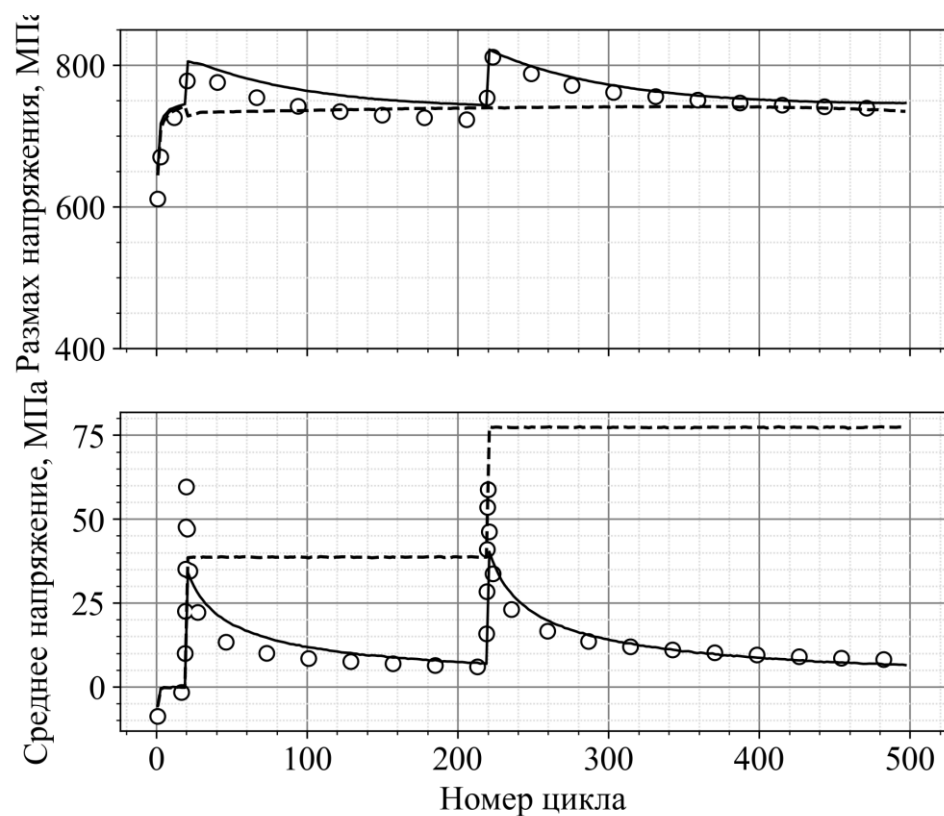


Рисунок 4.2.4 – Зависимость размаха и среднего напряжения от номера цикла для образцов из стали 12X18H10T при 20 °С

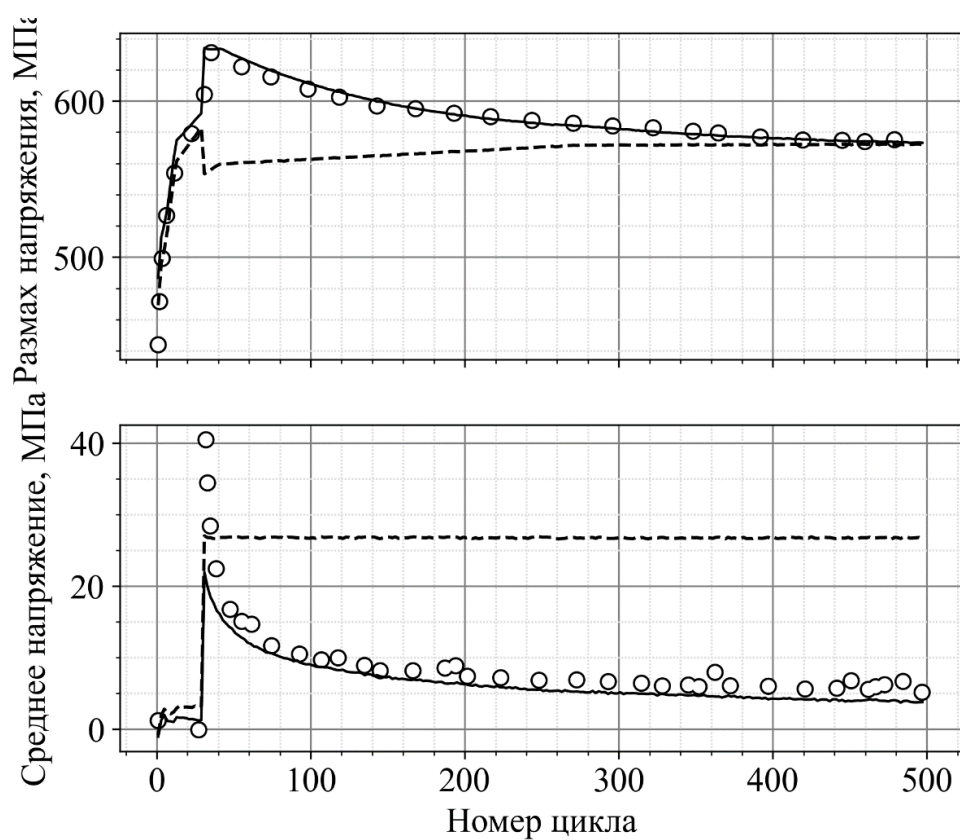


Рисунок 4.2.5 – Зависимость размаха и среднего напряжения от номера цикла для образцов из стали 12X18H10T при 300 °С

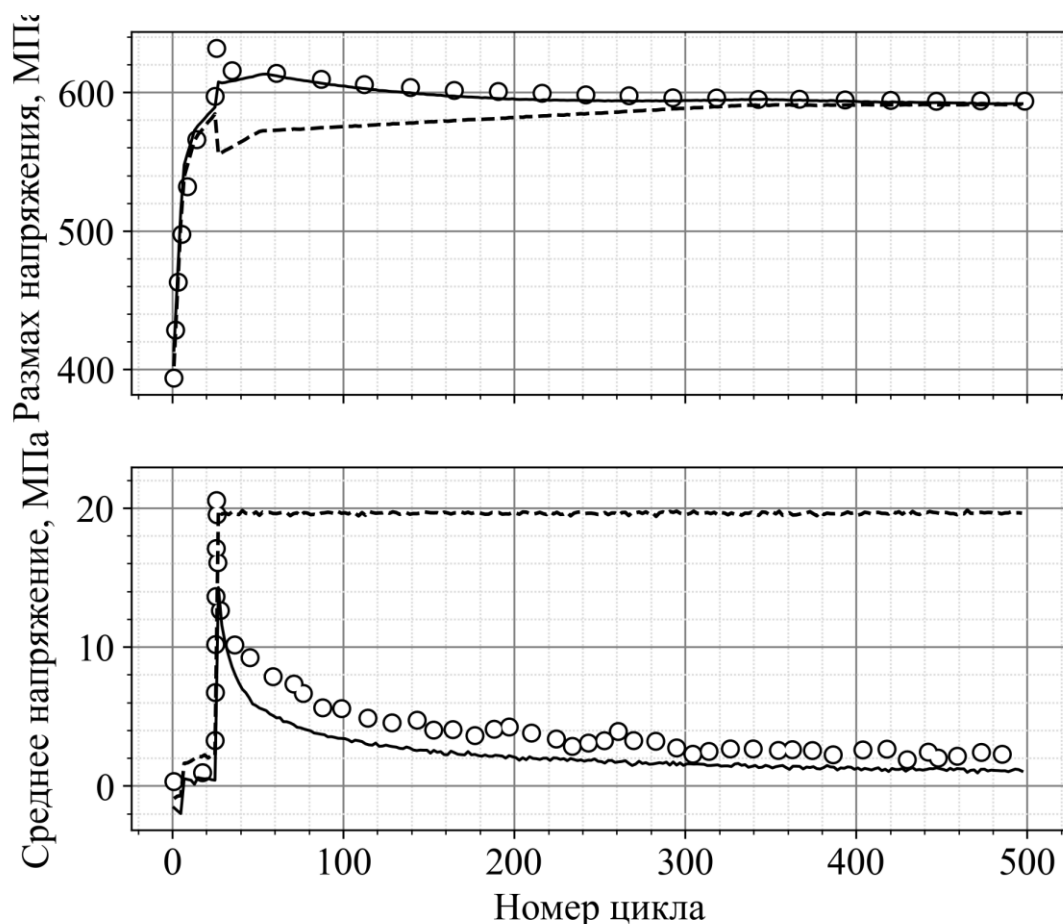


Рисунок 4.2.6 – Зависимость размаха и среднего напряжения от номера цикла для образцов из стали 12X18H10T при 600 °С

4.2.2 Циклическое деформирование нержавеющей стали 12X18H10T при нормальной температуре при мягком режиме нагружения

Проведены испытания образцов из стали 12X18H10T при мягком несимметричном циклическом нагружении. Эксперимент состоит из трех блоков циклических симметричных и несимметричных нагружений. Частота нагружения на каждом блоке составляла 0.2 Гц. В процессе нагружения по навесному экстензометру с измерительной базой 10 мм фиксировались размах и среднее значение деформации в каждом цикле нагружения. Размах и среднее значение напряжения и количество циклов на каждом блоке приведены в таблице 4.2.5.

Таблица 4.2.5 – Эксперимент при мягком несимметричном циклическом нагружении при 20 °С

Блок	$\sigma_m^{(k)}$	$\Delta\sigma^{(k)}$	$N^{(k)}$
1	0	500	20
2	0	600	50
3	50	700	50
4	0	600	50

На рисунке 4.2.7 приведены расчетные и экспериментальные результаты изменения размаха деформации и средней деформации цикла в процессе мягкого циклического нагружения. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками. Сплошными линиями обозначены результаты расчетов по модифицированной модели термовязкопластичности. Для сравнения приведены результаты расчета по модели неупругости, обозначенные пунктирными линиями. Из результатов следует, что модификация модели термовязкопластичности позволяет описывать эффект вышагивания (ratcheting), возникающий при мягком несимметричном режиме нагружения.

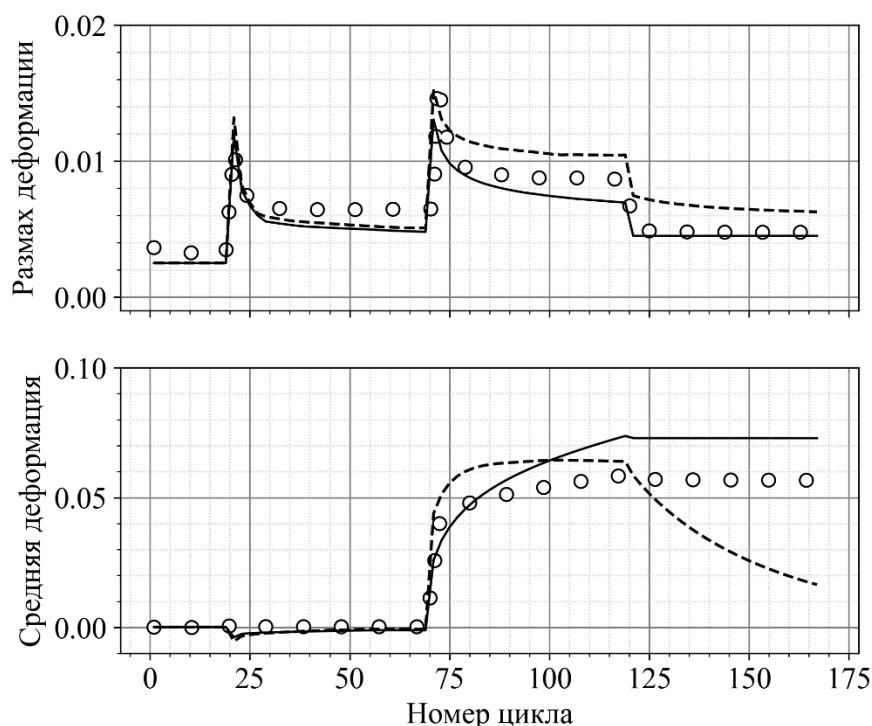


Рисунок 4.2.7 - Зависимости размаха деформации и средней деформации от номера цикла при мягком циклическом нагружении стали 12X18H10T

4.2.3 Ползучесть и длительная прочность нержавеющей стали 12X18Н10Т в условиях высоких температур

Проведен эксперимент в условиях ползучести на образцах из нержавеющей стали 12X18Н10Т при температурах 600°C и 700°C и трех уровнях напряжения при каждой температуре. Испытания образцов проведены в соответствии с ГОСТ 3248-81. Для учета формоизменения образца при проведении испытаний на ползучесть и длительную прочность, в функцию модели, в которой задаются внешние воздействия на точку материала, внедрен пересчет функций скоростей заданных номинальных напряжений $\dot{\sigma}_{11}^H$ в истинные $\dot{\sigma}_{11}^I$

$$\sigma_{11}^I = \sigma_{11}^H e^{-(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})}, \quad (4.2.1)$$

$$\dot{\sigma}_{11}^I = \dot{\sigma}_{11}^H e^{-(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})} - \sigma_{11}^I (\dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33}). \quad (4.2.2)$$

Здесь ε_{ij} и $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – тензоры деформаций и их скоростей, выраженные в логарифмической мере. Для упрощения вычислений значения скоростей поперечных деформаций $\dot{\varepsilon}_{22}$ и $\dot{\varepsilon}_{33}$ принимаются равными значениям, вычисленным на предыдущем расчетном шаге.

На рисунках 4.2.8 и 4.2.9 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы ползучести вплоть до разрушения стали 12X18Н10Т при температурах 600°C и 700°C и трех уровнях напряжения: 343, 360 и 377 МПа, а на рисунке 4.2.10 приведены диаграммы длительной прочности стали 12X18Н10Т. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками, а расчетные – сплошными линиями.

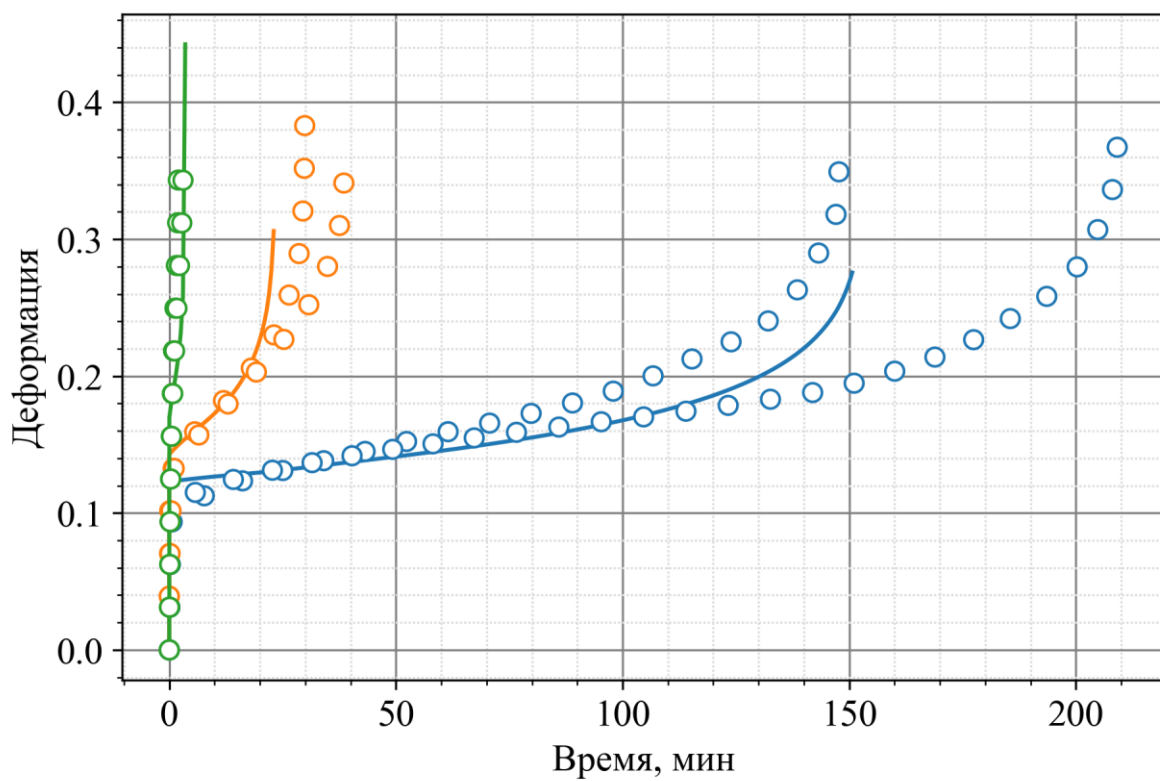


Рисунок 4.2.8 – Диаграммы ползучести стали 12Х18Н10Т при 600 °С

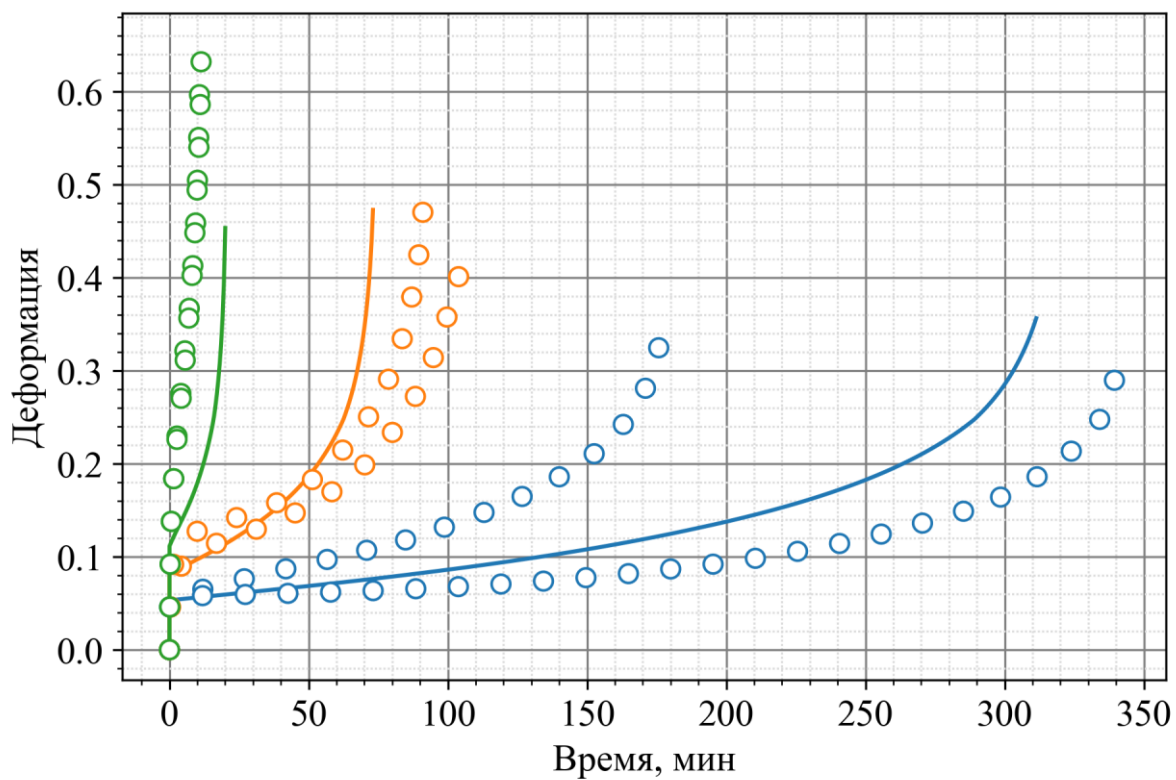


Рисунок 4.2.9– Диаграммы ползучести стали 12Х18Н10Т при 700 °С

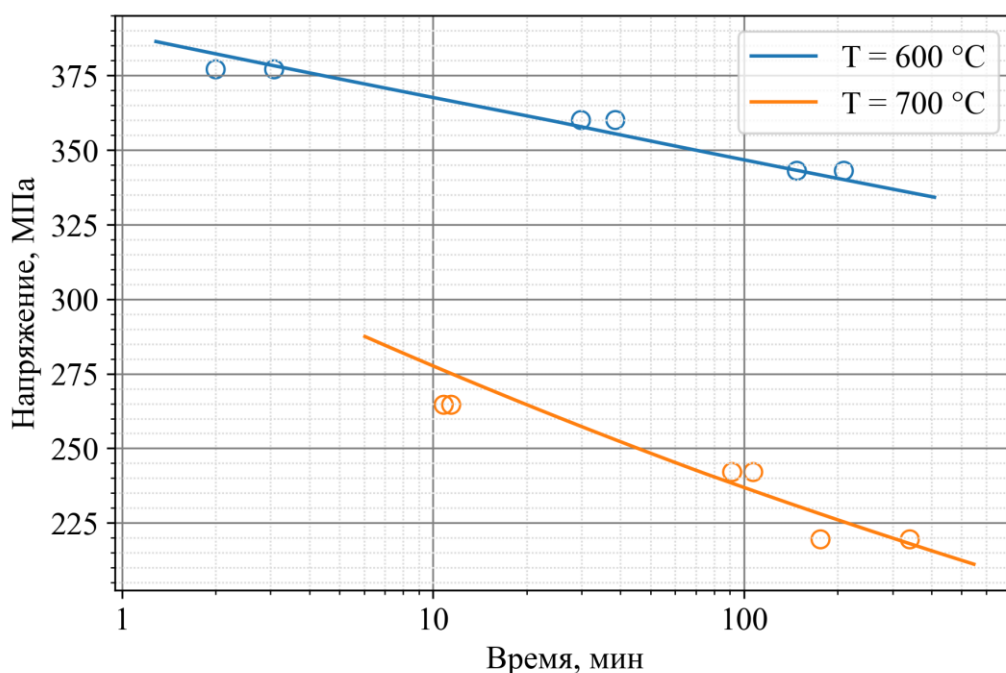


Рисунок 4.2.10 – Диаграммы длительной прочности стали 12H18N10T

4.2.4 Вязкопластическое деформирование нержавеющей стали 12X18N10T при неизотермическом циклическом нагружении

Проведены два неизотермических эксперимента на образцах из нержавеющей стали 12X18N10T. Оба эксперимента проводились при постоянном размахе деформации 0.008 и частоте 0.4 Гц. В первом случае (программа 1) в начале нагружения образец нагревали от 20 до 600 °C, затем температуру образца поддерживали постоянной на уровне 600 °C, после чего охлаждали до 200 °C, нагревали до 600 °C и доводили до разрушения при постоянной температуре 600 °C. Во втором эксперименте (программа 2) образец охлаждали с 600 до 250 °C, затем нагревали до 600 °C с последующей выдержкой и охлаждением, в процессе охлаждения образец разрушился.

При проведении расчета функция температуры задавалась в табличном виде, для каждого момента времени определялась скорость температуры. Функции температуры для программ 1 и 2 приведены в таблицах 4.2.6, 4.2.7.

Таблица 4.2.6 – Скорости температуры по программе 1

Номера циклов	Время, мин	Скорость температуры, °С/мин
0	0	-
0-590	0-236	0.881
590-630	236-252	1.275
630-1312	252-525	0.012
1312-1700	525-680	-0.320
1700-2500	680-1000	-0.194
2500-3410	1000-1364	-0.115
3410-3865	1364-1546	0.780
3865-4100	1546-1640	0.115
4100-6000	1640-2400	0.0016

Таблица 4.2.7 – Скорости температуры по программе 2

Номера циклов	Время, мин	Скорость температуры, °С/мин
0	0	-
0-500	0-200	-0.402
500-1170	200-468	-0.234
1170-1400	468-560	1.270
1400-1500	560-600	0.530
1500-1700	600-680	0.070
1700-2070	680-828	0.000
2070-2330	828-932	-0.481
2330-3200	932-1280	-0.264

На рисунках 4.2.11 и 4.2.13 показаны петли гистерезиса при неизотермическом циклическом деформировании для программ 1 и 2. На рисунках 4.2.12 и 4.2.14 показаны температуры образца в зависимости от цикла нагружения, а также расчетные и экспериментальные изменения диапазона напряжений, вызванные циклической неизотермической деформацией для программ 1 и 2. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками, а расчетные – сплошными линиями.

При испытаниях по программе 1 экспериментально материал выдержал 5500 циклов до разрушения, тогда как расчеты прогнозировали 5000 циклов; при испытаниях по программе 2 образец разрушился после 3200 циклов нагружения при расчетном значении в 2700 циклов.

