

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Тверской государственный технический университет»**  
(ТвГТУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор  
по учебной работе  
\_\_\_\_\_ Э.Ю. Майкова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)»  
**«Дифференциальные и разностные уравнения»**

Направление подготовки бакалавров – 01.03.05. Статистика  
Направленность (профиль) – Экономическая статистика и анализ данных  
Типы задач профессиональной деятельности: организационно-управленческий;  
научно-аналитический

Форма обучения – очная

Факультет информационных технологий  
Кафедра «Информатики и прикладной математики»

Тверь 2022

Рабочая программа дисциплины соответствует ОХОП подготовки бакалавров в части требований к результатам обучения по дисциплине и учебному плану.

Разработчик программы: доцент кафедры ИПМ

М.А. Смирнова

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ИПМ  
«    » \_\_\_\_\_ 2022 г., протокол № \_\_\_\_.

Заведующий кафедрой

Е.Е. Фомина

Согласовано:  
Начальник учебно-методического  
отдела УМУ

Е.Э.Наумова

Начальник отдела  
комплектования  
зональной научной библиотеки

О.Ф. Жмыхова

## 1. Цель и задачи дисциплины

**Целью** изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» является формирование у обучающихся современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений, ознакомление студентов с начальными навыками математического моделирования.

**Задачами дисциплины** являются выработка умения классифицировать уравнения; развитие навыков интегрирования простейших дифференциальных и разностных уравнений; выработка умения ставить и исследовать задачу Коши; овладение студентами навыками моделирования практических задач дифференциальными и разностными уравнениями.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 ОП ВО. Для освоения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» студенты используют знания, умения и навыки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Математический анализ» и «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин, сопряженных с профессиональными стандартами и профильной направленностью.

Приобретенные знания в рамках данной дисциплины необходимы для изучения «Экономико-математическое моделирование», «Математическая экономика».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине.

### 3.1 Планируемые результаты обучения по дисциплине

#### **Компетенция, закрепленная за дисциплиной в ОХОП:**

**ОПК-3.** *Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов.*

#### **Индикаторы компетенции, закреплённые за дисциплиной в ОХОП:**

**ИОПК-3.1** *Применяет методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных и методов визуализации статистических материалов*

#### **Показатели оценивания индикаторов достижения компетенций**

##### **Знать:**

31. Основные понятия и определения дисциплины.

32. Основные теоремы существования и единственности решения уравнения.

33. Теоремы о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений.

34. Теоремы о структуре общего решения линейных дифференциальных и разностных уравнений.

**Уметь:**

У1. Решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

У2. Ставить и решать задачу Коши.

У3. Решать уравнения, допускающие понижение порядка.

У4. Решать линейные дифференциальные и разностные уравнения и системы с постоянными коэффициентами.

### **3.2. Технологии, обеспечивающие формирование компетенций**

Проведение лекционных занятий, практических занятий.

## **4. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы**

Таблица 1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебной работы

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Зачетные единицы</b>	<b>Академические часы</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	2	72
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>		45
В том числе:		
Лекции		15
Практические занятия (ПЗ)		30
Лабораторные работы (ЛР)		не предусмотрены
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>		27
В том числе:		
Курсовая работа		не предусмотрена
Курсовой проект		не предусмотрен
Расчетно-графические работы		не предусмотрены
Другие виды самостоятельной работы: - подготовка к практическим занятиям и тестам		20
Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация (зачет)		7
<b>Практическая подготовка при реализации дисциплины (всего)</b>		0

## 5. Структура и содержание дисциплины

### 5.1. Структура дисциплины

Таблица 2. Модули дисциплины, трудоемкость в часах и виды учебной работы

№	Наименование модуля	Труд-ть часы	Лекции	Практич. занятия	Лаб. работы	Сам. работа
1	Введение	4	1		-	3
2	Линейные дифференциальные уравнения первого и второго порядка	9	2	4	-	3
3	Системы линейных дифференциальных уравнений	11	2	5	-	4
4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений	9	2	4	-	3
5	Разностные уравнения	9	2	4	-	3
6	Линейные разностные уравнения второго порядка	9	2	4	-	3
7	Системы линейных разностных уравнений	11	2	5	-	4
8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений	10	2	4	-	4
<i>Всего на дисциплину</i>		<i>72</i>	<i>15</i>	<i>30</i>	<i>-</i>	<i>27</i>