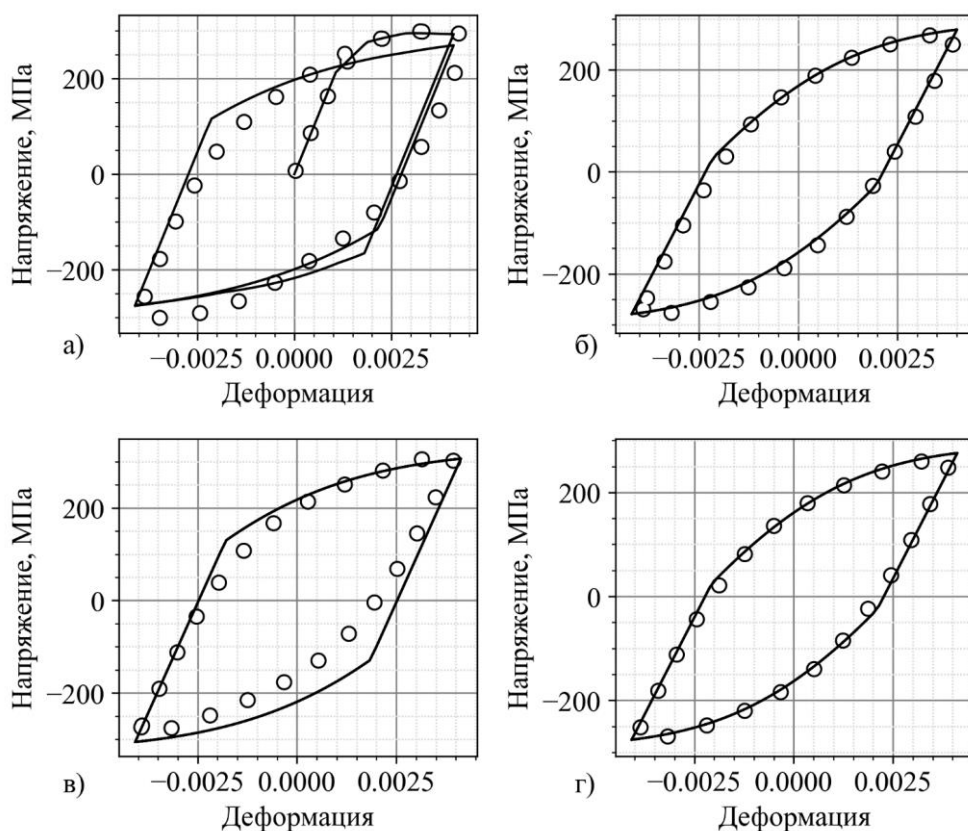


Рисунок 4.2.11 – Петли гистерезиса при неизотермическом циклическом деформировании по программе 1: а – на нулевом цикле, б – на 1000-м цикле, в – на 3000-м цикле, г – на 5000-м цикле

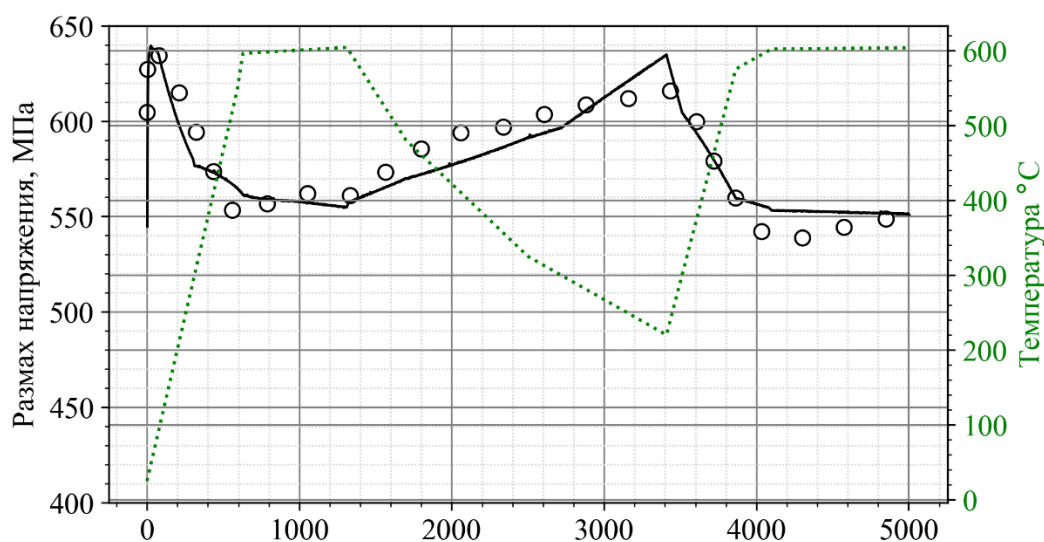


Рисунок 4.2.12 – Зависимость температуры образца и размаха напряжений от числа циклов по программе 1

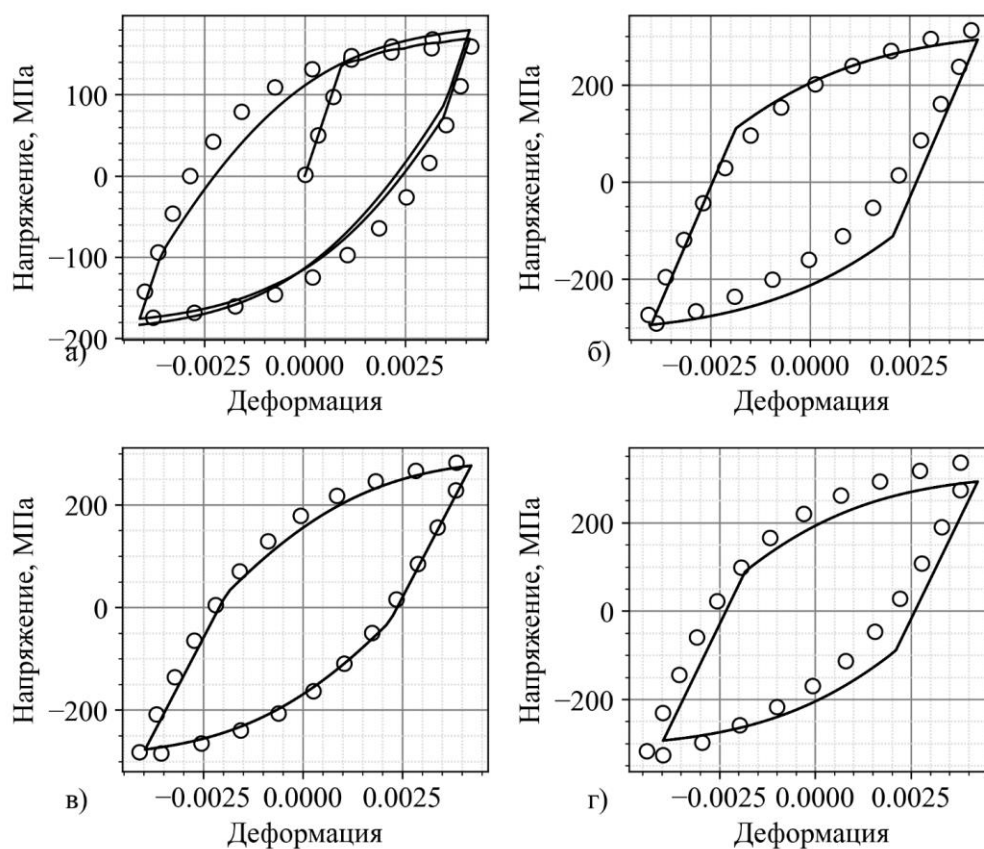


Рисунок 4.2.13 – Петли гистерезиса при неизотермическом циклическом деформировании по программе 1: а – на нулевом цикле, б – на 1000-м цикле, в – на 2000-м цикле, г – на 2700-м цикле

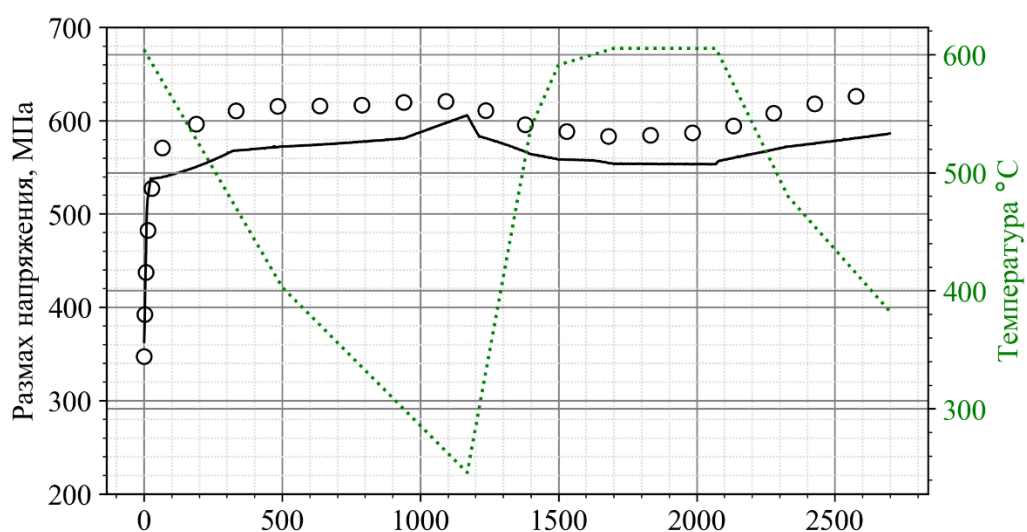


Рисунок 4.2.14 – Зависимость температуры образца и размаха напряжений от числа циклов по программе 2

4.3 Термовязкопластическое деформирование алюминиевого сплава АЛ-25

4.3.1 Циклическое нагружение сплава АЛ-25 в условиях высоких температур

Экспериментальные исследования циклического деформирования на образцах алюминиевого сплава АЛ-25 из работы Е.А. Аверченкова и др. [3] проведены на при температурах 150, 250 и 350 °С при симметричном цикле нагружения. Размах деформации составлял 0.0065, а скорость деформирования 10^{-4} с^{-1} , при данной скорости эффекты ползучести становятся заметными начиная с температуры 250°С, длительность цикла нагружения составляла 130 с.

Расчетные и экспериментальные диаграммы циклического деформирования при температурах 150, 250 и 350 °С приведены на рисунках 4.3.1 – 4.3.3, где сплошной линией показан расчет, кружками – эксперимент. Для температур 150 и 250 °С приведены циклические диаграммы 1-го, 10-го и 40-го циклов нагружения. Для температуры 350 °С приведены циклические диаграммы 10-го и 40-го циклов нагружения. Отличие расчетных результатов от экспериментальных не превышает 5%.

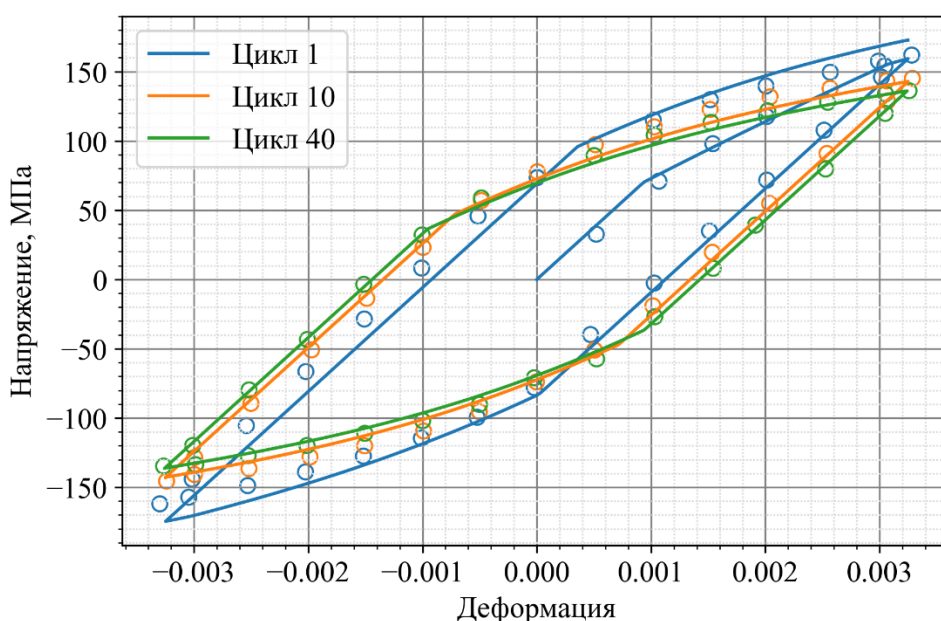


Рисунок 4.3.1 – Диаграмма циклического деформирования
при температуре 150 °С

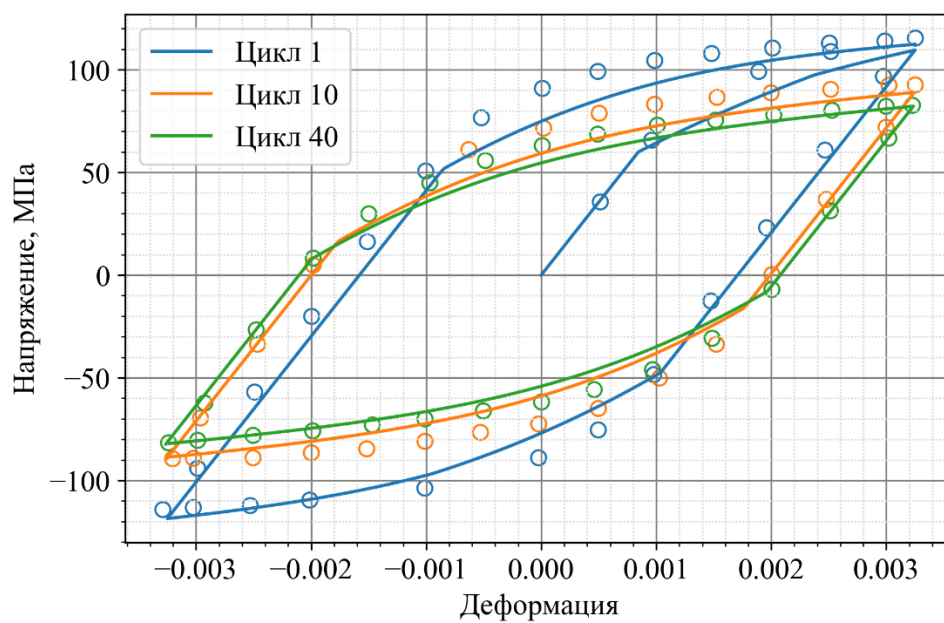


Рисунок 4.3.2 – Диаграмма циклического деформирования
при температуре 250 °С

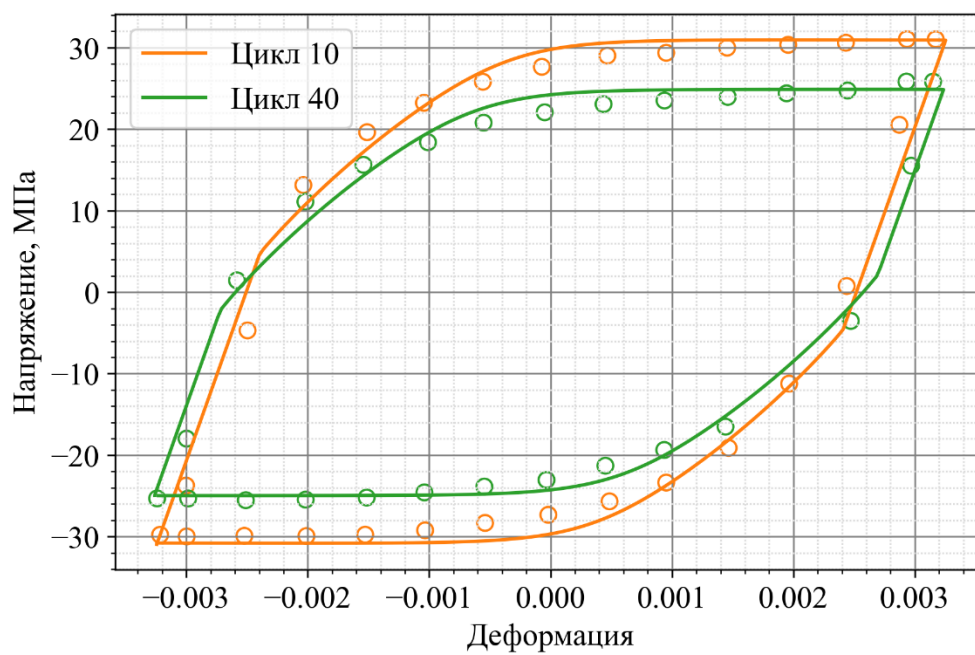


Рисунок 4.3.3 – Диаграмма циклического деформирования
при температуре 350 °С

4.3.2 Вязкопластическое деформирование сплава АЛ-25 при неизотермическом циклическом нагружении

Исследования Е.А. Аверченкова и др. [3] в условиях неизотермического нагружения проведены на образцах алюминиевого сплава АЛ-25. В процессе испытаний, деформация и температура изменялись по треугольному закону. Размах деформации составлял 0.007, а среднее значение – 0.0023. Температура изменялась в противофазе. Размах температуры составлял 150°С, а среднее значение – 225°С. Длительность цикла нагружения составляла 180 с. Выход на циклическое нагружение осуществлялся при температуре 150°С. При проведении расчета функция скорости температуры в блоке нагружения задавалась следующей функцией

$$\dot{T} = \begin{cases} -\frac{\Delta T}{90}, & \text{если } \left(\frac{t}{180} - \left\lfloor \frac{t}{180} \right\rfloor \right) < 0.5, \\ \frac{\Delta T}{90}, & \text{если } \left(\frac{t}{180} - \left\lfloor \frac{t}{180} \right\rfloor \right) \geq 0.5, \end{cases} \quad (4.3.1)$$

где ΔT – размах температуры.

Диаграммы циклического нагружения приведены на рисунке 4.3.4 для 1-го и 6-го циклов нагружения, расчет показан сплошными кривыми, эксперимент – кружками. Отличие результатов расчета от эксперимента не превышает 10%.

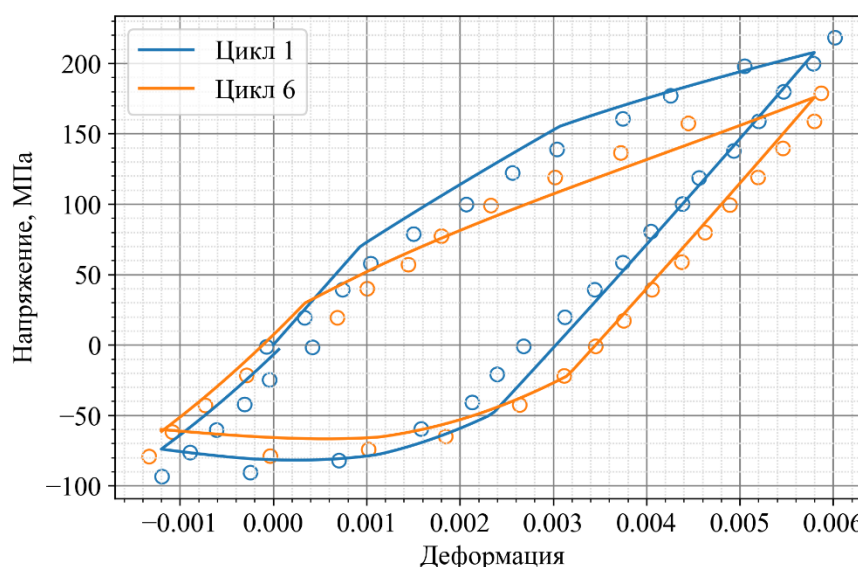


Рисунок 4.3.4 – Диаграмма нелинейно-упругого нагружения
алюминиевого сплава АЛ-25

4.4 Вязкопластическое деформирование конструкционных сталей и сплавов при сложном нагружении

4.4.1 Ползучесть стали 304 при сложном длительном нагружении в условиях высоких температур

Экспериментальные исследования И. Охаши [174] проводились при циклическом вращении вектора напряжений на углы от 90° до 180° с выдержкой в максимальных по интенсивности напряжений точках. Объектом испытаний являлись трубчатые образцы из нержавеющей стали 304. При постоянной температуре 650°C образец нагружался крутящим моментом, проводились Р, М – опыты при мягком нагружении. Каждый цикл нагружения состоял шести этапов: быстрого кручения, выдержки, быстрой разгрузки и быстрого кручения и/или растяжения, выдержки и последующей быстрой разгрузки. Интенсивность напряжений в максимальных точках имела величину 137.7 МПа, длительность выдержки составляла 8 ч. Нагружение и разгрузка проводились со скоростью 49 МПа/мин. Угол между векторами напряжений θ при первой и второй выдержке задавался равным 90° , 150° и 180° . На рисунке 4.4.1 приведена схема циклического нагружения образца.

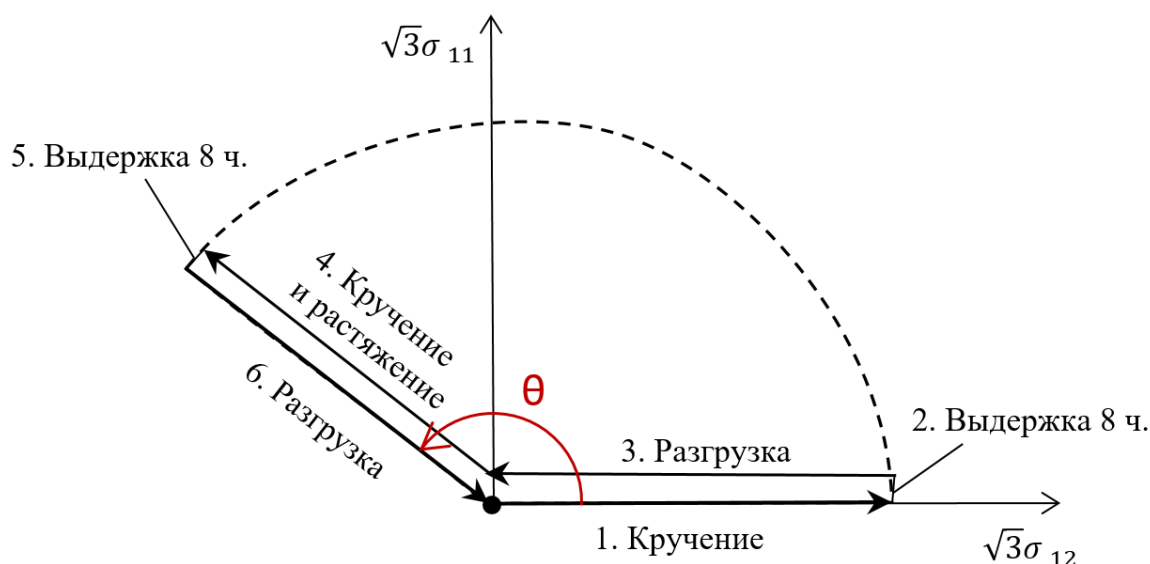


Рисунок 4.4.1 – Схема циклического нагружения

Расчет проведен при случае нагружения, заданном следующими компонентами тензоров скоростей напряжений (случай мягкого нагружения № 1 раздела 3.3)

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\sigma}_{11} \dot{\sigma}_{22} \dot{\sigma}_{33} \dot{\sigma}_{12} \dot{\sigma}_{13} \dot{\sigma}_{23}]^T.$$

Компоненты скоростей напряжений $\dot{\sigma}_{22}$, $\dot{\sigma}_{33}$, $\dot{\sigma}_{13}$, $\dot{\sigma}_{23}$ равны 0.

Компоненты скоростей напряжения $\dot{\sigma}_{11}$ и $\dot{\sigma}_{12}$ задавались в табличном виде. Их значения в зависимости от времени цикла нагружения приведено в таблице 4.4.1.

Таблица 4.4.1 – Значения скоростей напряжения в зависимости от времени цикла

№ этапа	Время, мин	$\dot{\sigma}_{11}$, МПа/мин	$\dot{\sigma}_{12}$, МПа/мин
1	0 – 2.8	0	$\frac{49}{\sqrt{3}}$
2	2.8 – 482.8	0	0
3	482.8 – 485.6	0	$-\frac{49}{\sqrt{3}}$
4	485.6 – 488.4	$49\sin(\theta)$	$\frac{49}{\sqrt{3}}\cos(\theta)$
5	488.4 – 968.4	0	0
6	968.4 – 971.2	$-49\sin(\theta)$	$-\frac{49}{\sqrt{3}}\cos(\theta)$

На рисунках 4.4.2 – 4.4.4 показаны задаваемые траектории напряжений и результаты исследований при углах вращения вектора напряжений 90, 150 и 180°. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками, расчетные – сплошными линиями. Отличие расчетных и экспериментальных результатов не превышает 30%.

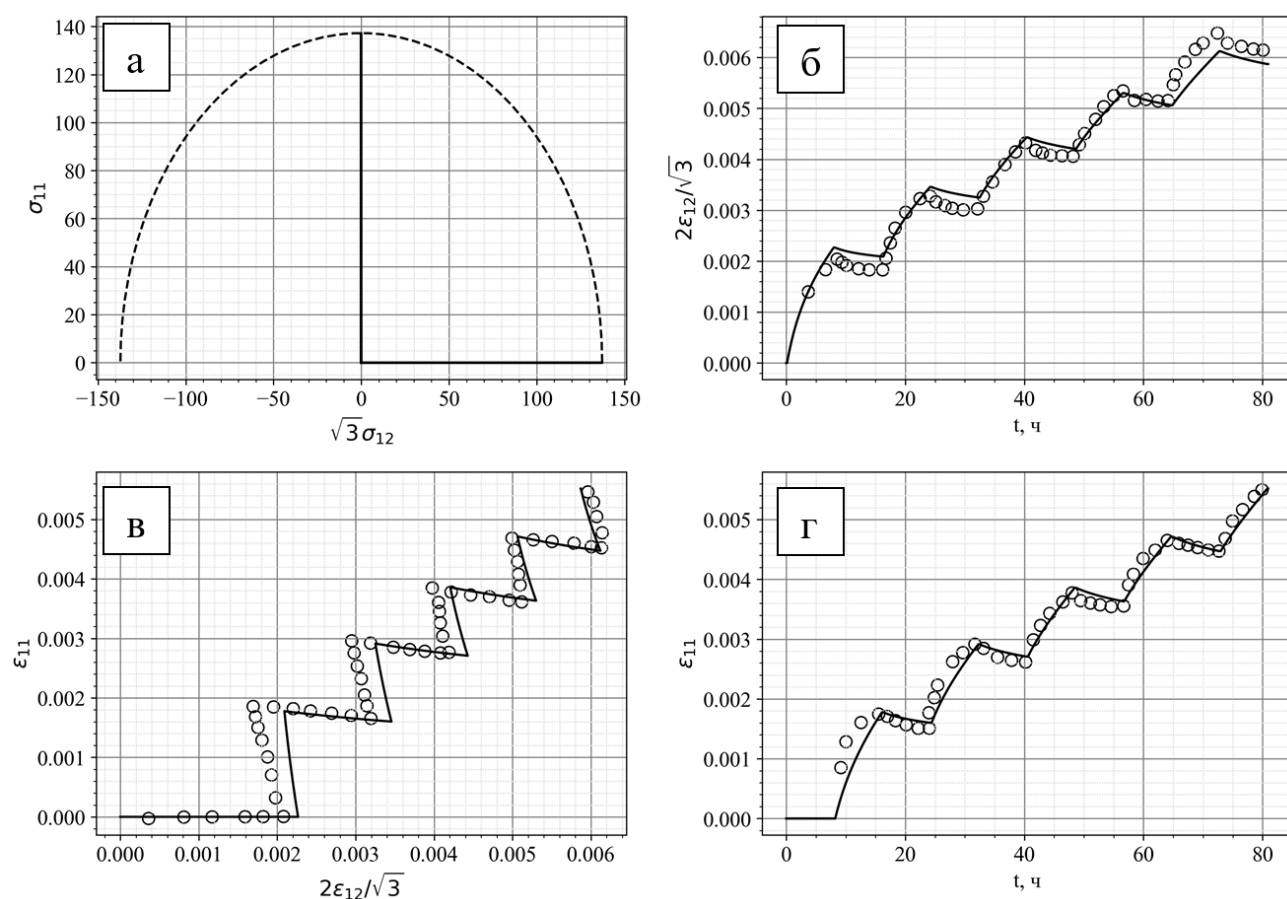


Рисунок 4.4.2 – Результаты расчетных и экспериментальных данных в опытах Охаши при угле вращения вектора напряжений 90°: а – задаваемая траектория и периодические изменения напряжений σ_{11} и σ_{12} ; б – изменение сдвиговой деформации; в – траектория деформаций; г – изменение осевой деформации

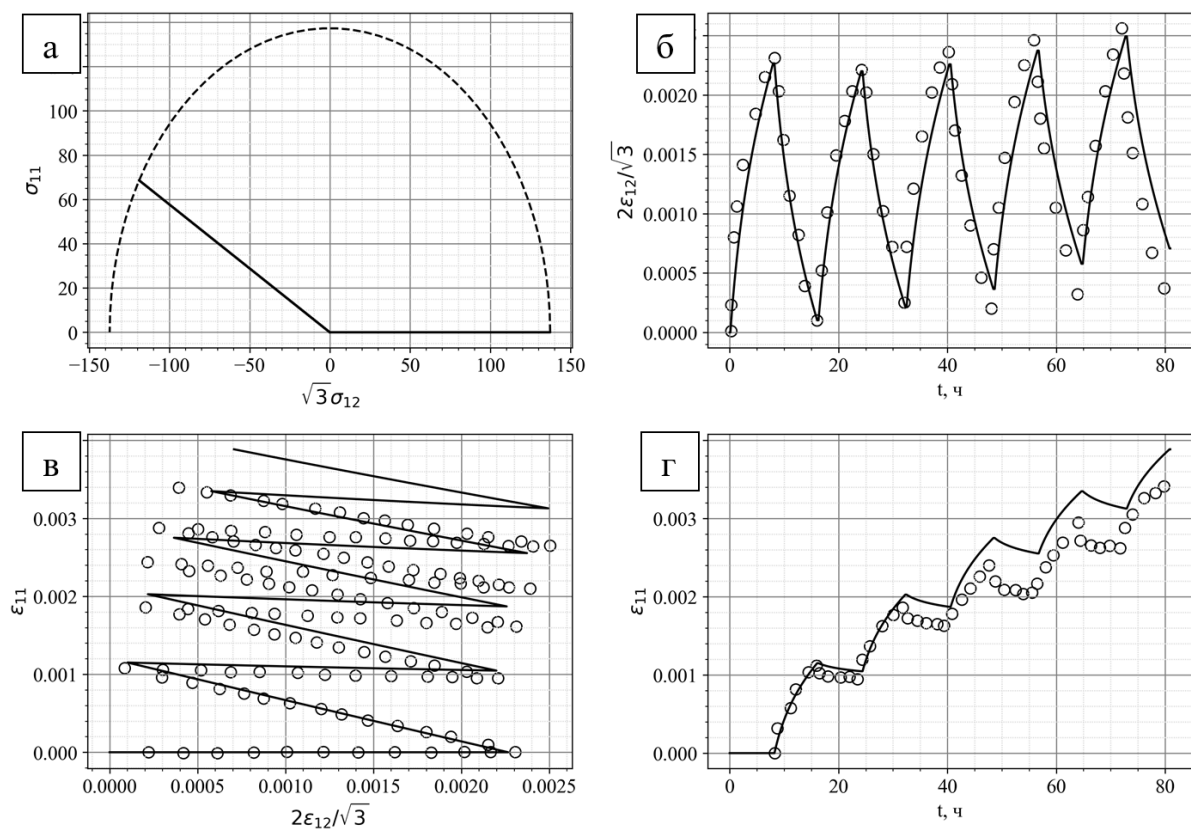


Рисунок 4.4.3 – Результаты расчетных и экспериментальных данных в опытах Охаши при угле вращения вектора напряжений 150° : а – задаваемая траектория и периодические изменения напряжений σ_{11} и σ_{12} ; б – изменение сдвиговой деформации; в – траектория деформаций; г – изменение осевой деформации

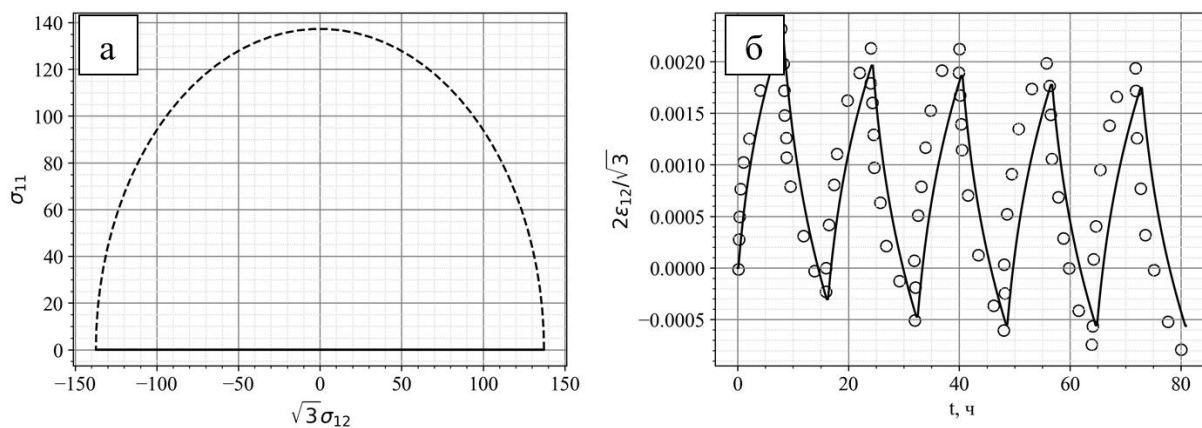


Рисунок 4.4.4 – Результаты расчетных и экспериментальных данных в опытах Охаши при угле вращения вектора напряжений 180° : а – задаваемая траектория и периодические изменения напряжений σ_{11} и σ_{12} ; б – изменение сдвиговой деформации

4.4.2 Вязкопластическое деформирование стали 30ХГСА по двухзвенным ломаным траекториям в условиях высоких температур

Экспериментальные исследования В.П. Дегтярева [61] проводились по трем программам жесткого нагружения с различными скоростями деформирования на трубчатых образцах из стали 30ХГСА при температуре 550 °С. Нагружение образца осуществлялось осевой силой и внутренним давлением, проводились Р, q – опыты. При этом осуществлялся контроль компонент тензора деформации, представленных в векторном пространстве А.А. Ильюшина [79-85] $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$:

$$\mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \varepsilon_{11} \quad (4.4.1)$$

$$\mathcal{E}_2 = \sqrt{\frac{3}{2}} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \quad (4.4.2)$$

Нагружение проводилось по двухзвенным ломаным траекториям. На первом звене достигалось заданное значение компонент вектора деформации $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$, на втором – компонента вектора деформации $\mathcal{E}_1$ поддерживалась постоянной, в то время как компонента $\mathcal{E}_2$ увеличивалась. Нагружение проводилось с постоянной скоростью деформации ξ . На рисунке 4.4.5 приведена схема траектории деформации испытанных образцов.

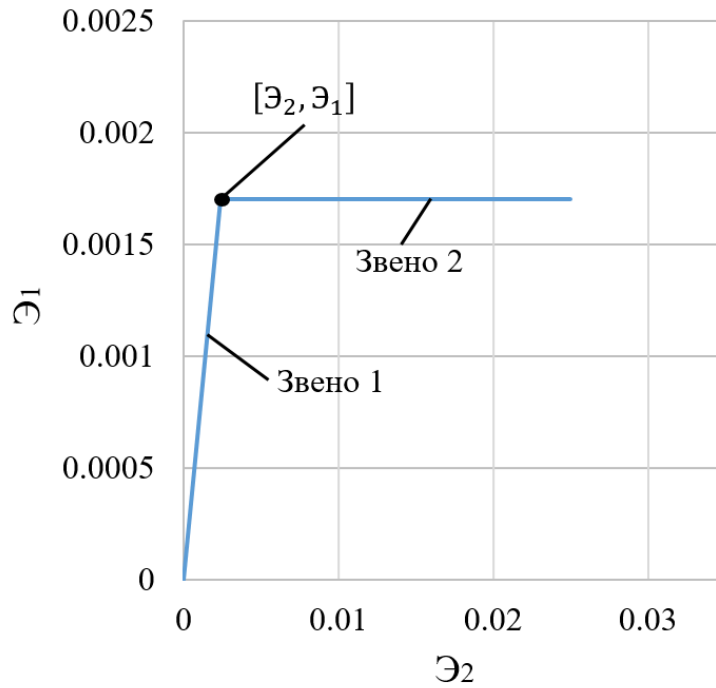


Рисунок 4.4.5 – Схема траектории деформирования

Испытания по программам 5 и 6 проводились при скорости деформаций $\xi = 5 \cdot 10^{-4}$ мин⁻¹. Траектории в программе 5 имели одинаковый угол излома и различные величины предварительной деформации на первом лучевом звене. Траектории по программе 6 имели практически одинаковую величину траектории деформации на первом лучевом звене, но разные углы излома. Испытания по программе 7 проводились по единой траектории, но с различными скоростями деформирования ($\xi = 5 \cdot 10^{-3}$, $1,65 \cdot 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-5}$).

Расчет проведен при случае нагружения, заданном следующими компонентами тензоров скоростей деформаций и напряжений (случай №6 раздела 3.3)

$$[\dot{x}_j] = [\dot{\epsilon}_{11} \ \dot{\epsilon}_{22} \ \dot{\sigma}_{33} \ \dot{\sigma}_{12} \ \dot{\sigma}_{13} \ \dot{\sigma}_{23}]^T.$$

Скорости температуры $\dot{T}$ и компонент тензора напряжений $\dot{\sigma}_{33}$, $\dot{\sigma}_{12}$, $\dot{\sigma}_{13}$, $\dot{\sigma}_{23}$ равнялись 0.

В таблице 4.1.1 приведено время первого звена нагружения $t^{(1)}$, достигаемые в конце первого звена компоненты вектора $\epsilon_1^{(1)}$ и $\epsilon_2^{(1)}$ и соответствующие им компоненты тензора $\epsilon_{11}^{(1)}$ и $\epsilon_{22}^{(1)}$ деформации и задаваемые

скорости компонент тензора деформации на первом и втором звене $\dot{\varepsilon}_{11}^{(1)}$, $\dot{\varepsilon}_{22}^{(1)}$, $\dot{\varepsilon}_{11}^{(2)}$ и $\dot{\varepsilon}_{22}^{(2)}$.

Таблица 4.4.1 – Параметры деформирования программ 5, 6 и 7

№ Обра- зца	$t^{(1)}$	$\vartheta_1^{(1)}$	$\vartheta_2^{(1)}$	$\varepsilon_{11}^{(1)}$	$\varepsilon_{22}^{(1)}$	$\dot{\varepsilon}_{11}^{(1)}$	$\dot{\varepsilon}_{22}^{(1)}$	$\dot{\varepsilon}_{11}^{(2)}$	$\dot{\varepsilon}_{22}^{(2)}$
Программа 5									
21	3.80	0.0023	0.0013	0.0019	0	0.0005	0	0	$5 \cdot 10^{-4}$
22	6.58	0.0040	0.0025	0.00328	0.00024	0.0005	3.6E-05	0	$5 \cdot 10^{-4}$
23	9.59	0.0058	0.0038	0.00476	0.00058	0.0005	6E-05	0	$5 \cdot 10^{-4}$
24	14.30	0.0088	0.0051	0.00715	0	0.0005	0	0	$5 \cdot 10^{-4}$
Программа 6									
25	7.65	0.0017	0.0035	0.00142	0.00355	0.00019	0.0004 6	0	$5 \cdot 10^{-4}$
26	6.79	0.0029	0.0034	0.0024	0.0024	0.00035	0.0003 5	0	$5 \cdot 10^{-4}$
27	10.79	0.0042	0.0054	0.0034	0.00419	0.00032	0.0003 9	0	$5 \cdot 10^{-4}$
28	8.22	0.0050	0.0031	0.0041	0.0003	0.0005	3.6E-05	0	$5 \cdot 10^{-4}$
29	9.37	0.0056	0.0026	0.0046	-0.0009	0.00049	-1E-04	0	$5 \cdot 10^{-4}$
Программа 7									
30	0.84	0.0051	0.0030	0.0042	0	0.005	0	0	$5 \cdot 10^{-3}$
31	25.45	0.0051	0.0030	0.0042	0	0.00017	0	0	$1.65 \cdot 10^{-4}$
32	84.00	0.0051	0.0030	0.0042	0	0.00005	0	0	$5 \cdot 10^{-5}$

На рисунках 4.4.5 – 4.4.7 приведены траектории деформаций и напряжений в экспериментах из работы [61] по программам 5, 6 и 7 соответственно в сравнении с полученными расчетными результатами. Экспериментальные результаты обозначены светлыми кружками, а расчетные – сплошными линиями.

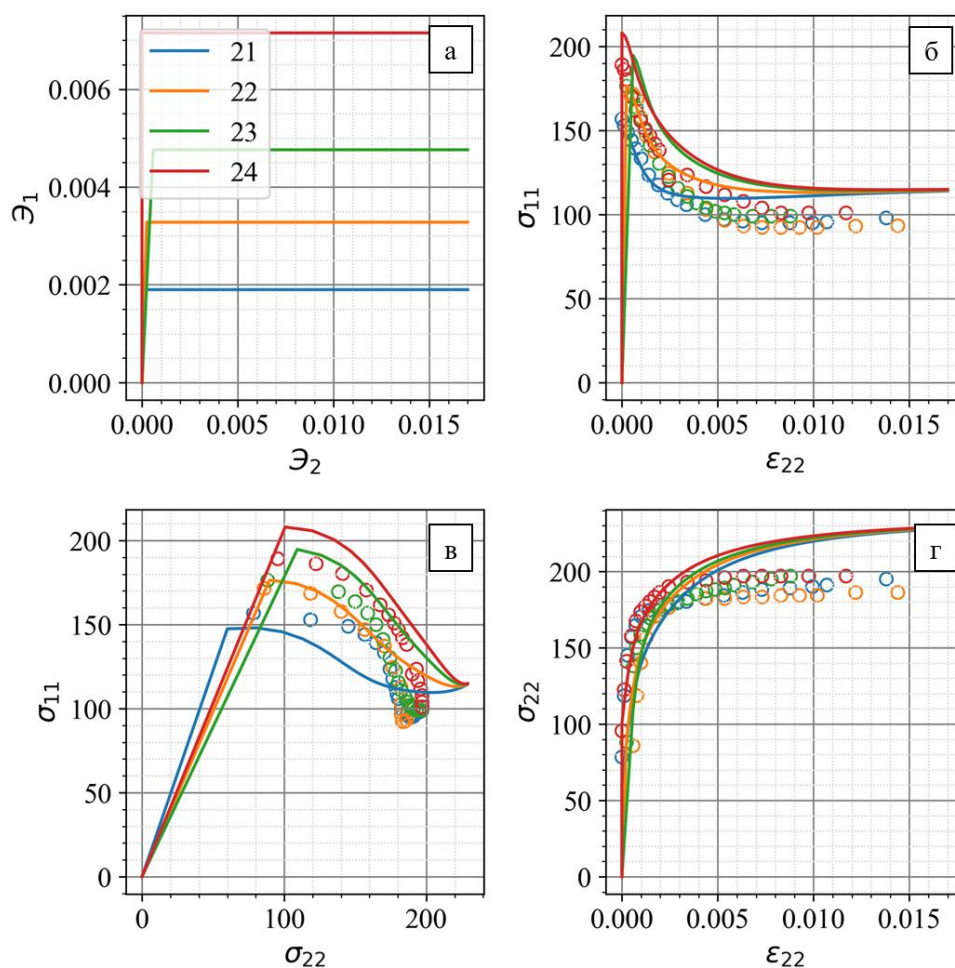


Рисунок 4.4.5 – Результаты расчетов и экспериментов в экспериментах Дегтярева по программе 5: а – траектории деформаций; б, в, г – траектории напряжений

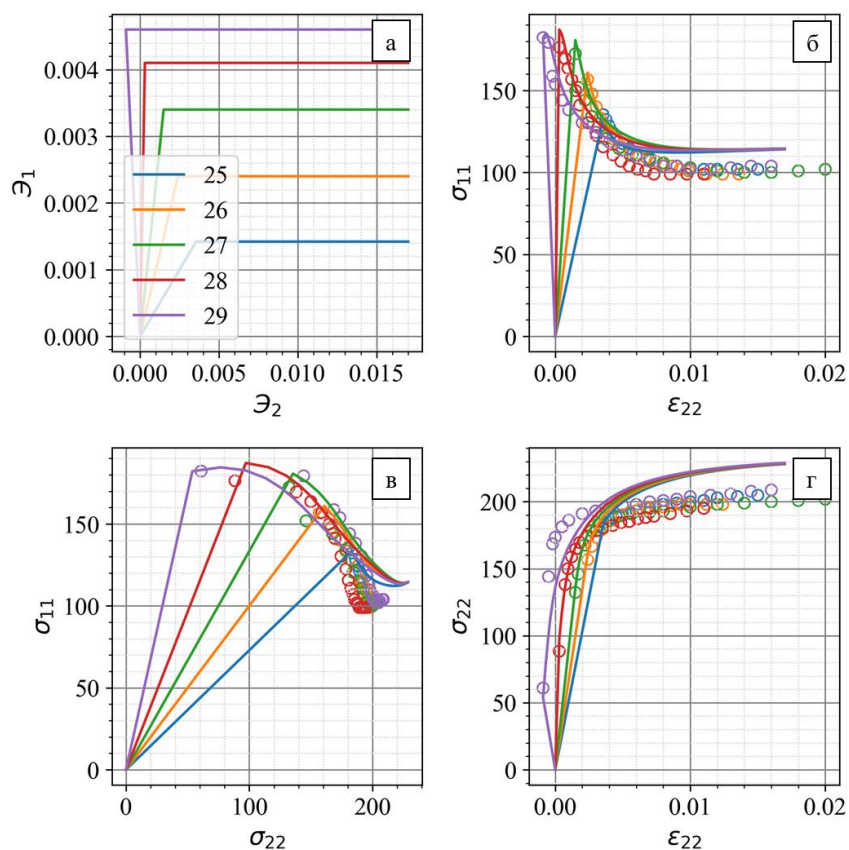


Рисунок 4.4.6 – Результаты расчетов и экспериментов в экспериментах Дегтярева по программе 6: а – траектории деформаций; б, в, г – траектории напряжений

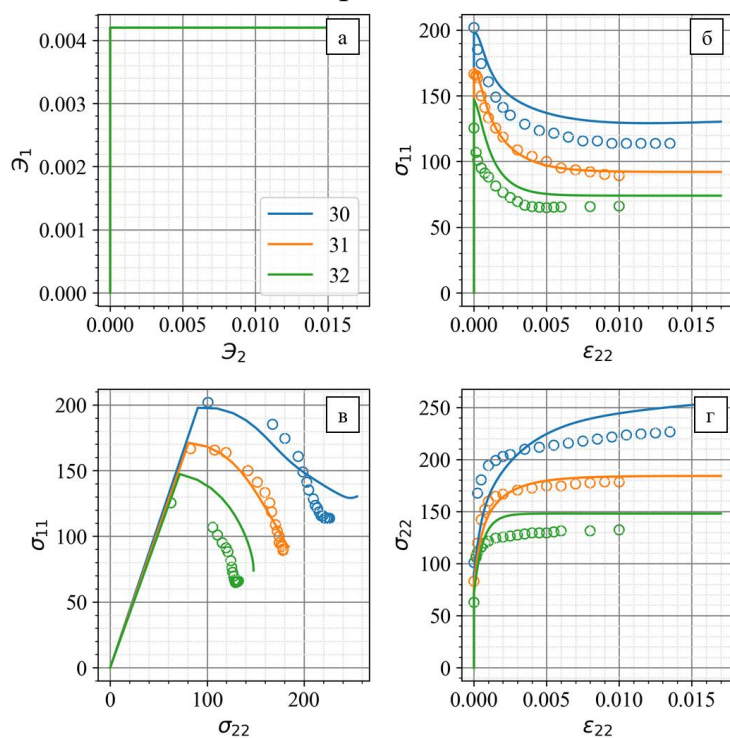


Рисунок 4.4.7 – Результаты расчетов и экспериментов в экспериментах Дегтярева по программе 7: а – траектории деформаций; б, в, г – траектории напряжений

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты:

1. Сформулированы основные положения и уравнения модифицированной модели термовязкопластичности, позволяющей моделировать процессы вязкого, пластического, вязкопластического, неизотермического циклического и монотонного деформирования.

2. Сформулирован простейший базовый эксперимент в условиях одноосного напряженного состояния и разработан метод определения материальных функций на основе результатов базового эксперимента.

3. Получены системы уравнений модифицированной модели термовязкопластичности для шестиосного напряженного состояния, для различных случаев задания компонент напряжений и (или) деформаций, на основании которых разработан программный комплекс для определения напряженно-деформированного состояния и ресурса материала.

4. Проведены испытания образцов бронзового сплава БрХ08-Ш и стали 12Х18Н10Т при циклических и монотонных, длительных, изотермических и неизотермических режимах нагружения.

5. Проведены расчетные исследования термовязкопластического деформирования и разрушения нержавеющей стали 12Х18Н10Т, бронзового сплава БрХ08-Ш, алюминиевого сплава АЛ-25, сталей 304 и 30ХГСА при изотермических и неизотермических режимах сложного и простого нагружения. Проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов. Отличие расчетных и экспериментальных результатов по характеристикам деформирования не превышает 10-15%, а разрушения – 30%.

Основные выводы:

1. Для описания эффектов, возникающих при комбинации монотонного и циклического нагружения необходимо введение поверхности памяти, разделяющей процессы деформирования при этих видах нагружения, и позволяющей моделировать эффекты дополнительного изотропного и

анизотропного упрочнения и разупрочнения, возникающие при таком виде нагружения.

2. В результате сравнения расчетных результатов на основе модифицированной модели термовязкопластичности и экспериментальных данных показано, что модель удовлетворительно описывает процессы термовязкопластического деформирования и разрушения металлических материалов – конструкционных сталей и сплавов при циклических, монотонных длительных, изотермических и неизотермических нагружениях как при простых, так и при сложных нагружениях.

Перспективы развития:

Перспективами развития является внедрение модели термовязкопластичности в конечно-элементные программные комплексы, используемые в машиностроительной и смежных областях для проведения прочностных расчетов высоконагруженных элементов конструкций, работающих в условиях повторного и длительного, изотермического и неизотермического нагружения, что позволит проводить оценку ресурса таких конструкций с учетом геометрических особенностей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Абашев Д.Р. Развитие модели упругопластического деформирования, критериев усталости и методик идентификации материальных параметров конструкционных сплавов: Дисс.: канд. физ.-мат. н. – Королев, 2016. – 157 с.
2. Абашев Д.Р., Бондарь В.С., Шарова В.И. Моделирование процессов ползучести и оценка длительной прочности образцов с концентратором напряжений // материалы XXXIV Всероссийской школы-конференции (г. Пермь, 8–10 октября 2025 г.) / ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет». – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2025. – С. 11 – 14.
3. Аверченков Е.А, Донченко А.С., Егоров В.И. О поведении материала пршня при термомеханическом нагружении // Повышение топливной экономичности долговечности автомобильных двигателей. – М.: МАМИ, 1983. – Вып. 5. – С. 59-68.
4. Биргер И.А. Теория пластического течения при неизотермическом нагружении // Изв. АН СССР. Механ. и машиностр. 1961. – № 1. – С. 193–196.
5. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Демьянушко И.В., и др. Термопрочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
6. Бондарь В.С. Математическая модель неупругого поведения и накопления повреждений материала // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюзн. Межвуз. Сб. // Горьк. Ун-т. , 1987. – С. 24–28.
7. Бондарь В.С. Некоторые новые результаты исследования пластичности материалов при сложном нагружении // Упругость и неупругость. – М.: Ленанд, 2006. – С. 94–109.
8. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 144 с.
9. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Некоторые особенности процессов монотонных и циклических нагружений. Эксперимент и моделирование // Вестник Пермского

национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. - № 2- С. 25-34.

10. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. О поверхностях памяти, разделяющих процессы монотонных и циклических нагружений // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. - № 3. – С. 42-50.

11. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Построение поверхности памяти для разделения процессов монотонных и циклических нагружений // Проблемы прочности и пластичности. Т. 84, № 3, 2022.

12. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Прикладная теория неупругости // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. - № 4- С. 147-162.

13. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Анализ циклического деформирования и мало-многоциклового усталости в условиях одноосного напряженного состояния // Вестник Пермского национального исследовательского университета. Механика. – 2016. - № 4. – С. 52-71.

14. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Пластичность материалов при пропорциональных и непропорциональных циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского университета. Механика. – 2017. - № 3. – С. 53-74.

15. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Сравнительный анализ вариантов теорий пластичности при циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского университета. Механика. – 2017. - № 2. – С. 23-44.

16. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Сравнительный анализ теорий пластичности при циклических нагружениях // Материалы XXX Всероссийской школы-конференции Математическое моделирование в естественных науках. Изд-во Пермского национального исследовательского политехнического университета. 2021. С. 9-11.

17. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по плоским траекториям деформаций // Вестник Пермского национального исследовательского университета. Механика. – 2021. - № 3. С. 35-46.
18. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по пространственным траекториям деформаций // Вестник Пермского национального исследовательского университета. Механика. – 2021. - № 4. – С. 41-48.
19. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при циклических нагружениях // Материалы XXIX Международной конференции «Машиноведение и инновации. Конференция молодых ученых и студентов». М.: ИМАШ РАН. 2018 г. С. 133-136.
20. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при циклических нагружениях // Проблемы прочности и пластичности. – 2018 – № 1 С. 31–40.
21. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Шарова В.И. Моделирование неупругого деформирования бронзового сплава // Материалы 67-й Всероссийской Конференции МФТИ: (30 марта – 5 апреля 2025 года). – Москва. – 2025 – С. 131 – 133.
22. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Шарова В.И. Моделирование процессов ползучести и оценка длительной прочности образцов с концентраторами напряжений // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2026. – №1. – С. 34-39.
23. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Шарова В.И. Модель неупругости, метод идентификации материальных функций и верификация модели // Проблемы прочности и пластичности. – 2025. Т.87, № 2. – С. 228–240.
24. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Шарова В.И. Модифицированная теория неупругости // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2025. – № 1. – С. 104–116.
25. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Шарова В.И. Применение модифицированной теории неупругости для расчета термовязкопластического деформирования конструкционных сталей и сплавов // материалы XXXIII Всероссийской

конференции (г. Пермь, 2–4 октября 2024 г.) / ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет». – Пермь, 2024. – С. 72 – 75.

26. Бондарь В.С., Бурчаков С.В., Даншин В.В. Математическое моделирование процессов упругопластического деформирования и разрушения материалов при циклических нагружениях // Проблемы прочности и пластичности. 2010. Вып. 72. С. 18-27.

27. Бондарь В.С., Горохов В.Б., Санников В.М. Исследования малоциклового прочности оболочек вращения при сложном теплосиловом нагружении // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Механика деформируемых систем: Всесоюзн. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. , 1979. вып. 12. – С. 120–126.

28. Бондарь В.С., Даншин В.В. Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 176 с.

29. Бондарь В.С., Даншин В.В., Кондратенко А.А. Вариант теории термовязкопластичности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 1. – С.39-56.

30. Бондарь В.С., Даншин В.В., Кондратенко А.А. Вариант теории термопластичности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 2. – С. 21-35.

31. Бондарь В.С., Даншин В.В., Макаров Д.А. Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. – № 2. – С. 125–152.

32. Бондарь В.С., Даншин В.В., Семенов П.В. Прикладной вариант теории упругопластических процессов// Изв. Тульского гос. университета. Естественные науки. 2011. Вып. 3. С. 46-56.

33. Бондарь В.С., Санников В.М. Малоцикловая усталость тоностенных конструкций при повышенных температурах // Конструк. прочность лопаток

- турбин ГТД Тезисы докладов IV научн.-технич. конф. / Куйбышев. 1976. – С. 75–76.
34. Вавакин А.С., Васин Р.А., Викторов В.В., и др. Экспериментальное исследование упругопластического деформирования стали при сложном нагружении по криволинейным пространственным траекториям деформаций. – М., 1986. – С. 67.
35. Вавакин А.С., Васин Р.А., Викторов В.В., Степанов Л.П., Широков Р.И. Упругопластическое поведение стали 45 на винтовых траекториях деформаций // Пластичность и разрушение твердых тел. – М., 1988. – С. 21–29.
36. Вавакин А.С., Викторов В.В., Сливовский М., Степанов Л.П. Экспериментальное исследование упругопластического поведения стали при простом и сложном циклическом деформировании. – М., 1986. – С. 175.
37. Васильев Д.М. О природе эффекта Баушингера // Сб. Некоторые проблемы прочности твердого тела. – М.: Изд-во АН СССР, 1959.
38. Васин Р.А. Некоторые вопросы связи напряжений и деформаций при сложном нагружении // Упругость и неупругость. Вып. 1. – М.: Изд-во МГУ, 1971. – С. 59–126.
39. Васин Р.А. О «памяти» материала в теории упругопластических процессов // Известия ТулГУ. Естественные науки. Вып. 2. Часть 2. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. – С. 57–70.
40. Васин Р.А. О двух гипотезах, используемых в теории упругопластических процессов для построения частных вариантов определяющих соотношений // Упругость и неупругость. Дополнительные материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 100-летию со дня рождения А.А. Ильюшина (Москва, 20-21 января 2011 года) Под ред. проф. И.А. Кийко, проф. Г.Л. Бровк. – М.: Издательство Московского университета, 2012. – С. 56–66.
41. Васин Р.А. О связи напряжений и деформаций для траекторий деформаций в виде двухзвенных ломаных // Прикл. механ. 1965. Т. 1. – С. 89–94.

42. Васин Р.А. Об экспериментальном исследовании функционалов пластичности в теории упругопластических процессов // Пластичность и разрушение твердых тел. – М., 1988. – С. 40–57.
43. Васин Р.А. Определяющие соотношения теории пластичности // Итоги науки и техники. МДТТ. Т. 21. – М.; ВНИТИ, 1990. – С. 3-75.
44. Васин Р.А. Теория упругопластических процессов: подходы к построению и аттестации определяющих соотношений // Современные проблемы термовязкопластичности в прикладных задачах анализа конструкций и технологий высоких параметров. Труды VI школы-семинара. – М.: Ун-т машиностроения, 2013. – С. 34–40.
45. Васин Р.А. Экспериментально-теоретическое исследование определяющих соотношений в теории упругопластических процессов // Автореф. дисс. д.ф.-м.н. – М.: МГУ, 1987. – 36 с.
46. Васин Р.А., Широ́в Р.И. Исследование векторных свойств определяющих соотношений для металлов при плоском напряженном состоянии. , 1985. – С. 80.
47. Васин Р.А., Широ́в Р.И. Об исследованиях векторных и скалярных свойств металлов в экспериментах на сложное нагружение // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. –Киев: Наук. думка, 1986. – С. 57-61.
48. Волков И.А., Игумнов Л.А. Введение в континуальную механику поврежденной среды. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 304 с.
49. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. Прикладная теория вязкопластичности. Монография. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского гос. университета, 2015. – 317 с.
50. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.
51. Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Борискин О.Ф. Численный анализ элементов конструкций машин и приборов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.

52. Гецов Л. Б. Расчетное определение ресурса рабочих и направляющих лопаток ГТУ. Часть 2. Монокристаллические материалы / Л.Б. Гецов, В.Е. Михайлов, А.С. Семенов, В.В. Кривоносова, Ю.А. Ножницкий, Б.С. Блинник, Л.А. Магеррамова // Газотурбинные технологии. 2011. № 8 (99). С. 18–25.
53. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин : в 2 кн. Кн. 1. Материалы, свойства, повреждения, модели деформирования и разрушения. Рыбинск : Газотурбинные технологии, 2010. 605 с.
54. Гецов Л.Б., Семенов А.С. Критерии разрушения поликристаллических и монокристаллических материалов при термоциклическом нагружении // Прочность материалов и ресурс элементов энергооборудования : сб. науч. тр. / под общ. ред. Ю.К. Петрени, Л.Б. Гецова. СПб. : НПО ЦКТИ, 2009. (Труды ЦКТИ ; вып. 296). С. 83–91.
55. Гусенков А.П. Сопротивление деформированию в связи с условиями малоциклового нагружения / В кн.: Прочность при малом числе циклов нагружения. – М.: Наука, 1969. – С. 50-67.
56. Гусенков А.П., Котов П.И. Малоцикловая усталость при неизотермическом нагружении. – М.: Машиностроение, 1983. – 240 с.
57. Дао Зуй Бик. Модификация соотношений упругопластических процессов средних кривизн // Вестн. Моск. Ун-та. – 1981. – № 5. – С. 103 – 106.
58. Дао Зуй Бик. Некоторые свойства функций материала, фигурирующих в соотношениях теории пластичности // Прикл. пробл. прочн. и пластич. Методы решения задач упруг. и пластич. Всесоюзн. межвуз. сб.. // Горьк. ун-т. – 1981. – С. 37–45.
59. Дао Зуй Бик. О гипотезе локальной определенности в теории пластичности // Вестн. Моск. Ун-та Сер. Матем. Механ. – 1965. – №2. – С. 67–75.
60. Дао Зуй Бик. Экспериментальная проверка упрощенных вариантов теории пластичности // Вестн. МГУ. Сер. Матем. Мех. – 1966. – №1. – С. 107–117.
61. Дегтярев В.П. Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1967. – 133 с.

62. Демьянушко И.В. Теория пластичности при неизотермическом нагружении // Мех. тверд. тела. 1968. – № 6. – С. 70–77.
63. Демьянушко И.В., Темис Ю.М. К построению теорий пластического течения с анизотропным упрочнением для материалов с учетом воздействия физических полей // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. 1975. – № 5. – С. 111–119.
64. Жуков А.М. Некоторые особенности поведения металлов при упругопластическом деформировании // Вопросы теории пластичности. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – С. 30–57.
65. Жуков А.М. Поведение металлов при разгрузке и повторной нагрузке // Инженерный журнал. 1961. Т. 1.
66. Зубчанинов В.Г. Математическая теория пластичности: Монография. – Тверь: ТГТУ, 2002. – 300 с.
67. Зубчанинов В.Г. Механика процессов пластических сред. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 352 с.
68. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990. – 368 с.
69. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. Т.2. Пластичность. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 336 с.
70. Зубчанинов В.Г. Экспериментальное исследование и обоснование теории упругопластических процессов // Устойчивость и пластичность в МДТТ. Мат. III симпоз. – Тверь: ТвеПИ, 1992. – С. 94–158.
71. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Моделирование процессов упругопластического деформирования материалов по многозвенным кусочно-ломаным прямолинейным траекториям // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2017. № 3. С. 203-215.
72. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Численное моделирование процессов сложного упругопластического деформирования стали по двухзвенным ломаными траекториям // Проблемы прочности и пластичности. Вып. 76(1). 2014. С. 18-25.

73. Зубчанинов В.Г., Иванов Д.Е. Локально простые процессы деформирования // Устойчивость и пластичность в МДТТ. Мат. II Всесоюз. симпоз. – Калинин: КГУ, 1987. – С. 24–31.
74. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Исследование процессов сложного деформирования материалов на плоских криволинейных траекториях // Проблемы пластичности в технологии. - Тез. докл. Международн. Научн.-техн. конф. – Орел: ОГТУ, 1995. – С. 15–16.
75. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Пластическое деформирование стали по замкнутым криволинейным траекториям // Проблемы прочности. 1996. – № 4. – С. 19–26.
76. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Экспериментальное исследование процессов пластического деформирования металлов при сложном нагружении // IX конференция по прочности и пластичности. Труды. – М., 1996. – С. 86–92.
77. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Экспериментальная пластичность: Кн. 1. Процессы сложного деформирования. – Тверь: ТГТУ, 2003. – 172 с.
78. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Экспериментальная пластичность: Кн. 2. Процессы сложного нагружения. – Тверь: ТГТУ, 2004. – 184 с.
79. Ильюшин А.А. Вопросы общей теории пластичности // ПММ. 1960. Т. 24. – С. 398–411.
80. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1978. – 287 с.
81. Ильюшин А.А. О постулате пластичности // ПММ. 1961. Т. 25. – С. 503–507.
82. Ильюшин А.А. О приращении пластической деформации и поверхности текучести // ПММ. 1960. Т. 24. – С. 663–666.
83. Ильюшин А.А. Об основах общей математической теории пластичности // Вопросы теории пластичности. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – С. 3–29.
84. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.

85. Ильюшин А.А., Ленский В.С. О соотношениях и методах современной теории пластичности // Успехи механ. деформ. сред. – М.: Наука, 1975. – С. 240–255.
86. Ишлинский А.Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением // Украин. матем. журнал. 1954. Т. 6. – № 3. – С. 314–325.
87. Ишлинский А.Ю. Прикладные задачи механики. Кн. I. Механика вязкопластических и не вполне упругих тел. – М.: Наука, 1986. – 359 с.
88. Кадашевич Ю.И. О различных вариантах тензорно-линейных соотношений в теории пластичности // Исследования по упругости и пластичности. 1967. – № 6. – С. 39–45.
89. Кадашевич Ю.И. Об одном классе теорий пластического течения // Пикл. пробл. прочн. и пластичн.: Всесоюзн. межву. сб. / Горьк. Ун-т. – Горький, 1979. – С. 69–72.
90. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Микронапряжения в конструкционных материалах. –Л. Машиностроение, 1990. 224 с.
91. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Об учете микронапряжений в теории пластичности // Инж. ж. МТТ. 1968. – № 3. – С. 83–91.
92. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности и ползучести металлов, учитывающая микронапряжения // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. 1981. – № 5. – С. 99–110.
93. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // ПММ. 1958. Т. 22. – С. 78–89.
94. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая эффект Баушингера // Докл. АН СССР. 1957. Т. 117. – С. 586–588.
95. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
96. Коротких Ю.Г. О моделях вязкоупругих и вязкопластических сред и их реализация в статических и динамических задачах термопластичности // Прикл. пробл. прочн. и пластичн.: Всесоюзн. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. , 1975. вып. 1. – С. 42–57.

97. Коротких Ю.Г., Угодчиков А.Г. Уравнения теории термовязкопластичности с комбинированным упрочнением. – М.: Наука, 1981. – 180 с.
98. Ленский В.С. Гипотеза локальной определенности в теории пластичности // Изв. АН СССР. ОТН. Механ. и машиностр. 1962. – № 5. – С. 154–158.
99. Ленский В.С. Некоторые новые данные о пластичности металлов при сложном нагружении // Изв. АН СССР. ОТН. 1960. – № 5. – С. 93–100.
100. Ленский В.С. Современные вопросы и задачи пластичности в теоретическом и прикладном аспектах // Упругость и неупругость. , 1978. вып. 5. – С. 65–96.
101. Ленский В.С. Экспериментальная проверка законов изотропии и запаздывания при сложном нагружении // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. – № 11. – С. 15–24.
102. Ленский В.С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упругопластических деформаций // Вопросы теории пластичности. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – С. 58–82.
103. Ленский В.С., Ленский Э.В. Трехчленное соотношение общей теории пластичности // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. 1985. – № 4. – С. 111–115.
104. Малый В.И. Об упрощениях функционалов теории упругопластических процессов // Прик. Мех. 1978. Т. 14. № 1. С. 48-53.
105. Марин Н.И. Зависимость прочности металлов при повторных нагрузках от частоты повторения // Тр. ЦАГИ. 1950.
106. Марин Н.И. Прочность конструктивного элемента при повторной нагрузке // Тр. ЦАГИ. 1946. – № 596.
107. Маркин А.А., Соколова М.Ю. Термомеханика упругопластического деформирования. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 320 с.
108. Мельников Б.Е., Бенин А.В., Гецов Л.Б. и др. Многомодельный анализ вязкоупругопластического деформирования на различных структурных уровнях с учетом накопления повреждений. Отчет о НИР/НИОКР. 2014. 28 с.

109. Мовчан А.А. О влиянии истории деформирования на скорость накопления повреждений при немонотонном упругопластическом нагружении // Журнал прикладной механики и технической физики. 1984. № 5. С. 125-131.
110. Молодцов И.Н. Прикладные вопросы теории упругопластических процессов А.А.Ильюшина // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2020, № 5, с. 33-38.
111. Молодцов И.Н., Бабаева Д.О. О роли функционалов пластичности в геометрическом истолковании диссипации и описании векторных свойств материала в процессах сложного нагружения // Упругость и неупругость. 2016. С. 209-214.
112. Молодцов И.Н., Математическое моделирование упругопластических процессов с траекториями средней кривизны // Интеллектуальные системы. Теория и приложения – том 13. 2009. № 1-4.
113. Молодцов Н.И., Бабаева Д.О. Некоторые вопросы верификации теории упругопластических процессов при сложном нагружении // Проблемы машиностроения и автоматизации – М.: ИМАШ РАН. 2016. № 3. С. 98-105.
114. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагружениях. – М.: МГУ, 1965. – 262 с.
115. Новожилов В.В. О сложном нагружении и перспективах феноменологического подхода к исследованию микронапряжений // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 3. – С. 393–400.
116. Новожилов В.В. О сложном нагружении и перспективах феноменологического подхода к исследованию микронапряжений // ПММ. 1964. Т. 28. – С. 393–400.
117. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. Микронапряжения в конструкционных материалах. – Ленинград: Машиностроение Ленинградское отделение, 1990. – 221 с.
118. Охлопков Н.Л. Закономерности процессов упругопластического деформирования металлов при сложном напряженном состоянии и нагружении // Автореферат диссерт. д.т.н. – Тверь: ТГТУ, 1997. – 35 с.

119. Пелешко В.А. Прикладной и инженерный варианты теории упругопластических процессов активного сложного нагружения. Часть 1: условия математической корректности и методы решения краевых задач // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 6. С. 61-68.
120. Пелешко В.А. Прикладной и инженерный варианты теории упругопластических процессов активного сложного нагружения. Часть 2: идентификация и верификация // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 1. С. 110-135.
121. Подкопаев С.А., Гаврюшин С.С. Численное моделирование нелинейного деформирования промышленных мембран // Инженерный журнал: наука и инновации – 2025 – №1 (157).
122. Ратнер С.И. Разрушение при повторных нагрузках. – М., 1959.
123. Ратнер С.И., Данилов Ю.С. Изменение пределов пропорциональности и текучести при повторном нагружении // Заводская лаборатория. 1950. Т. 4.
124. Ройтман И.М., Фридман Я.Б. Об испытаниях металлов при повторно-переменных нагружения в пластической области // Заводская лаборатория. 1947. Т. 13. – № 4.
125. Серенсен С.В., Махутов Н.А., Шнейдерович Р.М. К основам расчета на прочность при малоцикловом нагружении. – М.: Машиноведение, 1972. – № 5. С. 56-67.
126. Соси Д. Модели разрушения при многоосной усталости // Теоретические основы инженерных расчетов. 1988. Т. 3. – С. 9–21.
127. Темис Ю.М., Пучков И.В. Модель упругопластического деформирования и повреждаемости конструкционных материалов // Материалы V Всесоюзного семинара «Малоцикловая усталость – критерий разрушения и структуры материалов». Тезисы Докладов и сообщений. Волгоград. 1987. 2 с.
128. Темис Ю.М., Пучков И.В. Характеристики упругопластического деформирования и повреждаемости конструкционных материалов при циклическом нагружении. / Межвуз. Сборник «Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения». – Изд-во Нижегородского университета, 1992. – С. 82-89.

129. Темис Ю.М., Худякова А.Д. Модель неизотермического упругопластического деформирования конструкционных материалов при сложном нагружении // Математическое моделирование и численные методы, 2017. № 3. № 3. С. 22-41.
130. Шарова В.И. Ползучесть и длительная прочность элементов конструкций с концентраторами напряжений// Машиностроение и инженерное образование. – 2025. №4 (78). – С. 32-40.
131. Шнейдерович Р.М. Несущая способность деталей при повторно-статическом нагружении // Вестник машиностроения. 1962. – № 1.
132. Шнейдерович Р.М. Усталость при упруго-пластическом деформировании // Тр. совещ. по механич. вопр. усталости. – М.: Изд-во АН СССР, 1962.
133. Шнейдерович Р.М., Гусенков А.П. О свойствах кривых циклического деформирования в диапазоне мягкого и жесткого нагружения // Изв. АН СССР, ОТН, сер. механика и машиностроение. 1961. – № 2.
134. Шнейдерович Р.М., Гусенков А.П. Сопротивление деформированию при циклическом нагружении с малым числом циклов // Заводская лаборатория. 1961. – № 9.
135. Шнейдерович Р.М., Гусенков А.П., Т.С. П. Некоторые свойства кривых повторного деформирования при симметричном цикле // Изв. АН СССР, ОТН, сер. механика и машиностроение. 1960. – № 5.
136. Шульц К.Я. Некоторые сведения по рентгенографическому изучению эффекта Баушингера // Тр. Таллинского политехн. ин-та. 1960. Т. 172.
137. Abaqus 6.11. Analysis User's Manual. Volume I-V, Dassault Systemes, 2011.
138. Abashev D.R., Bondar V.S. Refinement of plasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes // Journal of Mechanics of Materials and Structures.-2020. N. 15(2) – pp. 225-239.
139. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect // CEGB Rep. No. RD / B /N 731. 1966.
140. Backhaus G. Zur Fließgränze bei allgemeiner Verfestigung // Zeitschrift für Angew. Math, und mech. 1986. – pp. 99–108.

141. Bairstow L. Elastic Limits of Iron and Steel under Cyclic Variation of Stress. // Trans roy. soc. – London, 1911.
142. Baushinger J. Über die veränderung der Elastizitätsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen durch Erwärmen und Abkühlen und durch oftmals wiederholte Beanspruchungen // Mitteilung XV aus dem Mechanisch-Technischen Lab. 1886. – pp. 1–116
143. Baushinger J. Über die veränderung der Elastizitätsgrenze und des Elastizitätsmoduls verschiedener Metalle // Civilingenieur. 1881. – pp. 289–348.
144. Baryshnikova O. O., Gavryushin. Sergey S.S. The Numerical Simulation of the Flexible Element Deformation with Nonlinear Relay Character. // In Proceedings of the 2021 8th International Conference on Industrial Engineering and Applications. – 2021 – New York. – P. 95–98.
145. Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.-L., Forest S. Non-Linear Mechanics of Materials. Springer, 2010. – pp. 433.
146. Bondar V.S. Inelasticity. Variants of the theory. – New York: Begell House, 2013. – 194 p.
147. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Ju. Theories of plasticity under complex loading along flat trajectories of deformations // PNRPU Mechanics Bulletin, 2021, no. 3, pp. 35-47.
148. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Ju. Theories of plasticity under complex loading along spatial trajectories of deformations // PNRPU Mechanics Bulletin, 2021, no. 4, pp. 41-48.
149. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Y. A variant of the thermoplasticity theory for monotonic and cyclic processes of nonisothermal loads // PNRPU Mechanics Bulletin. 2020. № 2. pp. 28-36.
150. Bondar V.S., Dansin V.V., Long D. Vu., Nguyen D.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low-high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2018. – Vol. 25(12) – pp. 1009-1017.

151. Chaboche J. L., Dang-Van k., and Cordier G., Modelization of the strain-memoryeffect on the cyclic hardening of 316 stainless steel, SMIRT-5, Division L. Berlin, 1979, Ohno N., A constitutive model of cyclic plasticity with a non-hardening strain region, J. Appli. Mech., 49, 721-727, 1982
152. Chaboche J.-L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // Int. J. Plast. 1989. – pp. 247–302.
153. Chaboche J.-L. Cyclic viscoplastic constitutive equations, parts I & II // J. Appl. Mech. 1993. – pp. 813–831.
154. Chaboche J.-L. Le concept de contrainte effective applique a l’elasticite et a la viscoplasticite en presece d’un endommagement anisotrope // In J.-P. Boehler, editor, Colloque EUROMECH 115. – Grenoble: Editions du CNRS, 1979. – pp. 737–760.
155. Chaboche J.-L. Modeling of ratchetting: evaluation of various approaches // Eur. J. Mech. A, Solids. 1994. – pp. 501–518.
156. Chaboche J.-L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of rachetting effects // Int. J. Plast. 1991. T. 7. – pp. 661–678.
157. Chaboche J.-L., Cailletaud G. Integration methods for complex plastic constitutive equations // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 1996. – pp. 125–155.
158. Chaboche J.-L., Lemaitre J. Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press, 1990. – pp. 556.
159. Chaboche J.-L., Maire J.F. A new micromechanics based CDM model and its application to CMC’s // Aerosp. Sci. Technol. 2002. – pp. 131–145.
160. Coffin L.F. Study of the Effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal // ASME trans. 1954. T. 76. – pp. 41–47.
161. Coffin L.F. The stability of metals under cyclic plastic strain // Poper. Amer. Soc. Mech. Engrs. 1959.
162. Coffin L.F., Read I.H. A study of the Strain cycling and Fatigue. Behavior of AS Cold-worked Metal // Int. Conf. Fatigue Met. 1956.
163. Coffin L.F., Tavernelli I.F. The cyclic straining and fatigue of Metals // Trans. Metall. Soc. AJME. 1959. 215 p.

164. Kang G., Gao Q., Cai L., Sun Y. Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures // Nucl. Eng. Des. 2002. T. 216. – pp. 13–26.
165. Kang G., Gao Q., Yang X. Experimental study on the cyclic deformation and plastic flow of U71Mn rail steel // Int. J. Mech. Sci. 2002. T. 44. – pp. 1647–1663.
166. Kang G., Gao Q., Yang X. Uniaxial cyclic ratcheting and plastic flow properties of SS304 stainless steel at room and elevated temperatures // Mech. Mater. 2002. T. 34. – pp. 145–159.
167. Kang G., Kan Q., Zhang J., Sun Y. Time-dependent ratchetting experiments of SS304 stainless steel // Int. J. Plast. 2006. T. 22. N 5. – pp. 858–894.
168. Kang G., Li Y., Zhang J., Sun Y., Gao Q. Uniaxial ratcheting and failure behaviors of two steels // Theor. Appl. Fract. Mech. 2005. T. 43. – pp. 199–209.
169. Lemaitre J. A continuum damage mechanics model for ductile fracture // J. Eng. Mater. Technol. 1985. – pp. 83–89.
170. Lemaitre J. How to use damage mechanics // Nucl. Eng. Des. 1984. – pp. 233–245.
171. Lemaitre J., Chaboche J.-L. Aspect phenomenologique de la rupture par endommagement // J. Mec. Appl. 1978. – pp. 317–365.
172. Masing G., Mauksch W. // Wissenschaftliche Veroffentlichungen aus dem Siemens-Konzern. 1926. V. 5. – 142 p.
173. Mroz Z., Shrivastava H.P., Dubey R.N. A Non-Linear Hardening Model and Its Application to Cyclic Loading // Acta Mech. 1976. T. 25. N 1. – pp. 51–61.
174. Ohashi Y., Ohno N., Kawai M., Evaluation of creep constitutive equations for type 304 stainless steel under repeated multiaxial loading // Trans. ASME. 1982. T. 104. N 3. – pp. 159–164.
175. Ohashi Y., Tanaka E., Ooka M. Plastic deformation behavior of type 316 stainless steel subject to out-of-phase strain cycles // Trans. ASME. 1985. T. 107. – P. 286–292.
176. Ohashi Y., Tanaka E., Ueno T. Plastic deformation behavior of mild steel along spiral strain trajectory // Mech. of Mater. 1983. T. 2. – pp. 111–122.