### 5.2. Содержание дисциплины

#### **МОДУЛЬ 1 «Введение»**

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

#### **МОДУЛЬ 2 «Линейные дифференциальные уравнения первого и второго порядка»**

Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения

второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

### **МОДУЛЬ 3 «Системы линейных дифференциальных уравнений»**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **МОДУЛЬ 4 «Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»**

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы

линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

### **МОДУЛЬ 5 «Разностные уравнения»**

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

### **МОДУЛЬ 6 «Линейные разностные уравнения второго порядка»**

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

### **МОДУЛЬ 7 «Системы линейных разностных уравнений»**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

### **МОДУЛЬ 8 «Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений»**

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

### 5.3. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрены.

### 5.4. Практические занятия

Таблица 3. Тематика практических занятий, семинаров и их трудоемкость

№ пп.	Порядковый номер модуля. Цели практических работ	Примерная тематика занятий и форма их проведения	Труд-ть в часах
1.	<b>Модуль 2</b> Цель: освоение методов решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка	1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. 2. Дифференциальные уравнения первого порядка. 3. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	4
2.	<b>Модуль 3</b> Цель: освоение методов решения систем дифференциальных уравнений	4. Системы линейных дифференциальных уравнений	5
3.	<b>Модуль 4</b> Цель: формирование аналитического подхода при анализе систем дифференциальных уравнений	5. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	4
4.	<b>Модуль 5</b> Цель: изучение моделей, описываемых разностными уравнениями	6. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. 7. Разностные уравнения первого порядка.	4
5.	<b>Модуль 6</b> Цель: освоение методов решения разностных уравнений второго порядка	8. Линейные разностные уравнения второго порядка	4
6.	<b>Модуль 7</b> Цель: освоение методов решения систем разностных уравнений	9. Системы линейных разностных уравнений	5
7.	<b>Модуль 8</b> Цель: формирование аналитического подхода при анализе систем разностных уравнений	10. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений	4

## 6. Самостоятельная работа обучающихся и текущий контроль их успеваемости

### 6.1. Цели самостоятельной работы

Формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

## **6.2. Организация и содержание самостоятельной работы**

Самостоятельная работа заключается в изучении отдельных тем курса по заданию преподавателя по рекомендуемой им учебной литературе, в подготовке к практическим занятиям, к текущему контролю успеваемости и подготовке к зачету.

После вводных лекций, в которых обозначается содержание дисциплины, ее проблематика и практическая значимость, студентам выдаются задания на практические занятия. Практические занятия охватывают модули 2-8.

В рамках дисциплины выполняется 10 практических работ, которые защищаются устным опросом.

Выполнение всех практических работ обязательно.

В случае невыполнения практической работы по уважительной причине студент должен выполнить пропущенные практические занятия в часы, отведенные на консультирование с преподавателем.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **7.1. Основная литература по дисциплине**

1. Королев, А.В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для вузов / А.В. Королев. - Москва : Юрайт, 2022. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-9916-9896-2. - URL: <https://urait.ru/book/differencialnye-i-raznostnye-uravneniya-490177>. - (ID=142378-0)
2. Романко, В.К. Разностные уравнения : учеб. пособие / В.К. Романко. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. - 112 с. - Библиогр. : с. 110. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-94774-343-4 : 86 р. 24 к. - (ID=67472-4)

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Агафонов, С.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие для вузов / С.А. Агафонов, Т.В. Муратова. - М. : Академия, 2008. - 238 с. - (Прикладная математика и информатика). - Библиогр. : с. 231 - 232. - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-7695-2581-0 : 229 р. 90 к. - (ID=73619-3)
2. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 359 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7422-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490793>. - (ID=142383-0)
3. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 241 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7420-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490792>. - (ID=142382-0)
4. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и

- доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01777-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490346>. - (ID=142379-0)
5. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 274 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02097-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490959>. - (ID=142380-0)
6. Бугров, Я.С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного : учебник для студентов инж.-техн. спец. вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 4-е изд. ; улучш. - Ростов н/Д : Феникс, 1997. - 511 с. - (Высшая математика). - Текст : непосредственный. - ISBN 5-222-00215-2 : 14 р. 95 к. - (ID=5736-3)
7. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 1. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8643-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491313>. - (ID=135084-0)
8. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учеб. пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова; под ред. Б.П. Демидовича. - СПб. : Лань, 2010. - 400 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр. в конце гл. - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-0799-6 : 520 р. 08 к. - (ID=84087-3)
9. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов по спец. "Физика" и "прикладная математика" / А.Б. Васильева [и др.]. - 3-е изд. ; испр. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2010. - 430 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 428 - 429. - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-0988-4 : 300 р. 08 к. - (ID=64718-3)
10. Дифференциальные уравнения. Устойчивость и оптимальная стабилизация : учебное пособие для вузов / А. Н. Сесекин [и др.] ; ответственный редактор А. Н. Сесекин ; под научной редакцией А. Ф. Шорикова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 119 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08215-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493627>. - (ID=142377-0)
11. Жуковский, В. И. Дифференциальные уравнения. Линейно-квадратичные дифференциальные игры : учебное пособие для вузов / В. И. Жуковский, А. А. Чикрий ; ответственный редактор В. А. Плотников. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 322 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05016-5. — Текст : электронный //

Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492936>. - (ID=142385-0)

12. Зайцев, В. Ф. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка : учебное пособие для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 416 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02377-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491158>. - (ID=142386-0)

13. Зайцев, В.Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения : справочник для вузов : в 2 частях. Часть 2 / В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2022. - 196 с. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-534-02690-0. - ISBN 978-5-534-02689-4. - URL: <https://urait.ru/bcode/491896>. - (ID=142391-0)

14. Зайцев, В.Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения : справочник для вузов. Часть 1 / В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2022. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-534-02685-6. - ISBN 978-5-534-02689-4. - URL: <https://urait.ru/bcode/491159>. - (ID=142390-0)

15. Каменский, Г.А. Лекции по теории функций комплексного переменного, операционному исчислению и теории разностных уравнений : учеб. пособие для студентов вузов по спец. "Прикладная математика и информатика" / Г.А. Каменский. - М. : Высшая школа, 2008. - 156 с. - (Для высших учебных заведений. Математика). - Библиогр. : с. 156. - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-06-005929-8 : 233 р. 20 к. - (ID=74155-5)

16. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 435 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01456-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489021>. - (ID=142381-0)

17. Новак, Е.В. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Е.В. Новак, Т.В. Рязанова, И.В. Новак; под общей редакцией Т. В. Рязановой. - Москва : Юрайт, 2022. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-534-08358-3. - URL: <https://urait.ru/book/integralnoe-ischislenie-i-differencialnye-uravneniya-492235>. - (ID=142376-0)

18. Пантелеев, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учеб. пособие для втузов / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. - Москва : Высшая школа, 2001. - 376 с. - (Прикладная мат. для ВТУЗов). - Библиогр. : с. 371 - 373. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-06-004134-4 : 182 р. 60 к. - (ID=9980-13)

19. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учебное пособие для втузов : в составе учебно-методического комплекса : в 2 т. Т. 1 / Н.С. Пискунов. - стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2008. - 416 с. - (УМК-У). - Текст : непосредственный. - ISBN 5-89602-012-0 (Т. 1) : 369 р. 60 к. - (ID=76146-287)

20. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учебное пособие для вузов : в 2 т. : в составе учебно-методического комплекса. Т. 2 / Н.С. Пискунов. - стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2008. - 544 с. - (УМК-У). - Текст : непосредственный. - ISBN 5-89602-013-9 (Ч. 2) : 269 р. 10 к. - (ID=76148-288)
21. Потапов, А.П. Математический анализ. Дифференциальное исчисление ФНП, уравнения и ряды : учебник и практикум для вузов / А.П. Потапов. - Москва : Юрайт, 2022. - 379 с. - (Высшее образование). - Образовательная платформа Юрайт. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-534-08280-7. - URL: <https://urait.ru/bcode/490236>. - (ID=142392-0)
22. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) : учеб. пособие для вузов / В.А. Болотюк [и др.]. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2019. - 219 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-1650-9 : 946 р. - (ID=109399-5)
23. Самойленко, А.М. Дифференциальные уравнения : практ. курс / А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, Н.А. Перестюк. - 3-е изд. ; перераб. - Москва : Высшая школа, 2006. - 383 с. - (Математика. Для высших учебных заведений). - Библиогр. : с. 381. - Текст : непосредственный. - ISBN 5-06-005326-1 : 228 р. - (ID=60853-6)
24. Стеклов, В. А. Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие для вузов / В. А. Стеклов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 427 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02124-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/497752>. - (ID=142388-0)
25. Шампайн, Л.Ф. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB : учеб. пособие / Л.Ф. Шампайн, И. Гладвел, С. Томпсон. - СПб. : Лань, 2009. - 300 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: 286 - 292. - Текст : непосредственный. - ISBN 978-5-8114-1033-0 : 533 р. 28 к. - (ID=84143-3)
26. Шевцова, М.В. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений в системах компьютерной математики : учебное пособие / М.В. Шевцова, М.В. Бронникова. - Белгород : Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова : ЭБС АСВ, 2020. - ЦОР IPR SMART. - Текст : электронный. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/110194.html>. - (ID=144014-0)

### 7.3. Методические материалы

1. Мудров, В.В. Сборник курсовых работ по высшей математике (обыкновенные дифференциальные уравнения в приложениях) / В.В. Мудров; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ. - Ротапр. изд. - Тверь, 1999. - 31 с. - [б. ц.]. - (ID=4571-6)
2. Романова, Г.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : методическая разработка для студентов первого курса специальностей 020100, 020101, 221700, 201000 / Г.В. Романова, Н.А. Стукалова; Тверской государственный технический университет. - Тверь : ТвГТУ, 2011. - 40 с. -

Сервер. - Текст : непосредственный. - Текст : электронный. - 19 р. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/88933>. - (ID=88933-94)

3. Элементы линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : метод. указ. и задания к контрольной раб. по высш. математике для самостоят. работы студ. фак. заоч. обучения / сост. М.А. Смирнова ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ. - Тверь : ТвГТУ, 2005. - Сервер. - CD. - Текст : электронный. - [б. ц.]. - URL: <http://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/59045>. - (ID=59045-1)

4. Элементы линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : метод. указ. и задания к контрольной раб. по высш. математике для самостоят. работы студ. фак. заоч. обучения / сост. М.А. Смирнова ; Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ. - Тверь : ТвГТУ, 2005. - 32 с. - Текст : непосредственный. - 14 р. 60 к. - (ID=58870-86)

5. Элементы линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : метод. указ. и сб. контр. заданий по высш. математике для самост. работы студентов фак. заоч. обучения : в составе учебно-методического комплекса / Тверской гос. техн. ун-т, Каф. ИПМ ; сост.: Л.В. Жиркова, М.А. Смирнова. - Тверь : ТвГТУ, 1999. - 44 с. - (УМК-М). - Текст : непосредственный. - 11 р. - (ID=3451-13)

#### **7.4. Программное обеспечение по дисциплине**

Операционная система Microsoft Windows: лицензии № ICM-176609 и № ICM-176613 (Azure Dev Tools for Teaching).

Microsoft Office 2007 Russian Academic: OPEN No Level: лицензия № 41902814.

WPS Office: MPL 1.1/GPL 2.0/LGPL 2.1.

Libre Office: MPL 2.0.

LMS Moodle: GPL 3.0.

#### **7.5. Специализированные базы данных, справочные системы, электронно-библиотечные системы, профессиональные порталы в Интернет**

ЭБС и лицензионные ресурсы ТвГТУ размещены:

1. Ресурсы: <https://lib.tstu.tver.ru/header/obr-res>
2. ЭК ТвГТУ: <https://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/Web>
3. ЭБС "Лань": <https://e.lanbook.com/>
4. ЭБС "Университетская библиотека онлайн": <https://www.biblioclub.ru/>
5. ЭБС «IPRBooks»: <https://www.iprbookshop.ru/>
6. Электронная образовательная платформа "Юрайт" (ЭБС «Юрайт»): <https://urait.ru/>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY: <https://elibrary.ru/>
8. Информационная система "ТЕХНОРМАТИВ". Конфигурация "МАКСИМУМ" : сетевая версия (годовое обновление) : [нормативно-