177. Ohashi Y., Tokuda M. Precise measurement of plastic behavior of mild steel tubular specimen subjected to combined torsion and axial force // J. Mech. Phys. Solids. 1973. T. 21. N 4. – pp. 241–261.
178. Ohashi Y., Tokuda M., Tanaka E. Precise experimental results on plastic behavior of brass under complex loading // Bull. l'Acad Pol. des Sci. Ser. des Sci. bechn. 1976. T. 26. N 5. – pp. 261–272.
179. Ohashi Y., Tokuda M., Yamashita H. Effect of third invariant of stress deviator on plastic deformation of mild steel // J. Mech. Phys. Solids. 1975. T. 23. N 4-5. – pp. 295–323.
180. Ohashi Y., Tokuda M., Yamashita H. Plastic deformation of mild steel under combined load of axial force and torsion with strain trajectories of constant curvature // Bull. JSME. 1975. T. 18. N 120. – pp. 579–586.
181. Ohno N., Kachi Y., A constitutive model of cyclic plasticity for nonlinear hardening materials // J. Appl. Mech. 1986. V. 53. pp. 395–403.
182. Ohno N., Wang J.D. Kinematic hardening rules with critical state for the activation of dynamic recovery, part I: formulation and basic features for ratchetting behaviour // Int. J. Plast. 1993. – pp. 375–390.
183. Ohno N., Wang J.D. Kinematic hardening rules with critical state for the activation of dynamic recovery, part II: application to experiments of ratchetting behaviour // Int. J. Plast. 1993. – pp. 390–403.
184. Prager W. A new method of analyzing stresses and strains in work hardening plastic solids // ASME J. Appl. Mech. 1956. V. 23. pp. 493–496.
185. Rahlfs P., Masing G. // Zeit. f. Met. 1950. V. 41. – 454 p.
186. Saks G., Shoji H. Zug-Druckversuche an Messingkristallen (Bauschinger effekt) // Zeitschrift fur Phys. 1927. V. 45. – pp. 776–796.
187. Tanaka E., Murakami S., Ooka M. Effects of plastic strain amplitudes on non-proportional cyclic plasticity // Acta Mech. 1985. V. 57. pp. 167–182.

ПРИЛОЖЕНИЕ А (ОБЯЗАТЕЛЬНОЕ).

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
филиала АО «ОДК» «НИИД»

С.В. Морозов

2026 г.



Акт о внедрении (использовании)

Результатов диссертационной работы Шаровой Валентины Игоревны в
рабочий процесс отдела «Обработки металлов давлением и разработки
нового технологического оборудования»

Настоящий акт составлен о том, что результаты диссертационной работы Шаровой В.И. на тему «Термовязкопластическое деформирование металлических материалов при повторных и длительных нагружениях в условиях высоких температур» внедрены в расчетную практику отдела «Обработки металлов давлением и разработки нового технологического оборудования» при разработке технологических процессов и оснастки для изотермической штамповки заготовок из конструкционных жаропрочных сплавов в условиях высоких температур.

Начальник отдела

Македонов А.В.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б (ОБЯЗАТЕЛЬНОЕ).

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель начальника Центра
прикладных исследований –
начальник Комплекса прочности
АО "ЦНИИмаш"


И.С. Комаров
"29" "06" 2026 г.

Акт о внедрении (использовании)

результатов диссертационной работы Шаровой Валентины Игоревны
в рабочий процесс отдела Статической прочности

Настоящий акт составлен о том, что результаты диссертационной работы Шаровой В.И. "Термовязкопластическое деформирование металлических материалов при повторных и длительных нагружениях в условиях высоких температур" внедрены в расчетную практику отдела Статической прочности и используются при проведении прочностных расчетов элементов жидкостных ракетных двигателей, работающих в условиях экстремальных температурно-силовых воздействий.

Начальник лаборатории



Д.Р. Абашев

ПРИЛОЖЕНИЕ В (ОБЯЗАТЕЛЬНОЕ).

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

АКТ

№ _____

Кафедра «Техническая механика и
компьютерное моделирование»
(место составления)



Г.Х. Шарипзянова
2026 г.

О внедрении в учебный процесс университета результатов научной работы
Термовязкопластическое деформирование металлических материалов при
повторных и длительных нагрузках в условиях высоких температур

Мы, нижеподписавшиеся:

Директор департамента по образовательной политике А.Б. Максимов, декан факультета базовых компетенций Моргунов Ю.А., заведующий кафедрой «Техническая механика и компьютерное моделирование» Бровкина Ю. И. составили настоящий акт в том, что результаты инициативной научной работы соискателя Шаровой Валентины Игоревны по теме «Термовязкопластическое деформирование металлических материалов при повторных и длительных нагрузках в условиях высоких температур» имеют теоретическое и практическое значение для учебного процесса и внедрены в учебный процесс Московского политехнического университета при обучении аспирантов направления подготовки 1.1.8 «Механика деформируемого твердого тела».

Кафедра, внедрившая результаты – «Техническая механика и компьютерное моделирование».

Дата и номер протокола заседания кафедры, на котором рассмотрены результаты внедрения Протокол № от «7» 19.02. 2026 г.

Начало использования объекта внедрения – 19.02.2026 г.

Начальник учебно-методического
управления

Декан факультета,
Внедрившего разработку

Заведующий кафедрой

А. Б. Максимов

Ю.А. Моргунов

Ю.И. Бровкина

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

1. Импорт необходимых библиотек

```
In [1]: import numpy as np
from scipy.integrate import solve_ivp
from scipy.interpolate import interp1d
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.ticker as mticker
import pandas as pd
plt.rc('font', family='Times New Roman', size=14)
plt.rcParams['axes.grid']=True
plt.rcParams['xtick.minor.visible']=True
plt.rcParams['ytick.minor.visible']=True
plt.rcParams['grid.color']='grey'
```

2. Вспомогательные функции и библиотеки

```
In [2]: def round(x,dig=3):
        answer=float(f'%.{dig}g' % x)
        answer=int(answer) if int(answer)==answer else answer
        return answer

def tick_labels_to_std(ax,which='both'):
    if which=='x' or which=='both':
        ticks_loc=ax.get_xticks().tolist()
        ax.xaxis.set_major_locator(mticker.FixedLocator(ticks_loc))
        ax.set_xticklabels([round(x) for x in ticks_loc])
        ticks_loc=ax.get_xticks(minor=True).tolist()
        ax.xaxis.set_minor_locator(mticker.FixedLocator(ticks_loc))
        labels=ax.get_xticklabels(which='minor')
        ticks=[]
        for label in labels:
            if str(label)[-3]=='$':
                ticks.append(round(float(str(label).split(' ')[1])))
            else:
                ticks.append('')
        ax.set_xticklabels(ticks,minor=True)

    if which=='y' or which=='both':
        ticks_loc=ax.get_yticks().tolist()
        ax.yaxis.set_major_locator(mticker.FixedLocator(ticks_loc))
        ax.set_yticklabels([round(x) for x in ticks_loc])
        ticks_loc=ax.get_yticks(minor=True).tolist()
        ax.yaxis.set_minor_locator(mticker.FixedLocator(ticks_loc))
        labels=ax.get_yticklabels(which='minor')
        ticks=[]
        for label in labels:
            if str(label)[-3]=='$':
                ticks.append(round(float(str(label).split(' ')[1])))
            else:
                ticks.append('')
        ax.set_yticklabels(ticks,minor=True)

In [3]: # Свертка двух тензоров, представленный в форме векторов
def con(X,Y):
    return X[0]*Y[0]+X[1]*Y[1]+X[2]*Y[2]+2*(X[3]*Y[3]+X[4]*Y[4]+X[5]*Y[5])

# Линейная одномерная интерполяция
interp1=lambda x,X,Y:np.interp(x,X,Y)

# Производная одномерной табличной функции
def dif1(x,X,Y):
    if x<X[0] or x >=X[-1]:
        dy=0
    else:
        i=np.argmax(X>x)
        dy=(Y[i]-Y[i-1])/(X[i]-X[i-1])
    return dy

# Двухмерная линейная интерполяция
```

```
def interp2(x1,x2,X1,X2,Y):
    if x1<=X1[0]:
        y=interp1(x2,X2,Y[0])
    elif x1>=X1[-1]:
        y=interp1(x2,X2,Y[-1])
    elif x2<=X2[0]:
        y=interp1(x1,X1,Y[:,0])
    elif x2>=X2[-1]:
        y=interp1(x1,X1,Y[:,-1])
    else:
        i1=np.argmax(X1>x1)
        i2=np.argmax(X2>x2)
        Y1=Y[i1-1,i2-1]+(Y[i1-1,i2]-Y[i1-1,i2-1])/(X2[i2]-X2[i2-1])*(x2-X2[i2-1])
        Y2=Y[i1,i2-1]+(Y[i1,i2]-Y[i1,i2-1])/(X2[i2]-X2[i2-1])*(x2-X2[i2-1])
        y=Y1+(Y2-Y1)/(X1[i1]-X1[i1-1])*(x1-X1[i1-1])
    return y

# Производная двумерной табличной функции
def dif2(x1,x2,X1,X2,Y):
    if x1<X1[0] or x1>=X1[-1]:
        dy=0
    elif x2<=X2[0]:
        dy=dif1(x1,X1,Y[:,0])
    elif x2>=X2[-1]:
        dy=dif1(x1,X1,Y[:,-1])
    else:
        i1=np.argmax(X1>x1)
        i2=np.argmax(X2>x2)
        Y1=Y[i1-1,i2-1]+(Y[i1-1,i2]-Y[i1-1,i2-1])/(X2[i2]-X2[i2-1])*(x2-X2[i2-1])
        Y2=Y[i1,i2-1]+(Y[i1,i2]-Y[i1,i2-1])/(X2[i2]-X2[i2-1])*(x2-X2[i2-1])
        dy=(Y2-Y1)/(X1[i1]-X1[i1-1])
    return dy
```

3. Материальные параметры и функции

Параметр	Символ	Имя ключа
Модуль упругости	E	E
Производная модуля упругости	$\frac{dE}{dT}$	dE/dT
Коэффициент Пуассона	ν	nu
Производная коэффициента Пуассона	$\frac{d\nu}{dT}$	dnu/dT
Коэффициент температурного расширения	α_T	al_T
Функция изотропного упрочнения	C_p	Cp
Производная функции изотропного упрочнения по температуре	$\frac{\partial C_p}{\partial T}$	dCp/dT
Производная функции изотропного упрочнения по накопленной неупругой деформации	$\frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{us}}$	dCp/dei_st
Модуль изотропного упрочнения при циклическом нагружении	K_C	KC
Модуль изотропного упрочнения при монотонном нагружении	M_C	MC
Модуль изотропной ползучести	b_C	bC
Интенсивность изотропной ползучести	n_C	nC
Модуль линейного кинематического упрочнения	E_{a0}	Ea_0
Производная модуля линейного кинематического упрочнения	$\frac{dE_{a0}}{dT}$	dEa_0/dT
Предел кинематического упрочнения	σ_a	sig_a
Производная предела кинематического упрочнения	$\frac{d\sigma_a}{dT}$	dsig_a/dT
Модуль кинематического упрочнения	β	beta
Модуль анизотропного упрочнения при циклическом нагружении	K_E	KE
Интенсивность анизотропного упрочнения при циклическом нагружении	n_E	nE

Модуль анизотропного упрочнения при монотонном нагружении	M_E	ME
Модуль анизотропной ползучести	b_a	ba
Интенсивность анизотропной ползучести	n_a	na
Начальный размер поверхности памяти	$C_{\varepsilon 0}$	Ceps_0
Доля изотропного расширения поверхности памяти	η	eta
Параметр разрушения при ползучести	m_ω	mw
Модуль заживления	b_λ	bl
Интенсивность заживления	n_λ	nl
Модуль охрупчивания	b_ρ	br
Интенсивность охрупчивания	n_ρ	nr
Начальная энергия разрушения	W_0	W0
Производная начальной энергии разрушения	$\frac{dW_0}{dT}$	dW0/dT

```
In [4]: def read_MF(file_MF='MF.csv',file_Cp='Cp.csv'):
    tmp=np.array(pd.read_csv(file_MF,sep=';',header=None).iloc[:,1:])
    Ts=tmp[0]
    param={1:('E','dE/dT'),2:('nu','dnu/dT'),3:'al_T',
            4:'KC',5:'MC',6:'bC',7:'nC',
            8:('Ea_0','dEa_0/dT'),9:('sig_a','dsig_a/dT'),10:'beta',
            11:'KE',12:'nE',13:'ME',14:'ba',15:'na',
            16:'Ceps_0',17:'eta',18:'mw',19:'bl',20:'nl',21:'br',22:'nr',
            23:('W0','dW0/dT')}
    MF={}
    for i in range(1,len(tmp)):
        ind=~np.isnan(tmp[i])
        if type(param[i])==tuple:
            if ind.sum()==1:
                MF[param[i][0]]=tmp[i][ind][0]
                MF[param[i][1]]=0
            else:
                MF[param[i][0]]=lambda T, Ts=Ts[ind],y=tmp[i][ind]:interp1(T,Ts,y)
                MF[param[i][1]]=lambda T, Ts=Ts[ind],y=tmp[i][ind]:dif1(T,Ts,y)
        else:
            if ind.sum()==1:
                MF[param[i]]=tmp[i][ind][0]
            else:
                MF[param[i]]=lambda T, Ts=Ts[ind],y=tmp[i][ind]:interp1(T,Ts,y)

    tmp=pd.read_csv(file_Cp,sep=';',header=None)
    eis=np.array(tmp.iloc[1:,0],dtype='float')
    Ts=np.array(tmp.iloc[0,1:],dtype='float')
    tmp=np.array(tmp.iloc[1:,1:],dtype='float').T
    for i in range(len(tmp)):
        ind=~np.isnan(tmp[i])
        if ind.sum()==1:
            tmp[i]=tmp[i][ind][0]
        else:
            for j in np.where(~ind)[0]:
                tmp[i][j]=interp1(eis[j],eis[ind],tmp[i][ind])

    if len(Ts)==1 and len(eis)==1:
        MF['Cp']=tmp[0,0]
        MF['dCp/dT']=0
        MF['dCp/dei_st']=0
    elif len(Ts)==1:
        MF['Cp']=lambda ei, eis=eis,Cp=tmp[0]:interp1(ei,eis,Cp)
        MF['dCp/dT']=0
        MF['dCp/dei_st']=lambda ei, eis=eis,Cp=tmp[0]:dif1(ei,eis,Cp)
    elif len(eis)==1:
        MF['Cp']=lambda T, Ts=Ts,Cp=tmp[:,0]:interp1(T,Ts,Cp)
        MF['dCp/dT']=lambda T, Ts=Ts,Cp=tmp[:,0]:dif1(T,Ts,Cp)
```

```

MF['dCp/dei_st']=0
else:
    MF['Cp']          =lambda T,ei,Ts=Ts,eis=eis,Cp=tmp : interp2(T,ei,Ts,eis,tmp)
    MF['dCp/dT']      =lambda T,ei,Ts=Ts,eis=eis,Cp=tmp : dif2(T,ei,Ts,eis,Cp)
    MF['dCp/dei_st'] =lambda T,ei,Ts=Ts,eis=eis,Cp=tmp : dif2(ei,T,eis,Ts,Cp,T)
return MF

```

4. Функция нагружения

```

In [5]: def read_load(file_load='Load.csv'):
load=pd.read_csv(file_load,sep=',')
for p in ['T','phi11','phi22','phi33','phi12','phi23','phi31']:
    load['d'+p]=np.append((np.diff(load[p])/np.diff(load['Time'])),0)

def load_fun(t,data=load[['Time','dT','dphi11','dphi22','dphi33',
'dphi12','dphi23','dphi31','Load case']]):
    ind=load.index[load['Time']<=t][-1]
    return load['Load case'].iloc[ind],np.array([load['dT'].iloc[ind],
load['dphi11'].iloc[ind],load['dphi22'].iloc[ind],load['dphi33'].iloc[ind],
load['dphi12'].iloc[ind],load['dphi23'].iloc[ind],load['dphi31'].iloc[ind]])

t_eval=np.array([0])
for i in range(1,load.shape[0]):
    t_eval=np.append(t_eval,np.linspace(load['Time'].iloc[i-1],
load['Time'].iloc[i],load['Save points'].iloc[i+1][1]))

return {'t_0':load['T'].iloc[0],'t_max':load['Time'].iloc[-1],
'load':load_fun,'t_eval':t_eval}

```

5. Различные расчетные случаи

Переменная	Параметр	Символ
case	Расчетный случай	
phi	Скорости заданных параметров	$\dot{T}, \dot{\sigma}_{ij} / \dot{\varepsilon}_{ij}$
elast	Индикатор упругого деформирования	
E, G, nu, al_eT	Параметры материала	$E, G, \nu, \alpha_{ij}^{\varepsilon T}$
s_st	Девиатор активных напряжений	s_{ij}^*
su_st	Интенсивность девиатора активных напряжений	σ_u^*
E_st, G_st, B_T, B_R	Параметры процесса деформирования	$E^*, G^* B^T, B^R$
dT	Скорость температуры	$\dot{T}$
dsig	Тензор скоростей напряжений	$\dot{\sigma}_{ij}$

deps	Тензор скоростей деформаций	$\dot{\epsilon}_{ij}$
deu_st	Скорость накопленной неупругой деформации	$\dot{\epsilon}_{u*}^N$
dei	Тензор скоростей неупругих деформаций	$\dot{\epsilon}_{ij}^N$

```
In [6]: def cases (case,phi,E,nu,al_eT,elast=True,
           s_st=None,su_st=None,E_st=None,B_T=None,B_R=None):
           dei=np.zeros(6)
           dsig=np.zeros(6)
           deps=np.zeros(6)
           dT=phi[0]
           G=E/2./(1+nu)
           d_Kr=np.array([1,1,1,0,0,0])

           if elast:
               deu_st=0

           #Вычисление скорости накопленной неупругой деформации
           if case == 'sssss':

               dsig=phi[1:7]
               if not(elast):
                   deu_st=(3./2.*con(s_st,dsig)/su_st-B_T*dT+B_R)/E_st

           elif case == 'esssss':

               deps[0]=phi[1]
               dsig[1:6]=phi[2:7]
               if not(elast):
                   G_st=G*3/2*(1+nu)*s_st[0]**2/su_st**2
                   deu_st=((3*G*(1+nu)*s_st[0]*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+3/2*((s_st[1]+nu*s_st[0])*dsig[1]+(s_st[2]+
                   2*(s_st[3]*dsig[3]+s_st[4]*dsig[4]+s_st[5]*dsig[5])))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3*G)

           elif case == 'eessss':

               deps[0]=phi[1]
               deps[1]=phi[2]
               dsig[2:6]=phi[3:7]
               if not(elast):
                   G_st=G*3/2*(s_st[0]**2 + s_st[1]**2 + 2*nu*s_st[0]*s_st[1])/(1 - nu)/su_st**2
                   deu_st=(1/(E_st+3*G_st))*(3*G*((s_st[0] + nu*s_st[1])*(deps[0] - al_eT[0]*dT) +
                   (s_st[1] + nu*s_st[0])*(deps[1] - al_eT[1]*dT))/(1 - nu)/su_st +
                   3/2*((1-2*nu)*s_st[2]*dsig[2] + 2*(1 - nu)*s_st[3]*dsig[3] +
                   2*(1 - nu)*s_st[4]*dsig[4] + 2*(1 - nu)*s_st[5]*dsig[5]))/(1 - nu)/su_st-B_T*dT+B_R)

           elif case == 'eeeeee':

               deps=phi[1:7]
               if not(elast):
                   deu_st=(3*G*con(s_st,deps-al_eT*dT)/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3*G)

           elif case == 'sessss':

               dsig[0]=phi[1]
               deps[1]=phi[2]
               dsig[2:6]=phi[3:7]
               if not(elast):
                   G_st=G*3/2*(1+nu)*s_st[1]**2/su_st**2
                   deu_st=((3*G*(1+nu)*s_st[1]*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+3/2*((s_st[0]+nu*s_st[1])*dsig[0]+(s_st[2]+
                   2*(s_st[3]*dsig[3]+s_st[4]*dsig[4]+s_st[5]*dsig[5])))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3*G)

           elif case == 'ssesss':

               dsig[0:2]=phi[1:3]
               deps[2]=phi[3]
               dsig[3:6]=phi[4:7]
               if not (elast):
                   G_st=G*3/2*(1+nu)*s_st[2]**2/su_st**2
                   deu_st=((3*G*(1+nu)*s_st[2]*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+3/2*((s_st[0]+nu*s_st[2])*dsig[0]+(s_st[1]+
                   2*(s_st[3]*dsig[3]+s_st[4]*dsig[4]+s_st[5]*dsig[5])))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3*G)
```

```

elif case == 'sssess':

    dsig[0:3]=phi[1:4]
    deps[3]=phi[4]
    dsig[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3*s_st[3]**2/su_st**2
        deu_st=((3*G*2*s_st[3]*(deps[3]-al_eT[3])+3/2*(s_st[0]*dsig[0]+s_st[1]*dsig[1]+s_st[2]*dsig[2]+s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

elif case == 'eessss':

    deps[0:2]=phi[1:3]
    dsig[2:6]=phi[3:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[0]+s_st[1]**2+2*nu*s_st[0]*s_st[1])/((1-nu)*su_st**2)
        deu_st=((3*G*((s_st[0]+nu*s_st[1])*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+(s_st[1]+nu*s_st[0])*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

elif case == 'esesss':

    deps[0]=phi[1]
    dsig[1]=phi[2]
    deps[2]=phi[3]
    dsig[3:6]=phi[4:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[0]+s_st[2]**2+2*nu*s_st[0]*s_st[2])/((1-nu)*su_st**2)
        deu_st=((3*G*((s_st[0]+nu*s_st[2])*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+(s_st[2]+nu*s_st[0])*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

elif case == 'essess':

    deps[0]=phi[1]
    dsig[1:3]=phi[2:4]
    deps[3]=phi[4]
    dsig[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*((1+nu)*s_st[0]**2+2*s_st[3]**2)/su_st**2
        deu_st=((3*G*((1+nu)*s_st[0]*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+2*s_st[3]*(deps[3]-al_eT[3]*dT))+3/2*((s_st[1]+nu*s_st[2])*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+(s_st[2]+nu*s_st[1])*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+3/2*((1-2*nu)*s_st[0]*dsig[0]+2*(1-nu)*s_st[3]*dsig[3]+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

elif case == 'seesss':

    dsig[0]=phi[1]
    deps[1:3]=phi[2:4]
    dsig[3:6]=phi[4:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[1]+s_st[2]**2+2*nu*s_st[1]*s_st[2])/((1-nu)*su_st**2)
        deu_st=((3*G*((s_st[1]+nu*s_st[2])*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+(s_st[2]+nu*s_st[1])*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+3/2*((1-2*nu)*s_st[0]*dsig[0]+2*(1-nu)*s_st[3]*dsig[3]+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

elif case == 'sesess':

    dsig[0]=phi[1]
    deps[1]=phi[2]
    dsig[2]=phi[3]
    deps[3]=phi[4]
    dsig[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*((1+nu)*s_st[1]**2+2*s_st[3]**2)/su_st**2
        deu_st=((3*G*((1+nu)*s_st[1]*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+2*s_st[3]*(deps[3]-al_eT[3]*dT))+3/2*((s_st[2]+nu*s_st[1])*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+(s_st[1]+nu*s_st[2])*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

elif case == 'sseess':

    dsig[0:2]=phi[1:3]
    deps[2:4]=phi[3:5]
    deps[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*((1+nu)*s_st[2]**2+2*s_st[3]**2)/su_st**2
        deu_st=((3*G*((1+nu)*s_st[2]*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+2*s_st[3]*(deps[3]-al_eT[3]*dT))+3/2*((s_st[1]+nu*s_st[2])*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+(s_st[2]+nu*s_st[1])*(deps[2]-al_eT[2]*dT)+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3

```

```

elif case == 'eeesss':

    deps[0:3]=phi[1:4]
    dsig[3:6]=phi[4:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[0]**2+s_st[1]**2+2*s_st[2]**2)/su_st**2
        deu_st=((3*G*(s_st[0]*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+s_st[1]*(deps[1]-al_eT[1]*dT)+s_st[2]*(deps[2]-a
            2*s_st[4]*dsig[4]+2*s_st[5]*dsig[5]))/su_st-B_T*dT+B_R)/(E_st+3*G_st)

elif case == 'eesess':

    deps[0:2]=phi[1:3]
    dsig[2]=phi[3]
    deps[3]=phi[4]
    dsig[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[0]**2+s_st[1]**2+2*nu*s_st[0]*s_st[1]+2*(1-nu)*s_st[3]**2)/((1-nu)*su_st**2
        deu_st=((3*G*((s_st[0]+nu*s_st[1])*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+(s_st[1]+nu*s_st[0])*(deps[1]-al_eT
            2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/((1-nu)*su_st)-B_T*dT+B_R)/(E_st

elif case == 'eseess':

    deps[0]=phi[1]
    dsig[1]=phi[2]
    deps[2:4]=phi[3:5]
    dsig[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[0]**2+s_st[2]**2+2*nu*s_st[0]*s_st[2]+2*(1-nu)*s_st[3]**2)/((1-nu)*su_st**2)
        deu_st=((3*G*((s_st[0]+nu*s_st[2])*(deps[0]-al_eT[0]*dT)+(s_st[2]+nu*s_st[0])*(deps[2]-al_eT[
            nu)*su_st**2))-B_T*dT+B_R)/(E_st+3*G)

elif case == 'seesss':

    dsig[0]=phi[1]
    deps[1:4]=phi[2:5]
    dsig[4:6]=phi[5:7]
    if not (elast):
        G_st=G*3/2*(s_st[1]**2+s_st[2]**2+2*nu*s_st[1]*s_st[2]+2*(1-nu)*s_st[3]**2)/((1-nu)*deu_st**2)
        deu_st=((3*G*((s_st[0]+nu*s_st[2])*(deps[1]-al_eT[3]*dT)+(s_st[2]+nu*s_st[1])*(deps[2]-al_eT[2
            3/2*((1-2*nu)*2*s_st[0]*dsig[0]+2*(1-nu)*s_st[4]*dsig[4]+2*(1-nu)*s_st[5]*dsig[5]))/((

#Вычисление тензора скоростей неупругой деформации

deu_st=0 if deu_st<0 else deu_st
dei=3/2*s_st/su_st*deu_st if deu_st>0 else dei

#Вычисление скоростей искоемых параметров процесса деформирования

if case == 'ssssss':

    deps=(dsig-nu*((dsig[0]+dsig[1]+dsig[2])*d_Kr-dsig))/E+dei+al_eT*dT

elif case == 'esssss':

    dsig[0]=E*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(dsig[1]+dsig[2])
    deps[1]=-nu*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+(1-nu**2)/E*dsig[1]-nu*(1+nu)/E*dsig[2]+dei[1]+al_eT[1]
    deps[2]=-nu*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)-nu*(1+nu)/E*dsig[1]+(1-nu**2)/E*dsig[2]+dei[2]+al_eT[2]
    deps[3:6]=(1+nu)/E*dsig[3:6]+dei[3:6]+al_eT[3:6]*dT

elif case == 'eessss':

    dsig[0]=(E/(1 - nu**2))*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT))+nu/(1-nu)
    dsig[1]=(E/(1 - nu**2))*((deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+nu*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT))+nu/(1-nu)
    deps[2]=-nu/(1-nu)*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT))+nu*(1-2*nu)/E
    deps[3:6]=(1+nu)/E*dsig[3:6]+dei[3:6]+al_eT[3:6]*dT

elif case == 'eeeeee':

    dsig=2*G*(deps-dei-al_eT*dT)+d_Kr*2*G*nu/(1-2*nu)*(np.sum(deps[0:3])-np.sum(al_eT[0:3])*dT)

elif case == 'sessss':

    deps[0]=-nu*(deps[1]-dei[1]+al_eT[1]*dT)+((1-nu**2)*dsig[0]-nu*(1+nu)*dsig[2])/E+dei[0]+al_eT[0]
    dsig[1]=E*(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+nu*(dsig[0]+dsig[2])
    de[2]=-nu*(deps[1]-dei[1]+al_eT[1]*dT)+(nu*(1+nu)*dsig[0]+(1-nu**2)*dsig[2])/E+dei[2]+al_eT[2]*d

```

```

        deps[3:6]=(1+nu)/E*dsig[3:6]+dei[3:6]+al_eT[3:6]*dT

    elif case == 'ssesss':

        deps[0]=-nu*(deps[2]-dei[2]+al_eT[2]*dT)+((1-nu**2)*dsig[0]-nu*(1+nu)*dsig[1])/E+dei[0]+al_eT[1]
        deps[1]=-nu*(deps[2]-dei[2]+al_eT[2]*dT)-(nu*(1+nu)*dsig[0]+(1-nu**2)*dsig[1])/E+dei[1]+al_eT[1]
        dsig[2]=E*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT)+nu*(dsig[0]+dsig[1])
        deps[3:6]=(1+nu)/E*dsig[3:6]+dei[3:6]+al_eT[3:6]*dT

    elif case == 'ssssss':

        deps[0]=(dsig[0]-nu*(dsig[1]+dsig[2]))/E+dei[0]+al_eT[0]*dT
        deps[1]=(dsig[1]-nu*(dsig[0]+dsig[2]))/E+dei[1]+al_eT[1]*dT
        deps[2]=(dsig[2]-nu*(dsig[0]+dsig[1]))/E+dei[2]+al_eT[2]*dT
        dsig[3]=E*(deps[3]+dei[3]+al_eT[3]*dT)/(1+nu)
        deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

    elif case == 'eessss':

        dsig[0]=E*((deps[0]-dei[0]+al_eT[0]*dT)+nu*(deps[1]-dei[1]+al_eT[1]*dT))/(1-nu**2)+nu*dsig[2]/(1-nu)
        dsig[1]=E*((deps[1]-dei[1]+al_eT[1]*dT)+nu*(deps[0]-dei[0]+al_eT[0]*dT))/(1-nu**2)+nu*dsig[2]/(1-nu)
        deps[2]=-nu*(deps[1]-dei[1]+al_eT[1]*dT)-(nu*(1+nu)*dsig[2]+(1-nu**2)*dsig[0])/E+dei[2]+al_eT[2]
        dsig[3]=E*(deps[3]+dei[3]+al_eT[3]*dT)/(1+nu)
        deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

    elif case == 'esesss':

        dsig[0]=E*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT))/(1-nu**2)+nu*dsig[1]/(1-nu)
        deps[1]=nu*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT))/(1-nu)+(1+nu)*(1-2*nu)*dsig[2]/(1-nu)
        dsig[2]=E*((deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT)+(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT))/(1-nu**2)+nu*dsig[1]/(1-nu)
        dsig[3]=(1+nu)*dsig[3]/E+dei[3]+al_eT[3]*dT
        deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

    elif case == 'esssss':

        dsig[0]=E*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(dsig[1]+dsig[2])
        deps[1]=-nu*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(1+nu)/E*dsig[2]-(1-nu**2)/E*dsig[1]+dei[1]+al_eT[1]
        deps[2]=-nu*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(1+nu)/E*dsig[1]+(1-nu**2)/E*dsig[2]+dei[2]+al_eT[2]
        dsig[3]=E*(deps[3]-dei[3]-al_eT[3]*dT)/(1+nu)
        deps[4:6]=(1+nu)/E*dsig[4:6]+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

    elif case == 'seesss':

        deps[0]=-nu*((deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT))/(1-nu)+(1+nu)*(1-2*nu)-d
        dsig[1:3]=E*((deps[1:3]-dei[1:3]-al_eT[1:3]*dT)+nu*(deps[1:3]-1)-dei[1:3]-1)-al_eT[1:3:-1]*dT)/
        deps[3:6]=(1+nu)*dsig[3:6]/E+dei[3:6]+al_eT[3:6]*dT

    elif case == 'sesess':

        deps[0]=-nu*(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+(1-nu**2)*dsig[0]/E-nu*(1+nu)*dsig[2]/E+dei[0]+al_eT[0]
        dsig[1]=E*(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+nu*(dsig[0]+dsig[2])
        deps[2]=-nu*(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+(1-nu**2)*dsig[0]/E-nu*(1+nu)*dsig[2]/E+dei[2]+al_eT[2]
        dsig[3]=E*(dsig[3]-dei[3]-al_eT[3]*dT)/(1+nu)
        deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]/E+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

    elif case == 'sseess':

        deps[0:2]=-nu*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT)+(1-nu**2)*dsig[0]/E-nu*(1+nu)*dsig[1]/E+dei[0:2]+al_eT[0:2]
        dsig[2]=E*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT)+nu*(dsig[0]+dsig[1])
        dsig[3]=E*(dsig[3]-dei[3]-al_eT[3]*dT)/(1+nu)
        deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]/E+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

    elif case == 'eeesss':

        dsig[0:2]=E*((1-nu)*(deps[0:2]-dei[0:2]-al_eT[0:2]*dT)+nu*(deps[0:2:-1]-dy[0:2:-1]-al_eT[0:2:-1]
        dsig[2]=E*((1-nu)*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT)+nu*(deps[0]-dy[0]-al_eT[0]*dT+deps[1]-dei[1]-al_eT[1]-al_e
        deps[3:6]=(1+nu)*dsig[3:6]/E+dei[3:6]+al_eT[3:6]*dT

    elif case == 'eesess':

        dsig[0:2]=E*((deps[0:2]-dei[0:2]-al_eT[0:2]*dT)+nu*(deps[0:2:-1]-dei[0:2:-1]-al_eT[0:2:-1]*dT))/(1-nu)
        deps[2]=-nu*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT))/(1-nu)+(1+nu)*(1-2*nu)
        dsig[3]=E*(deps[3]-dei[3]-al_eT[3]*dT)/(1+nu)
        deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]/E+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

```

```

elif case == 'eseess':

    dsig[0]=E*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT))/(1-nu**2)+nu*dsig[1]/(1
    deps[1]=-nu*((deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT)+nu*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT))/(1-nu)+(1+nu)*(1-2*nu
    dsig[2]=E*((deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT)+nu*(deps[0]-dei[0]-al_eT[0]*dT))/(1-nu**2)+nu*dsig[1]/(1
    dsig[3]=E*(deps[3]-dei[3]-al_eT[3]*dT)/(1-nu)
    deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]/E+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

elif case == 'seeess':

    deps[0]=-nu*((deps[1]-dei[1]-al_eT[1]*dT)+nu*(deps[2]-dei[2]-al_eT[2]*dT))/(1-nu)+(1+nu)*(1-2*nu
    dsig[1:3]=E*((deps[1:3]-dei[1:3]-al_eT[1:3]*dT)+nu*(deps[1:3:-1]-dei[1:3:-1]-al_eT[1:3:-1]*dT))/(
    dsig[3]=E*(deps[3]-dei[3]-al_eT[3]*dT)/(1+nu)
    deps[4:6]=(1+nu)*dsig[4:6]/E+dei[4:6]+al_eT[4:6]*dT

dei=np.delete(dei,2)

return [deu_st,dei,dsig,deps]

```

6. Массивы дифференциальных уравнений параметров процесса деформирования

Индекс	Параметр	Символ			
0	Температура	T			
			22-26	Тензор микронапряжений 1 типа	$a_{ij}^{(1)}$
1	Накопленная неупругая деформация	ε_{u*}^{in}			
			27-31	Тензор микронапряжений 2 типа	$a_{ij}^{(2)}$
2-7	Тензор напряжений	σ_{ij}			
			32	Размер поверхности памяти	C_ε
8-13	Тензор деформаций	ε_{ij}			
			33-37	Тензор смещения поверхности памяти	ξ_{ij}
14-18	Тензор неупругих деформаций	ε_{ij}^{in}			
			38	Энергия разрушения	W
19	Размер поверхности нагружения	C			
			39	Повреждения	ω
20	Предел ползучести	σ_{-1}			
			40	Температурная деформация	α_T
21	Модуль анизотропного упрочнения 1 типа	E_a			

```

In [7]: def dy(t,y,MF,load,stop_failure=False,true_load=False):
        if true_load:
            global de
            if t==0.:
                de=np.zeros(3)

        MFc={}
        for i in MF.keys()-{'Cp', 'dCp/dei_st', 'dCp/dT'}:
            if not(callable(MF[i])):
                MFc[i]=MF[i]
            else:
                MFc[i]=MF[i](y[0])

        if not(callable(MF['Cp'])):
            MFc['Cp']=MF['Cp']
            MFc['dCp/dT']=0
            MFc['dCp/dei_st']=0
        elif MF['dCp/dT']==0:
            MFc['Cp']=MF['Cp'](y[1])
            MFc['dCp/dT']=0
            MFc['dCp/dei_st']=MF['dCp/dei_st'](y[1])
        elif MF['dCp/dei_st']==0:

```

```

Mfc['Cp']=MF['Cp'](y[0])
Mfc['dCp/dT']=MF['dCp/dT'](y[0])
Mfc['dCp/dei_st']=0
else:
Mfc['Cp']=MF['Cp'](y[0],y[1])
Mfc['dCp/dT']=MF['dCp/dT'](y[0],y[1])
Mfc['dCp/dei_st']=MF['dCp/dei_st'](y[0],y[1])

d_Kr=np.array([1,1,1,0,0,0])

eps_in_ij=np.insert(y[14:19],2,-y[14]-y[15])
a_1_ij=np.insert(y[22:27],2,-y[22]-y[23])
a_2_ij=np.insert(y[27:32],2,-y[27]-y[28])
xi_ij=np.insert(y[33:38],2,-y[33]-y[34])

sig_0=sum(y[2:5])/3
s_ij=y[2:8]-d_Kr*sig_0
s_st=s_ij-a_1_ij-a_2_ij
s_u_st=np.sqrt(3/2*con(s_st,s_st))

a_2_u=np.sqrt(3/2*con(a_2_ij,a_2_ij))
a_2_u=Mfc['sig_a'] if a_2_u>Mfc['sig_a'] else a_2_u
a_u=np.sqrt(3/2*con(a_1_ij+a_2_ij,a_1_ij+a_2_ij))
Sig_u=np.sqrt(3/2*con(s_ij,s_ij))

al_eps_T=d_Kr*Mfc['al_T']-Mfc['dE/dT']/Mfc['E']**2* \
(y[2:8]-Mfc['nu']*(3*sig_0*d_Kr-y[2:8]))- \
Mfc['dnu/dT']/Mfc['E']*(3*sig_0*d_Kr-y[2:8])

if s_u_st:
n=np.sqrt(3/2)*s_st/s_u_st
if y[32]:
n_st=np.sqrt(2/3)*(eps_in_ij-xi_ij)/y[32]
else:
n_st=n
else:
n=np.zeros(6)
n_st=np.zeros(6)

cyc = np.sqrt(2/3*con(eps_in_ij-xi_ij,eps_in_ij-xi_ij))<y[32] or con(n,n_st)<0

life=1e-3 if y[39]>=1-1e-3 else (1-y[39])

if (y[19]-y[20])==0:
Pc=0
elif Mfc['bC']+np.log(abs(y[19]-y[20]))-Mfc['mw']*np.log(life)>600:
Pc=np.exp(600)
else:
Pc=np.exp(Mfc['bC']+np.log(abs(y[19]-y[20]))*Mfc['nC']-Mfc['mw']*np.log(life))

if a_u==0:
Pa=0
elif Mfc['ba']+np.log(a_u)*Mfc['na']-Mfc['mw']*np.log(life)>600:
Pa=np.exp(600)
else:
Pa=np.exp(Mfc['ba']+np.log(a_u)*Mfc['na']-Mfc['mw']*np.log(life))

lbd=0 if sig_0>0 or np.exp(Mfc['bl'])==0 else np.exp(Mfc['bl']+np.log(abs(3*sig_0))*Mfc['nl'])

ro=0 if Sig_u==0 else np.exp(Mfc['br']+np.log(Sig_u)*Mfc['nr'])

qe=Mfc['dCp/dei_st']

if cyc:
qe-=Mfc['KC']*abs(y[19]-Mfc['Cp'])/Mfc['Cp']
else:
qe+=Mfc['MC']
qT=y[19]*Mfc['dCp/dT']/Mfc['Cp']
qR=qe*Pc if qe>0 else 0

g_1=y[21]
if cyc:
if y[21]>1e-6:
dEa_deps_in_u_st=-Mfc['KE']*(y[21]/Mfc['Ea_0'])*Mfc['nE']
else:

```

```

dEa_deps_in_u_st=0
else:
    dEa_deps_in_u_st=MFc['ME']*(MFc['Ea_0']-y[21])/MFc['Ea_0'])
    ga_1=dEa_deps_in_u_st/y[21] if cyc else 0
    g_2=MFc['beta']*MFc['sig_a']
    ga_2=MFc['beta']

    gT_1=MFc['dEa_0/dT']/MFc['Ea_0']
    gT_2=MFc['dsig_a/dT']/MFc['sig_a']

    gR_1=((g_1+g_2)/a_u+ga_1)*Pa if a_u else 1e6
    gR_1=0 if gR_1<0 else gR_1
    gR_2=((g_1+g_2)/a_u+ga_2)*Pa if a_u else 1e6
    gR_2=0 if gR_2<0 else gR_2

    gW=ro
    if y[38]>=1e-7:
        gWT=y[38]/MFc['w0']*MFc['dw0/dT']
    else:
        gWT=0

    gom=lbd

    alp=MFc['sig_a']/a_2_u if a_2_u>0.001 else 1000*MFc['sig_a']

    a_1_u_st=3/2*con(s_st,a_1_ij)/s_u_st if s_u_st else 1e6
    a_2_u_st=3/2*con(s_st,a_2_ij)/s_u_st if s_u_st else 1e6

    E_st=qe+g_1+ga_1*a_1_u_st+g_2+ga_2*a_2_u_st
    B_T=qT+gT_1*a_1_u_st+gT_2*a_2_u_st
    B_R=qR+gR_1*a_1_u_st+gR_2*a_2_u_st

    dy=np.zeros(41)
    if true_load:
        case,phi=load(t,y[2:5],y[8:11],de)
    else:
        case,phi=load(t)
    dy[0]=phi[0]

    if s_u_st<y[19]:
        #Упругость
        dy[1],dy[14:19],dy[2:8],dy[8:14]=cases(case,phi,MFc['E'],MFc['nu'],al_eps_T)
    else:
        #Неупругость
        dy[1],dy[14:19],dy[2:8],dy[8:14]=cases(case,phi,MFc['E'],MFc['nu'],al_eps_T,elast=False,
        s_st=s_st,su_st=s_u_st,E_st=E_st,B_T=B_T,B_R=B_R)

    if true_load and np.mean(abs(dy[8:11]))<1e3:
        de=dy[8:11]

    deps_in_ij=np.insert(dy[14:19],2,-dy[14]-dy[15])

    if dy[1] == 0: # Циклика если мы в упругости
        cyc = True
        qe=MFc['dCp/dei_st']-MFc['KC']*abs(y[19]-MFc['Cp'])/MFc['Cp']
        qR=qe*Pc if qe>0 else 0
        if y[21]>1e-6:
            dEa_deps_in_u_st=-MFc['KE']*(y[21]/MFc['Ea_0'])*MFc['nE']
        else:
            dEa_deps_in_u_st=0
            ga_1=dEa_deps_in_u_st/y[21]
            gR_1=((g_1+g_2)/a_u+ga_1)*Pa if a_u else 1e6
            gR_1=0 if gR_1<0 else gR_1

    dy[19]=qe*dy[1]+qT*dy[0]-qR

    dy[20]=MFc['dCp/dT']*dy[0]

    if cyc:
        dy[20]+=MFc['dCp/dei_st']*dy[1]
    elif MFc['dCp/dei_st']<0 and y[19]<=y[20]:
        dy[20]+=qe*dy[1]

    dy[21]=dEa_deps_in_u_st*dy[1]+y[21]/MFc['Ea_0']*MFc['dEa_0/dT']*dy[0]

    dy[22:27]=2/3*g_1*dy[14:19]+ga_1*y[22:27]*dy[1]+gT_1*y[22:27]*dy[0]-gR_1*y[22:27]

```

```

dy[27:32]=2/3*g_2*dy[14:19]+ga_2*y[27:32]*dy[1]+gT_2*y[27:32]*dy[0]-gR_2*y[27:32]

if not(cyc):
    dy[32]=MFC['eta']*con(n,n_st)*dy[1]

    dy[33:38]=(1-MFC['eta'])*np.sqrt(3/2)*con(n,n_st)*np.delete(n_st,2)*dy[1]

dy[38]=gWT*dy[0]-gW*y[38]

if y[39]<1e-3: # Линейное накопление повреждений
    dy[39]=con(a_2_ij,deps_in_ij)/y[38]
elif y[39]>=1:
    dy[39]=0.
else:
    dy[39]=con(a_2_ij,deps_in_ij)/y[38]-gom*y[39]

dy[40]=MFC['a1_T']*dy[0]

print(' '*100, end='\n')
print(f'\n>> Текущее время: {t:.5g}, Текущая повреждаемость: {y[39]:.5g}', end='')
return dy

```

7. Функция запуска расчета

```

In [8]: def equation(eq_param,MF,dy=dy,rtol=1e-5,atol=1e-3,max_step=np.inf,
    creep=False, save=None, load=None, stop_failure=False, Nf_predict=False, true_load=False):

    if load:
        data=pd.read_csv(load,sep=';',index_col='Time')
    else:

        y0=np.zeros(41)
        y0[0]=eq_param['T_0']
        if not(callable(MF['Cp'])):
            y0[19]=MF['Cp']
        elif MF['dCp/dT']==0:
            y0[19]=MF['Cp'](0)
        elif MF['dCp/dei_st']==0:
            y0[19]=MF['Cp'](y0[0])
        else:
            y0[19]=MF['Cp'](y0[0],0)

        for y0i,MFi in zip([21,32,38],['Ea_0','Ceps_0','w0']):
            if not(callable(MF[MFi])):
                y0[y0i]=MF[MFi]
            else:
                y0[y0i]=MF[MFi](y0[0])

        y0[20]=y0[19]
        y0[39]=1e-5

        t_max=eq_param['t_max']

        if stop_failure:

            def stop_event(t,y):
                result=1
                if y[39]>=1.:
                    result=0
                return result
            stop_event.terminal=True

            fun=lambda t,y:dy(t,y,MF,eq_param['load'], stop_failure=True, true_load=true_load)
            print(f'Расчет до разрушения, максимальное время расчета {t_max:.5g}')
            sol=solve_ivp(fun,(0,t_max),y0,method='RK23',
                max_step=max_step,rtol=rtol,atol=atol,
                t_eval=eq_param['t_eval'], events=stop_event)

        else:

            fun=lambda t,y:dy(t,y,MF,eq_param['load'], true_load=true_load)
            print(f'Максимальное время расчета {t_max:.5g}')
            sol=solve_ivp(fun,(0,t_max),y0,method='RK23',
                max_step=np.inf,rtol=rtol,atol=atol,t_eval=eq_param['t_eval'])

```

```

data=pd.DataFrame(sol.y.T,index=sol.t,columns=['T','eps_u*_in',
'sig_11','sig_22','sig_33','sig_12','sig_23','sig_31',
'eps_11','eps_22','eps_33','eps_12','eps_23','eps_31',
'eps_in_11','eps_in_22','eps_in_12','eps_in_23','eps_in_31',
'C','sig_-1','Ea','a_1_11','a_1_22','a_1_12','a_1_23','a_1_31',
'a_2_11','a_2_22','a_2_12','a_2_23','a_2_31','C_eps',
'xi_11','xi_22','xi_12','xi_23','xi_31','W','omega','eps_T'])

data.index.name='Time'
data.insert(loc=16, column='eps_in_33',value=-data['eps_in_11']-data['eps_in_22'])

if creep:
    eps_c={'eps_c_11':[0],'eps_c_22':[0],'eps_c_33':[0],
'eps_c_12':[0],'eps_c_23':[0],'eps_c_31':[0]}

    for i in range(1,data.shape[0]):

        if [data['sig_11'].iloc[i],data['sig_22'].iloc[i],data['sig_33'].iloc[i],
data['sig_12'].iloc[i],data['sig_23'].iloc[i],data['sig_31'].iloc[i]]== \
[data['sig_11'].iloc[i-1],data['sig_22'].iloc[i-1],data['sig_33'].iloc[i-1],
data['sig_12'].iloc[i-1],data['sig_23'].iloc[i-1],data['sig_31'].iloc[i-1]]:

            for ij in ['11','22','33','12','23','31']:
                eps_c['eps_c_'+ij].append(eps_c['eps_c_'+ij][i-1]+data['eps_'+ij].iloc[i]-data['
else:

            for ij in ['11','22','33','12','23','31']:
                eps_c['eps_c_'+ij].append(eps_c['eps_c_'+ij][i-1])

        data=pd.concat([data,pd.DataFrame(eps_c,index=data.index)],axis=1)

if save:
    data.to_csv(save,sep=';')

if Nf_predict:
    ind = np.searchsorted(data.index, data.index[-1]-Nf_predict)
    dt = data.index[-1] - data.index[ind]
    domega = data['omega'].iloc[-1] - data['omega'].iloc[ind]
    Nf = data.index[-1] + (1 - data['omega'].iloc[-1])/domega*dt
    print(f'Прогнозируемое число циклов до разрушения {int(Nf)}')

return data

```

```

In [9]: def r_m(N,x):
    N_rm,r,m=[],[],[]
    N_rm=np.arange(1,int(N.max()),2)
    for i in N_rm:
        ind=np.logical_and(N>=i,N<=i+1)
        m.append((x[ind].max()+x[ind].min())/2)
        r.append(x[ind].max()-x[ind].min())
    return N_rm,r,m

def plot_ex_eq(plt,x_ex,y_ex,x_eq,y_eq,ps=(8,6),pd=2.5,col='k',linw=1.2,
x_lab='Деформация',y_lab='Напряжение, МПа', label=''):
    if x_ex is not None:
        plt.plot(x_ex,y_ex,
ls=(0,(1e-5,pd)),lw=ps[0],dash_capstyle='round',c=col)
        plt.plot(x_ex,y_ex,
ls=(0,(1e-5,pd*ps[0]/ps[1])),lw=ps[1],dash_capstyle='round',c='w')
    plt.plot(x_eq,y_eq,ls='-',lw=linw,c=col,label=label)
    if str(type(plt))=="<class 'module'>":
        plt.xlabel(x_lab)
        plt.ylabel(y_lab)
    else:
        plt.set_xlabel(x_lab)
        plt.set_ylabel(y_lab)
    plt.grid(visible=True,which='minor',ls=(0,(1,1)),c='gainsboro')

def graph(x, y, plt, line=False, x_lab=None, y_lab=None,
col='k', ps=(8,6), pd=2, smooth=False, log_x=False):

    if smooth:
        f_Y=interp1d(x,y,kind='cubic',fill_value="extrapolate")
    if log_x:

```

```

        X=np.logspace(np.min(np.log10(x)),np.max(np.log10(x)),1000,endpoint=True)
    else:
        X=np.linspace(np.min(x),np.max(x),endpoint=True)
    Y=f_Y(X)
    else:
        if log_x:
            X=np.logspace(np.min(np.log10(x)),np.max(np.log10(x)),1000,endpoint=True)
            f_Y=interp1d(x,y,fill_value="extrapolate")
            Y=f_Y(X)
        else:
            X=x
            Y=y

    if line:
        plt.plot(X,Y,c=col,ls=line)
    else:
        plt.plot(X,Y,
            ls=(0,(1e-5,pd)),lw=ps[0],dash_capstyle='round',c=col)
        plt.plot(X,Y,
            ls=(0,(1e-5,pd*ps[0]/ps[1])),lw=ps[1],dash_capstyle='round',c='w')

    plt.set_xlabel(x_lab)
    plt.set_ylabel(y_lab)
    if log_x:
        plt.set_xscale('log')
    plt.grid(which='major',c='gray')
    plt.grid(visible=True,which='minor',ls=(0,(1,1)),c='gainsboro')
    plt.minorticks_on()

def dots(x,y,ax,x_lab=None,y_lab=None):
    ax.scatter(x,y,facecolors='none',edgecolors='k',s=50)
    ax.grid(which='major',c='gray')
    ax.grid(visible=True,which='minor',ls=(0,(1,1)),c='gainsboro')
    ax.minorticks_on()
    ax.set_xlabel(x_lab)
    ax.set_ylabel(y_lab)

# Вид аннотации
an_style={'arrowprops':{'arrowstyle':'->'},
        'size':12,
        'bbox':{'boxstyle':'round','fc":"#ffffff"}}

```

Пример расчета базового эксперимента на образцах нержавеющей стали 12Х18Н10Т

Базовый эксперимент при нормальной температуре

```

In [10]: def load_base_20(t):
    load={'N':[0,20,220], 'em':[0,0.05,0.1], 'ea':[0.008,0.006,0.006]}
    for i in range(len(load['N'])):
        if t>=load['N'][-i-1]:
            de=2*load['ea'][-i-1]/0.5
            if t-int(t)>=0.5:
                de*=-1
            if t<load['N'][-i-1]+0.5:
                if i==(len(load['N'])-1):
                    de+=(load['em'][-i-1]-load['ea'][-i-1])/0.5
                else:
                    de+=(load['em'][-i-1]-load['em'][-i-2])/0.5
                    de-=(load['ea'][-i-1]-load['ea'][-i-2])/0.5
            break

    phi=np.array([0,de,0,0,0,0,0])
    return 'esssss',phi

base_20={'T_0':20,'t_max':500,'load':load_base_20}
base_20['t_eval']=sorted(set(np.hstack((np.arange(0,base_20['t_max'],0.5),

```

```

np.arange(0,1.5,0.01),
np.arange(19,22,0.01),
np.arange(219,222,0.01))))))

In [11]: base_20_eq=equation(base_20,read_MF(file_MF='MF_12X.csv',file_Cp='Cp_12X.csv'),dy,
rtol=1e-5,atol=1e-3, Nf_predict=True,
save='eq_res\\eq_base_20.csv')

Прогнозируемое число циклов до разрушения 2469

In [12]: base_20_ex=pd.read_csv('exp_base_20.csv',sep=';')

In [13]: ind=base_20_eq.index<=1.5
plt.figure(figsize=(7,4))
x_eq=base_20_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_20_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_20_ex['1_eps'],base_20_ex['1_sig'],
x_eq,y_eq,col='C0')
plt.annotate('1-2 циклы',(x_eq.iloc[137],y_eq.iloc[137]),
(x_eq.iloc[137]-0.014,y_eq.iloc[137]+120),
arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
bbox={'boxstyle':'round','fc':'#bcd6e9'})

ind=np.logical_and(base_20_eq.index>=19.5,base_20_eq.index<=21.5)
x_eq=base_20_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_20_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_20_ex['2_eps'],base_20_ex['2_sig'],
x_eq,y_eq,col='C1')
plt.annotate('19-21 циклы',(x_eq.iloc[80],y_eq.iloc[80]),
(x_eq.iloc[80]-0.011,y_eq.iloc[80]-160),
arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
bbox={'boxstyle':'round','fc':'#ffd9b7'})

ind=np.logical_and(base_20_eq.index>=219.5,base_20_eq.index<=221.5)
x_eq=base_20_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_20_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_20_ex['3_eps'],base_20_ex['3_sig'],
x_eq,y_eq,col='C2')
plt.annotate('219-221 циклы',(x_eq.iloc[80],y_eq.iloc[80]),
(x_eq.iloc[80]-0.015,y_eq.iloc[80]-190),
arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
bbox={'boxstyle':'round','fc':'#c0e3c0'})

plt.savefig('base_20_cyc.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

x_eq=r_m(base_20_eq.index,base_20_eq['sig_11'])[0]
y_eq=r_m(base_20_eq.index,base_20_eq['sig_11'])[1]
ind=base_20_ex['N']<=base_20_eq.index[-1]

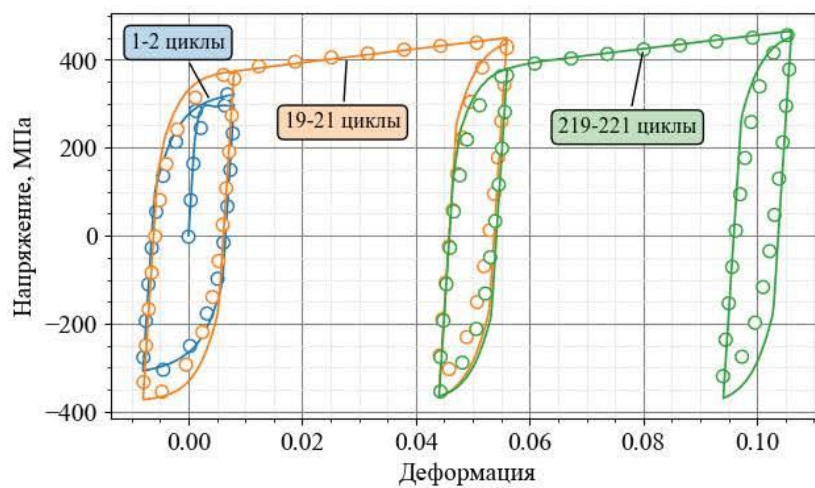
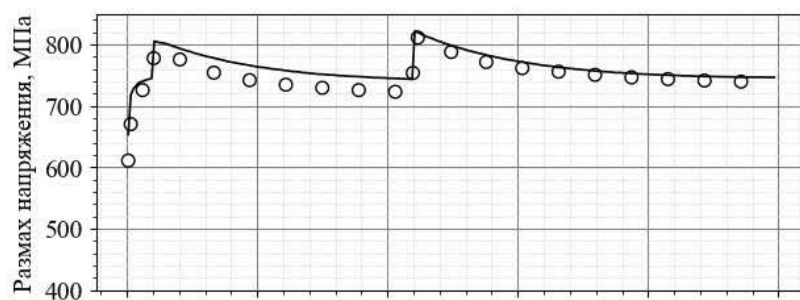
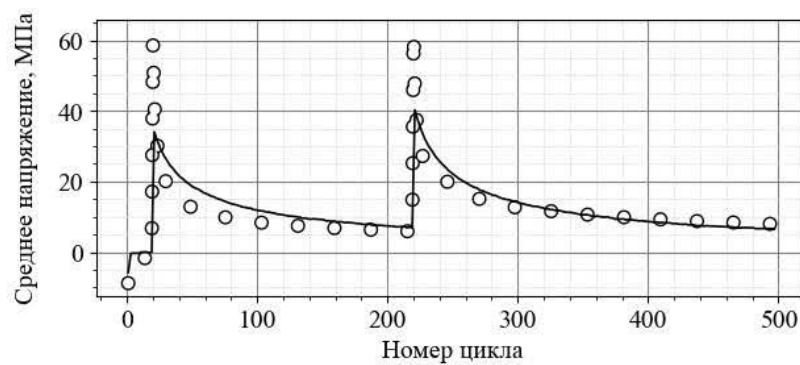
fig,(ax1,ax2)=plt.subplots(2,1,sharex=True)
fig.set_size_inches(7,6)

plot_ex_eq(ax1,base_20_ex['N'][ind],base_20_ex['stress_range'][ind],
x_eq,y_eq,x_lab=None,y_lab='Размах напряжения, МПа')

y_eq=r_m(base_20_eq.index,base_20_eq['sig_11'])[2]
ind=base_20_ex['N']<=base_20_eq.index[-1]

plot_ex_eq(ax2,base_20_ex['N'][ind],base_20_ex['stress_mid'][ind],
x_eq,y_eq,x_lab='Номер цикла',y_lab='Среднее напряжение, МПа')
ax2.yaxis.set_label_coords(-0.08,0.5)
ax1.set_ylim(400,850)
plt.savefig('base_20_peaks.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

```



Базовый эксперимент при T=300

```
In [14]: def load_base_300(t):
load={'N':[0,30], 'em':[0.006,0.05], 'ea':[0.006,0.004]}
for i in range(len(load['N'])):
    if t>load['N'][-i-1]:
        de=2*load['ea'][-i-1]/0.5
        if t-int(t)>=0.5:
            de*=-1
    if t<load['N'][-i-1]+0.5:
        if i==(len(load['N'])-1):
            de+=(load['em'][-i-1]-load['ea'][-i-1])/0.5
        else:
            de+=(load['em'][-i-1]-load['em'][-i-2])/0.5
            de-=(load['ea'][-i-1]-load['ea'][-i-2])/0.5
        break
phi=np.array([0,de,0,0,0,0,0])
```

```

        return 'esssss',phi

base_300={'T_0':300,'t_max':500,'load':load_base_300}
base_300['t_eval']=sorted(set(np.hstack((np.arange(0,base_300['t_max'],0.5),
                                         np.arange(0,1.5,0.01),
                                         np.arange(29,32,0.01),
                                         np.arange(249,250,0.01))))) # 500!!

In [15]: base_300_eq=equation(base_300,read_MF(file_MF='MF_12X.csv',file_Cp='Cp_12X.csv'),dy,
                                Nf_predict=True,
                                save='eq_res\\eq_base_300.csv')

Прогнозируемое число циклов до разрушения 4779

In [16]: base_300_ex=pd.read_csv('exp_base_300.csv',sep=';')

In [17]: ind=base_300_eq.index<=1.5
plt.figure(figsize=(7,4))
x_eq=base_300_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_300_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_300_ex['1_eps'],base_300_ex['1_sig'],
                    x_eq,y_eq,col='C0')
plt.annotate('1-2 циклы',(x_eq.iloc[137],y_eq.iloc[137]),
            (x_eq.iloc[137]-0.010,y_eq.iloc[137]+100),
            arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
            bbox={'boxstyle':'round','fc':'#bcd6e9'})

ind=np.logical_and(base_300_eq.index>=29.5,base_300_eq.index<=31.5)
x_eq=base_300_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_300_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_300_ex['2_eps'],base_300_ex['2_sig'],
                    x_eq,y_eq,col='C1')
plt.annotate('29-31 циклы',(x_eq.iloc[80],y_eq.iloc[80]),
            (x_eq.iloc[80]-0.008,y_eq.iloc[80]-100),
            arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
            bbox={'boxstyle':'round','fc':'#ffd9b7'})

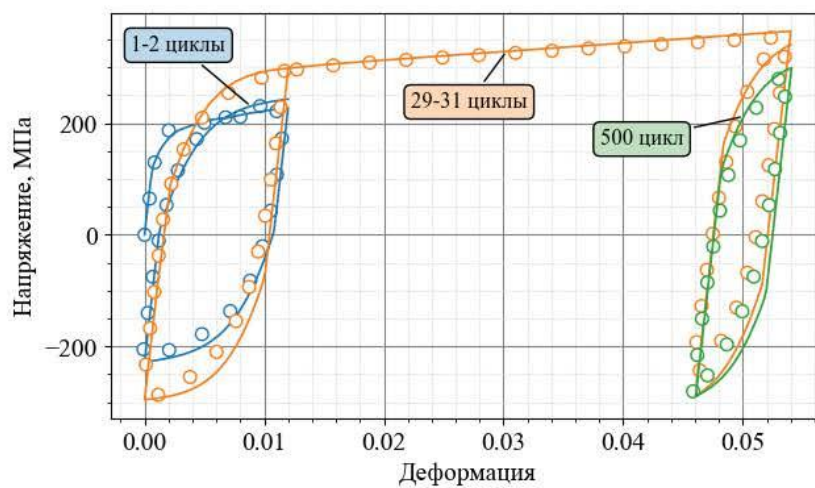
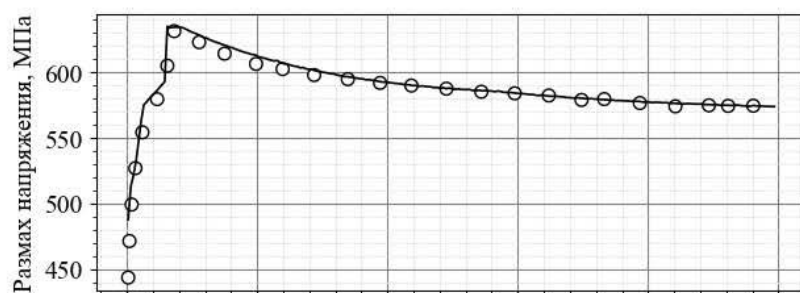
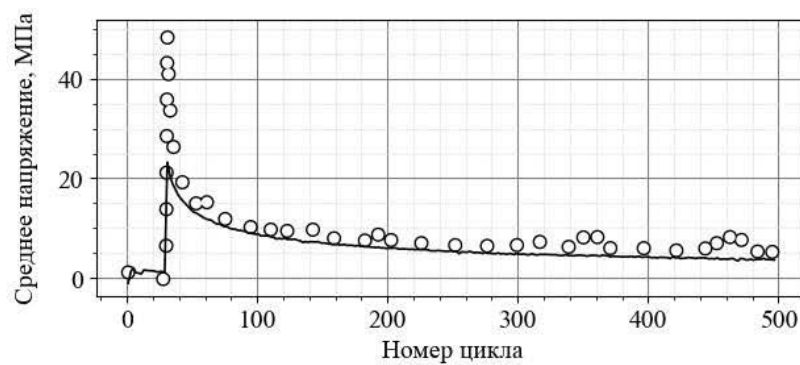
ind=np.logical_and(base_300_eq.index>=249,base_300_eq.index<=250)
x_eq=base_300_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_300_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_300_ex['3_eps'],base_300_ex['3_sig'],
                    x_eq,y_eq,col='C2')
plt.annotate('500 цикл',(x_eq.iloc[25],y_eq.iloc[25]),
            (x_eq.iloc[25]-0.012,y_eq.iloc[25]-50),
            arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
            bbox={'boxstyle':'round','fc':'#c0e3c0'})

plt.savefig('base_300_cyc.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

x_eq=r_m(base_300_eq.index,base_300_eq['sig_11'])[0]
y_eq=r_m(base_300_eq.index,base_300_eq['sig_11'])[1]
ind=base_300_ex['N']<=base_300_eq.index[-1]

fig,(ax1,ax2)=plt.subplots(2,1,sharex=True)
fig.set_size_inches(7,6)
plot_ex_eq(ax1,base_300_ex['N'][ind],base_300_ex['stress_range'][ind],
            x_eq,y_eq,x_lab=None,y_lab='Размах напряжения, МПа')
y_eq=r_m(base_300_eq.index,base_300_eq['sig_11'])[2]
ind=base_300_ex['N']<=base_300_eq.index[-1]
plot_ex_eq(ax2,base_300_ex['N'][ind],base_300_ex['stress_mid'][ind],
            x_eq,y_eq,x_lab='Номер цикла',y_lab='Среднее напряжение, МПа')
ax2.yaxis.set_label_coords(-0.08,0.5)
plt.savefig('base_300_peaks.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

```



Базовый эксперимент при T=600

```
In [18]: def load_base_600(t):
load=[ 'N':[0,26], 'em':[0.006,0.05], 'ea':[0.006,0.004]}
for i in range(len(load['N'])):
    if t>load['N'][-i-1]:
        de=2*load['ea'][-i-1]/0.5
        if t-int(t)>=0.5:
            de*=-1
        if t<load['N'][-i-1]+0.5:
            if i==(len(load['N'])-1):
                de+=(load['em'][-i-1]-load['ea'][-i-1])/0.5
            else:
                de+=(load['em'][-i-1]-load['em'][-i-2])/0.5
                de-=(load['ea'][-i-1]-load['ea'][-i-2])/0.5
            break
    phi=np.array([0,de,0,0,0,0,0])
```

```

        return 'esssss',phi

base_600={'T_0':600,'t_max':500,'load':load_base_600}
base_600['t_eval']=sorted(set(np.hstack((np.arange(0,base_600['t_max'],0.5),
                                         np.arange(0,1.5,0.01),
                                         np.arange(25,28,0.01),
                                         np.arange(249,250,0.01))))) # 500!!

In [19]: base_600_eq=equation(base_600,read_MF(file_MF='MF_12X.csv',file_Cp='Cp_12X.csv'),dy,
                                Nf_predict=True,
                                save='eq_res\\eq_base_600.csv')

Прогнозируемое число циклов до разрушения 3243

In [20]: base_600_ex=pd.read_csv('exp_base_600.csv',sep=';')

In [21]: ind=base_600_eq.index<=1.5
plt.figure(figsize=(7,4))
x_eq=base_600_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_600_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_600_ex['1_eps'],base_600_ex['1_sig'],
                    x_eq,y_eq,col='C0')
plt.annotate('1-2 циклы',(x_eq.iloc[137],y_eq.iloc[137]),
            (x_eq.iloc[137]-0.010,y_eq.iloc[137]+100),
            arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
            bbox={'boxstyle':'round','fc':'#bcd6e9'})

ind=np.logical_and(base_600_eq.index>=25.5,base_600_eq.index<=27.5)
x_eq=base_600_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_600_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_600_ex['2_eps'],base_600_ex['2_sig'],
                    x_eq,y_eq,col='C1')
plt.annotate('25-27 циклы',(x_eq.iloc[80],y_eq.iloc[80]),
            (x_eq.iloc[80]-0.008,y_eq.iloc[80]-100),
            arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
            bbox={'boxstyle':'round','fc':'#ffd9b7'})

ind=np.logical_and(base_600_eq.index>=249,base_600_eq.index<=250) #### пятисотый!!!
x_eq=base_600_eq['eps_11'][ind]
y_eq=base_600_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq=plt.plot(base_600_ex['3_eps'],base_600_ex['3_sig'],
                    x_eq,y_eq,col='C2')
plt.annotate('500 цикл',(x_eq.iloc[25],y_eq.iloc[25]),
            (x_eq.iloc[25]-0.012,y_eq.iloc[25]-50),
            arrowprops={'arrowstyle':'-'}, size=12,
            bbox={'boxstyle':'round','fc':'#c0e3c0'})

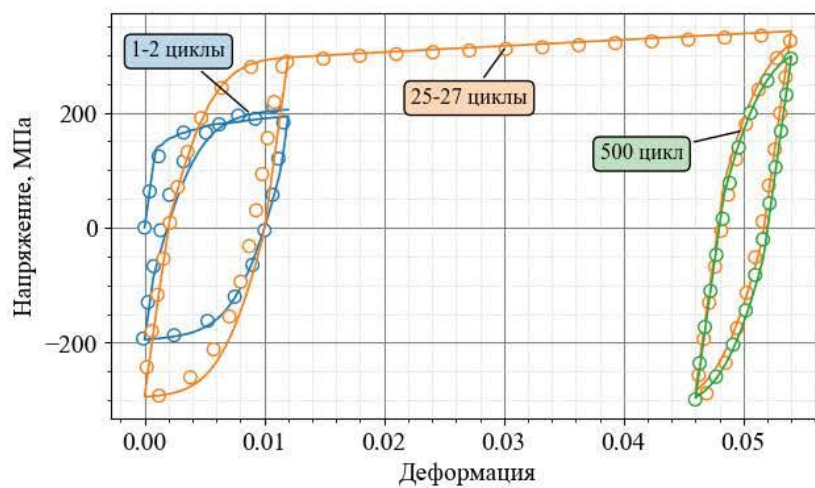
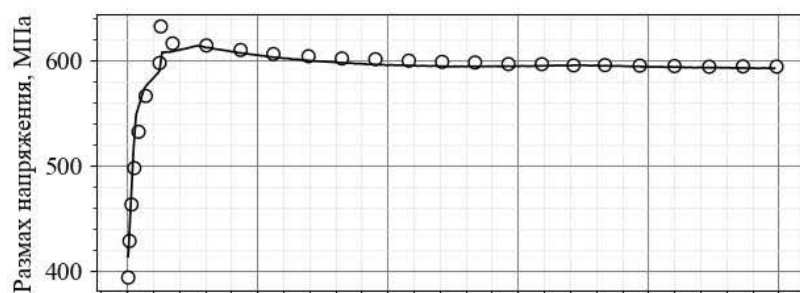
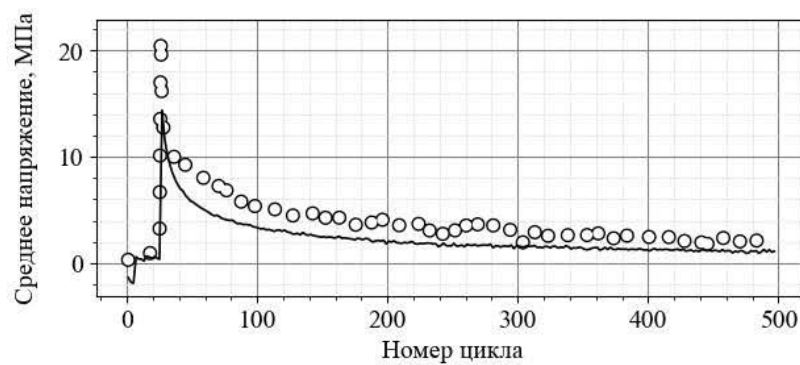
plt.savefig('base_600_cyc.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

x_eq=r_m(base_600_eq.index,base_600_eq['sig_11'])[0]
y_eq=r_m(base_600_eq.index,base_600_eq['sig_11'])[1]
ind=base_600_ex['N']<=base_600_eq.index[-1]

fig,(ax1,ax2)=plt.subplots(2,1,sharex=True)
fig.set_size_inches(7,6)
plot_ex_eq(ax1,base_600_ex['N'][ind],base_600_ex['stress_range'][ind],
            x_eq,y_eq,x_lab=None,y_lab='Размах напряжения, МПа')

y_eq=r_m(base_600_eq.index,base_600_eq['sig_11'])[2]
ind=base_600_ex['N']<=base_600_eq.index[-1]
plot_ex_eq(ax2,base_600_ex['N'][ind],base_600_ex['stress_mid'][ind],
            x_eq,y_eq,x_lab='Номер цикла',y_lab='Среднее напряжение, МПа')
ax2.yaxis.set_label_coords(-0.08,0.5)
plt.savefig('base_600_peaks.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

```



Термовязкопластическое деформирование образцов нержавеющей стали 12Х18Н10Т

Циклическое деформирование при нормальной температуре. Мягкий режим нагружения

```
In [ ]: def load_soft_1(t):
    load={'N': [0, 20, 70, 120],
          'Sm': [0, 0, 50, 0],
          'Sa': [250, 300, 350, 300]}
    for i in range(len(load['N'])):
        if t>load['N'][-i-1]:
            dS=2*load['Sa'][-i-1]/0.5
            if t-int(t)>=0.5:
```

```

        dS*=-1
        if t<load['N'][-i-1]+0.5:
            if i==(len(load['N'])-1):
                dS+=(load['Sm'][-i-1]-load['Sa'][-i-1])/0.5
            else:
                dS+=(load['Sm'][-i-1]-load['Sm'][-i-2])/0.5
                dS+=(load['Sa'][-i-1]-load['Sa'][-i-2])/0.5
        break

    phi=np.array([0,dS,0,0,0,0,0])
    return 'ssssss',phi

soft_1={'T_0':20,'t_max':170,'load':load_soft_1}
soft_1['t_eval']=np.arange(0,soft_1['t_max'],0.01)

In [23]: soft_1_eq=equation(soft_1,read_MF(file_MF='MF_12X.csv',file_Cp='Cp_12X.csv'),
                           stop_failure=True,
                           save='eq_res\\Soft_1.csv')

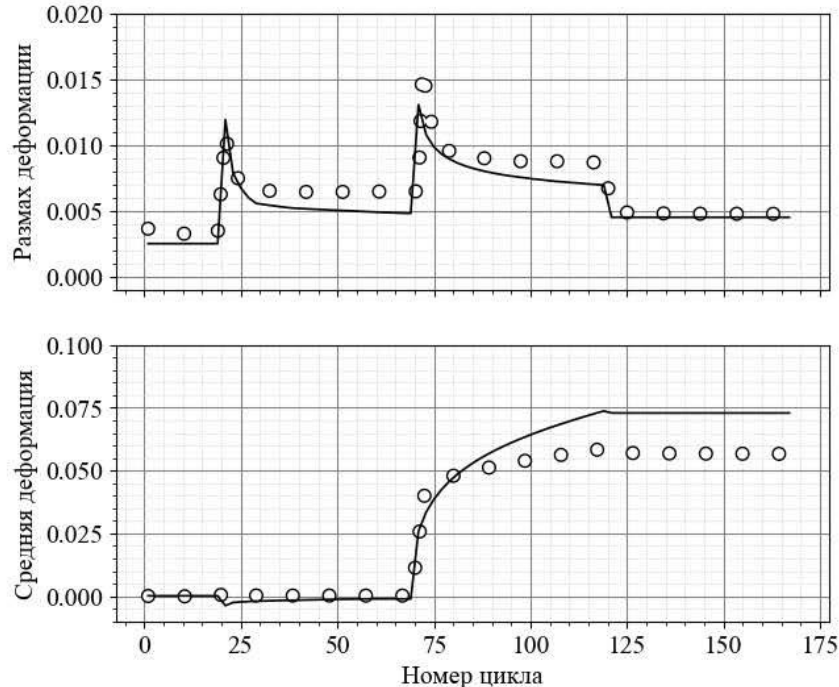
In [24]: soft_1_ex=pd.read_csv('exp_soft_1.csv',sep=';')

In [25]: x_eq=r_m(soft_1_eq.index,soft_1_eq['eps_11'])[0]
y_eq=np.array(r_m(soft_1_eq.index,soft_1_eq['eps_11'])[1] )
ind=soft_1_ex['N']<=soft_1_eq.index[-1]
y_eq[x_eq >= 70.] += 0.0015
fig,(ax1,ax2)=plt.subplots(2,1,sharex=True)
fig.set_size_inches(7,6)

plot_ex_eq(ax1,soft_1_ex['N'][ind],soft_1_ex['strain_range'][ind],
           x_eq,y_eq,x_lab=None,y_lab='Размах деформации')

y_eq=np.array(r_m(soft_1_eq.index,soft_1_eq['eps_11'])[2])
plot_ex_eq(ax2,soft_1_ex['N'][ind],soft_1_ex['strain_mid'][ind],
           x_eq,y_eq,x_lab='Номер цикла',y_lab='Средняя деформация')
ax2.set_ylim(-0.01,0.1)
ax1.set_ylim(-0.001,0.02)
ax1.yaxis.set_label_coords(-0.11,0.5)
plt.savefig('soft_1_peaks.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

```



Термоциклическое деформирование. Программа 1

```
In [26]: def load_TC_1(t):
    if t<0.5:
        de=0.0041/0.5
    else:
        if t-int(t)>=0.5:
            de=-0.0082/0.5
        else:
            de=0.0082/0.5

    ts= [590,630,1312,1700,2500,3410,3865,4100,6000]
    dTs= [0.881355932,1.275,0.011730205,-0.319587629,
        -0.19375,-0.115384615,0.78021978,0.114893617,0.001578947]

    for i in range(len(ts)):
        if t<ts[i]:
            dT=dTs[i]
            break
        else:
            dT=0

    phi=np.array([dT,de,0,0,0,0,0])
    return 'esssss',phi

TC_1={'T_0':25,'t_max':5005,'load':load_TC_1}
TC_1['t_eval']=sorted(set(np.hstack((np.arange(0,TC_1['t_max'],0.5),
    np.arange(0,2,0.01),
    np.arange(999,1001,0.01),
    np.arange(2998,3002,0.01),
    np.arange(4998,5002,0.01),
    ))))
```

```
In [27]: TC_1_eq=equation(TC_1,read_MF(file_MF='MF_12X_TC.csv',file_Cp='Cp_12X_TC.csv'),dy,
    rtol=1e-5,atol=1e-3,
    stop_failure=True,
    save='eq_res\\TC_1.csv')
```

```
In [28]: TC_1_ex=pd.read_csv('exp_TC_1.csv',sep=';')
```

```
In [29]: # циклы 0, 1000, 3000, 5000

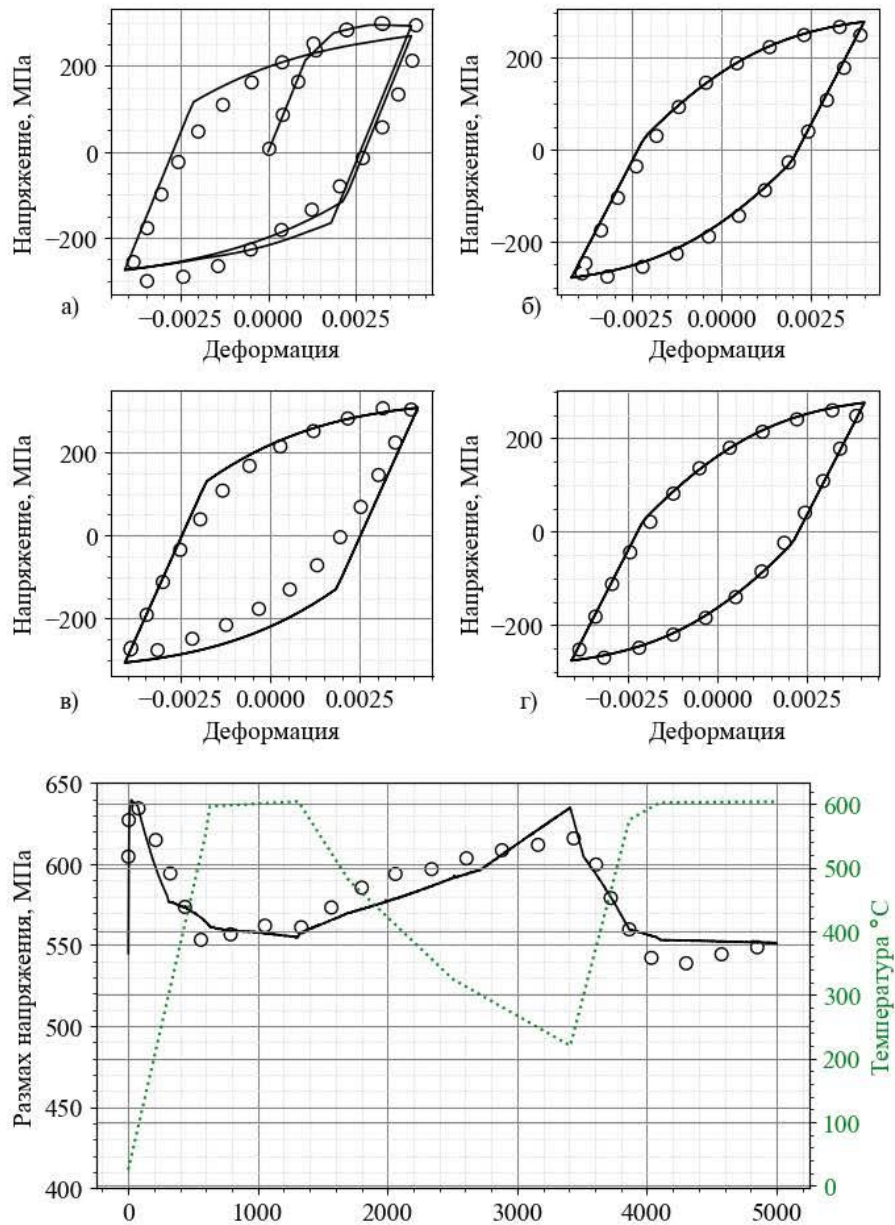
fig,((ax11,ax12),(ax21,ax22))=plt.subplots(2,2)
fig.set_size_inches(7,6)

ind=TC_1_eq.index<=2
x_eq=TC_1_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_1_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax11,TC_1_ex['1_eps'],TC_1_ex['1_sig'],
    x_eq,y_eq)
ind=np.logical_and(TC_1_eq.index>=999,TC_1_eq.index<=1001)
x_eq=TC_1_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_1_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax12,TC_1_ex['2_eps'],TC_1_ex['2_sig'],
    x_eq,y_eq)
ind=np.logical_and(TC_1_eq.index>=2999,TC_1_eq.index<=3001)
x_eq=TC_1_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_1_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax21,TC_1_ex['3_eps'],TC_1_ex['3_sig'],
    x_eq,y_eq)
ind=np.logical_and(TC_1_eq.index>=4999,TC_1_eq.index<=5001)
x_eq=TC_1_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_1_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax22,TC_1_ex['4_eps'],TC_1_ex['4_sig'],
    x_eq,y_eq)
plt.figtext(0.08,0.58,'a')
plt.figtext(0.58,0.58,'6')
plt.figtext(0.08,0.08,'b')
plt.figtext(0.58,0.08,'r')
plt.tight_layout()
plt.savefig('TC_1_cyc.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

fig,ax1=plt.subplots()
ax2=ax1.twinx()
fig.set_size_inches(7,4)
```

```
x_eq=r_m(TC_1_eq.index,TC_1_eq['sig_11'])[0]
y_eq=r_m(TC_1_eq.index,TC_1_eq['sig_11'])[1]

ind=TC_1_ex['N']<=TC_1_eq.index[-1]
plot_ex_eq(ax1,TC_1_ex['N'][ind],TC_1_ex['stress_range'][ind],
           x_eq,y_eq,x_lab=None,y_lab='Размах напряжения, МПа')
ax2.plot(TC_1_eq.index,TC_1_eq['T'],'.',color="g")
ax2.set_ylabel(r'Температура $\text{ }^{\circ}\text{C}$',color="g")
ax2.tick_params(axis='y',labelcolor="g")
ax1.set_ylim(400,650)
plt.savefig('TC_1_peaks.png',dpi=300,bbox_inches='tight')
```



Термоциклическое деформирование. Программа 2

```
In [30]: def load_TC_2(t):
           if t<0.5:
```

```

        de=0.0041/0.5
    else:
        if t-int(t)>=0.5:
            de=-0.0082/0.5
        else:
            de=0.0082/0.5

    ts= [500,1170,1400,1500,1700,2070,2330,3200]
    dTs=[-0.402,-0.234328358,1.269565217,0.53,0.07,
        0,-0.480769231,-0.264367816]

    for i in range(len(ts)):
        if t<ts[i]:
            dT=dTs[i]
            break
        else:
            dT=0

    phi=np.array([dT,de,0,0,0,0,0])
    return 'esssss',phi

TC_2={'T_0':604,'t_max':2702,'load':load_TC_2}
TC_2['t_eval']=sorted(set(np.hstack((np.arange(0,TC_2['t_max'],0.5),
                                     np.arange(0,2,0.01),
                                     np.arange(999,1001,0.01),
                                     np.arange(1999,2001,0.01),
                                     np.arange(2699,2701,0.01),
                                     )))))

```

```

In [31]: %%time
TC_2_eq=equation(TC_2,read_MF(file_MF='MF_12X_TC.csv',file_Cp='Cp_12X_TC.csv'),dy,
                save='eq_res\\TC_2.csv')

```

```

CPU times: total: 62.5 ms
Wall time: 82.8 ms

```

```

In [32]: TC_2_ex=pd.read_csv('exp_TC_2.csv',sep=';')

```

```

In [33]: # циклы 0, 1000, 2000, 2700

fig,((ax11,ax12),(ax21,ax22))=plt.subplots(2,2)
fig.set_size_inches(7,6)

ind=TC_2_eq.index<=2
x_eq=TC_2_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_2_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax11,TC_2_ex['1_eps'],TC_2_ex['1_sig'],
            x_eq,y_eq)
ind=np.logical_and(TC_2_eq.index>=999,TC_2_eq.index<=1001)
x_eq=TC_2_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_2_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax12,TC_2_ex['2_eps'],TC_2_ex['2_sig'],
            x_eq,y_eq)
ind=np.logical_and(TC_2_eq.index>=1999,TC_2_eq.index<=2001)
x_eq=TC_2_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_2_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax21,TC_2_ex['3_eps'],TC_2_ex['3_sig'],
            x_eq,y_eq)
ind=np.logical_and(TC_2_eq.index>=2699,TC_2_eq.index<=2701)
x_eq=TC_2_eq['eps_11'][ind]
y_eq=TC_2_eq['sig_11'][ind]
plot_ex_eq(ax22,TC_2_ex['4_eps'],TC_2_ex['4_sig'],
            x_eq,y_eq)
plt.figtext(0.08,0.58,'a')
plt.figtext(0.58,0.58,'6')
plt.figtext(0.08,0.08,'b')
plt.figtext(0.58,0.08,'r')
plt.tight_layout()
plt.savefig('TC_2_cyc.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

fig,ax1=plt.subplots()
ax2=ax1.twinx()
fig.set_size_inches(7,4)

x_eq=r_m(TC_2_eq.index,TC_2_eq['sig_11'])[0]

```

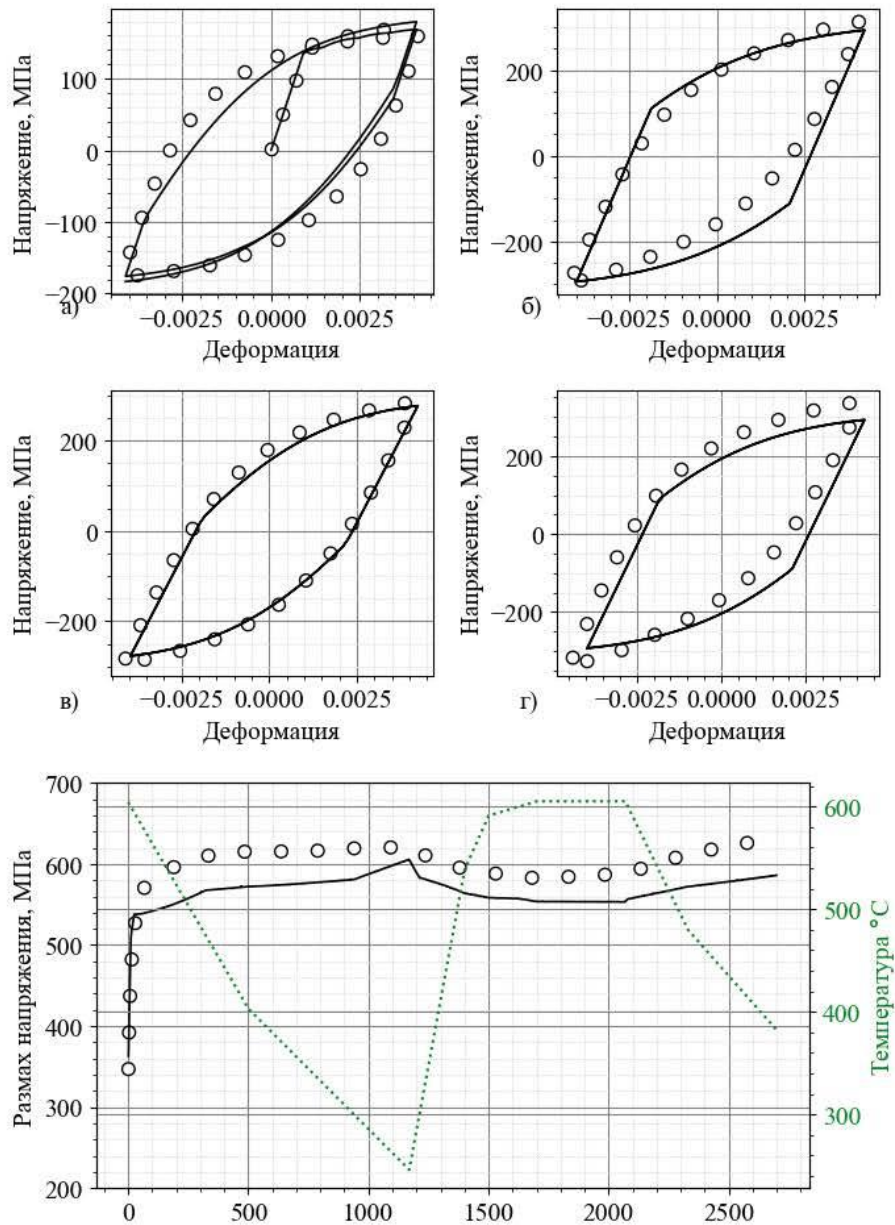
```

y_eq=r_m(TC_2_eq.index,TC_2_eq['sig_11'])[1]
ind=TC_2_ex['N']<=TC_2_eq.index[-1]

ind=TC_2_ex['N']<=TC_2_eq.index[-1]
plot_ex_eq(ax1,TC_2_ex['N'][ind],TC_2_ex['stress_range'][ind],
           x_eq,y_eq,x_lab=None,y_lab='Размах напряжения, МПа')
ax2.plot(TC_2_eq.index,TC_2_eq['T'],'.',color="g")
ax2.set_ylabel(r'Температура $\degree$C',color="g")
ax2.tick_params(axis='y',labelcolor="g")
ax1.set_ylim(200,700)

plt.savefig('TC_2_peaks.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

```



Ползучесть и длительная прочность

```

In [34]: def load_creep_is(T,S0,t_load=(1/100),t_max=500):

```

```
def load_creep_is_fun(t,s=np.zeros(3),e=np.zeros(3),de=np.zeros(3),S0=50,t_load=t_load):#
    if t<t_load:
        dS=50/t_load
    else:
        dS=0
    dS=dS*np.exp(-e[1]-e[2])-s[0]*(de[1]+de[2])
    return 'sssss',np.array([0,dS,0,0,0,0,0])

t_eval=np.append(np.linspace(0,t_load,1000,endpoint=False),np.linspace(t_load,t_max,1000))

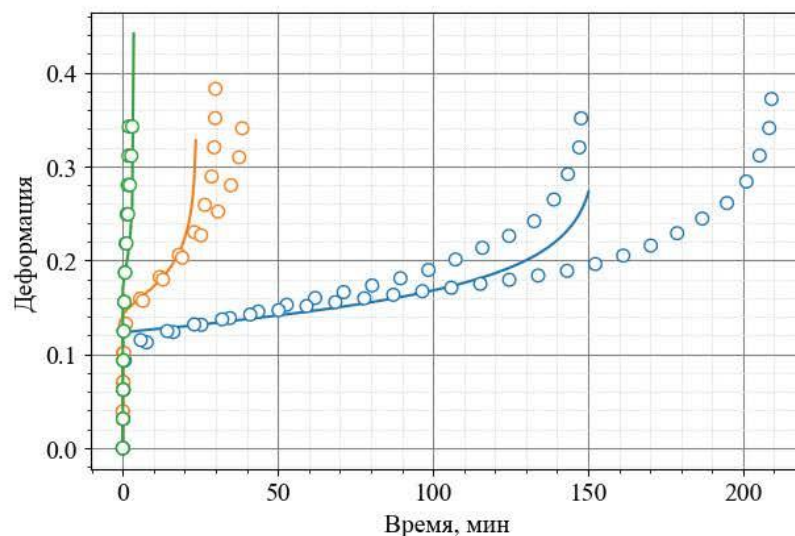
return {'T_0':T,'t_max':t_max,'load':load_creep_is_fun,'t_eval':t_eval}
```

```
In [35]: steel_creep_600={'exp':pd.read_csv('exp_600_creep.csv',sep=';',encoding='Windows-1251')}
steel_creep_600['res']=[]

Ss_600=[343,360,377]
for s in Ss_600:
    print('\nНапряжение: '+str(s)+' МПа')
    steel_creep_600['res'].append(equation(load_creep_is(600,s), read_MF('MF_12X.csv','Cp_12X.csv'),
        stop_failure=True, true_load=True,
        save=f'eq_res\\eq_creep_600_{s:.0f}.csv'))
```

Напряжение: 343 МПа
 Расчет до разрушения, максимальное время расчета 500
 >> Текущее время: 150.52, Текущая повреждаемость: 1.01689
 Напряжение: 360 МПа
 Расчет до разрушения, максимальное время расчета 500
 >> Текущее время: 23.692, Текущая повреждаемость: 1.0271
 Напряжение: 377 МПа
 Расчет до разрушения, максимальное время расчета 500
 >> Текущее время: 3.5159, Текущая повреждаемость: 1.02391

```
In [36]: fig, ax= plt.subplots(figsize=(7,4.5))
tf_exp_600=[]
tf_eq_600=[]
for i in range(3):
    tf_exp_600.append(steel_creep_600['exp'].iloc[:,i*4].dropna().iloc[-1])
    tf_exp_600.append(steel_creep_600['exp'].iloc[:,i*4+2].dropna().iloc[-1])
    tf_eq_600.append(steel_creep_600['res'][i].index[-1])
    ax.plot(steel_creep_600['res'][i].index,steel_creep_600['res'][i]['eps_11'],c='C'+str(i))
    graph(steel_creep_600['exp'].iloc[:,i*4],np.log(1+steel_creep_600['exp'].iloc[:,i*4+1]),ax,col='C'+str(i))
    graph(steel_creep_600['exp'].iloc[:,i*4+2],np.log(1+steel_creep_600['exp'].iloc[:,i*4+3]),ax,col='C'+str(i))
    x_lab='Время, мин',y_lab='Деформация')
plt.savefig(f'Creep_600.png',dpi=300,bbox_inches='tight')
```



```
In [37]: steel_creep_700={'exp':pd.read_csv('exp_700_creep.csv',sep=';',encoding='Windows-1251')}
steel_creep_700['res']=[]
```

```

Ss_700=[22.4*9.8, 24.7*9.8, 27*9.8]
for s in Ss_700:
    print('\nНапряжение: '+str(s)+' МПа')
    steel_creep_700['res'].append(equation(load_creep_is(700,s),
        read_MF('MF_12X.csv','Cp_12X.csv'),
        stop_failure=True, true_load=True,
        save=f'eq_res\\eq_creep_700_{s:.0f}.csv'))

```

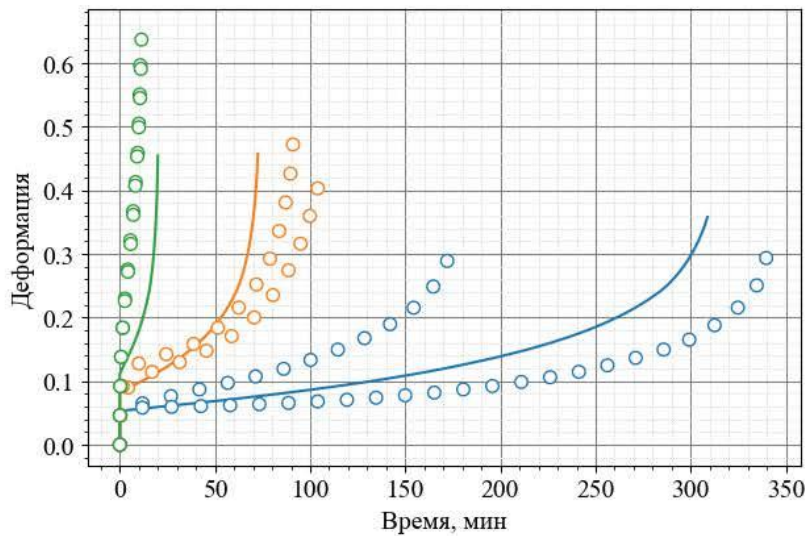
Напряжение: 219.52 МПа
 Расчет до разрушения, максимальное время расчета 500
 >> Текущее время: 309.13, Текущая повреждаемость: 1.0047
 Напряжение: 242.06 МПа
 Расчет до разрушения, максимальное время расчета 500
 >> Текущее время: 72.977, Текущая повреждаемость: 1.0001
 Напряжение: 264.6 МПа
 Расчет до разрушения, максимальное время расчета 500
 >> Текущее время: 20.488, Текущая повреждаемость: 1.00082

In [38]: fig, ax= plt.subplots(figsize=(7,4.5))

```

tf_exp_700=[]
tf_eq_700=[]
for i in range(3):
    tf_exp_700.append(steel_creep_700['exp'].iloc[:,i*4].dropna().iloc[-1])
    tf_exp_700.append(steel_creep_700['exp'].iloc[:,i*4+2].dropna().iloc[-1])
    tf_eq_700.append(steel_creep_700['res'][i].index[-1])
    ax.plot(steel_creep_700['res'][i].index,steel_creep_700['res'][i]['eps_11'],c='C'+str(i))
    graph(steel_creep_700['exp'].iloc[:,i*4],np.log(1+steel_creep_700['exp'].iloc[:,i*4+1]),ax,col='C'+str(i))
    graph(steel_creep_700['exp'].iloc[:,i*4+2],np.log(1+steel_creep_700['exp'].iloc[:,i*4+3]),ax,col='C'+str(i))
    x_lab='Время, мин',y_lab='Деформация')
plt.savefig(f'Creep_700.png',dpi=300,bbox_inches='tight')

```



In [39]: fig, ax= plt.subplots(figsize=(7,4.5))

```

color=0
scale={ '400 градусов':0.2,
        '500 градусов':0.2,
        '600 градусов':0.07}

x=np.log(tf_eq_600[:-1])
y=np.log(Ss_600[:-1])
curve=interpd(x,y,fill_value='extrapolate')
X=np.linspace((1-0.8)*x[0],(1+0.4/2)*x[-1],10000)
ax.scatter(tf_exp_600,np.sort(Ss_600*2),facecolors='none',edgecolor='C0',s=60)
ax.scatter(tf_exp_700,np.sort(Ss_700*2),facecolors='none',edgecolor='C1',s=60)
x=np.log(tf_eq_600[:-1])
y=np.log(Ss_600[:-1])
curve=interpd(x,y,fill_value='extrapolate')
X=np.linspace((1-0.8)*x[0],(1+0.4/2)*x[-1],10000)

```

```

ax.plot(np.exp(X), np.exp(curve(X)), label=f'T = 600 \u00b0C')
x=np.log(tf_eq_700[:-1])
y=np.log(Ss_700[:-1])
curve=interp1d(x, y, fill_value='extrapolate')
X=np.linspace((1-0.4)*x[0], (1+0.2/2)*x[-1], 10000)
ax.plot(np.exp(X), np.exp(curve(X)), label=f'T = 700 \u00b0C')
ax.set_xscale('log')
ax.grid(visible=True, which='minor', ls=(0, (1, 1)), c='gainsboro')
tick_labels_to_std(ax)

ax.set_xlabel('Время, мин')
ax.set_ylabel('Напряжение, МПа')
ax.legend()
plt.savefig('12X_длит_прочн.png', dpi=300, bbox_inches='tight')

```