технические, нормативно-правовые и руководящие документы (ГОСТы, РД, СНИПы и др.]. Диск 1, 2, 3, 4. - М. :Технорматив, 2014. - (Документация для профессионалов). - CD. - Текст : электронный. - 119600 р. – (105501-1)

9. База данных учебно-методических комплексов: <https://lib.tstu.tver.ru/header/umk.html>

*УМК размещен:* <https://elib.tstu.tver.ru/MegaPro/GetDoc/Megapro/147586>

## **8. Материально-техническое обеспечение**

Кафедра «Информатики и прикладной математики» имеет аудитории для проведения лекций и лабораторных занятий по дисциплине; специализированные учебные классы, оснащенные современной компьютерной техникой, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями для проведения лабораторных работ и самостоятельной работы.

В наличии имеются презентационные мультимедийные лекционные курсы по дисциплине, тестирующие программы, разработанные преподавателями кафедры ИПМ и внешними разработчиками.

Для проведения лабораторных работ имеются лаборатории с персональными компьютерами (наличие локальной вычислительной сети необязательно).

## **9. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

### **9.1. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена**

Учебным планом не предусмотрен.

### **9.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме зачета**

1. Шкала оценивания промежуточной аттестации – «зачтено», «не зачтено».

2. Вид промежуточной аттестации в форме зачета.

Промежуточная аттестация в форме зачета устанавливается преподавателем по результатам текущего контроля знаний и умений обучающегося без дополнительных контрольных испытаний.

При промежуточной аттестации без выполнения дополнительного итогового контрольного испытания студенту в обязательном порядке описываются критерии проставления зачёта:

«зачтено» - выставляется обучающемуся при условии выполнения им всех контрольных мероприятий, посещения лекций и практических занятий в объеме, соответствующем не менее чем 80% от количества часов, отведенного на контактную работу с преподавателем.

3. Для дополнительного итогового контрольного испытания студенту в обязательном порядке предоставляется:

база заданий, предназначенных для предъявления обучающемуся на дополнительном итоговом контрольном испытании (типовой образец задания приведен в Приложении);

методические материалы, определяющие процедуру проведения дополнительного итогового испытания и проставления зачёта.

Задание выполняется письменно.

*Перечень вопросов дополнительного итогового контрольного испытания:*

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.
16. Вариация постоянных.
17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).
19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.
22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).
24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
28. Решение подстановкой.
29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.
32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

Пользование различными техническими устройствами не допускается. Преподаватель имеет право после проверки письменных ответов на экзаменационные вопросы задавать студенту в устной форме уточняющие вопросы в рамках содержания экзаменационного билета, выданного студенту.

Иные нормы, регламентирующие процедуру проведения экзамена, представлены в Положении о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Число заданий для дополнительного итогового контрольного испытания - 10.

Число вопросов – 3 (2 вопроса для категории «знать» и 1 вопрос для категории «уметь»).

Продолжительность – 60 минут.

4. Критерии выполнения контрольного испытания и условия проставления зачёта:

для категории «знать» (бинарный критерий):

ниже базового - 0 балл;

базовый уровень – 1 балла;

критерии оценки и ее значение для категории «уметь» (бинарный критерий):

отсутствие умения – 0 балл;

наличие умения – 1 балла.

Критерии итоговой оценки за зачет:

«зачтено» - при сумме баллов 2 или 3;

«не зачтено» - при сумме баллов 0 или 1.

### **9.3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме курсовой работы или курсового проекта**

Учебным планом не предусмотрены.

### **10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Студенты перед началом изучения дисциплины ознакомлены с системами кредитных единиц и балльно-рейтинговой оценки, которые должны быть опубликованы и размещены на сайте вуза или кафедры.

Студенты, изучающие дисциплину обеспечиваются электронными изданиями или доступом к ним, учебно-методическим комплексом по дисциплине, включая методические указания к выполнению практических работ и всех видов самостоятельной работы.

### **11. Внесение изменений и дополнений в рабочую программу дисциплины**

Кафедра ежегодно обновляет содержание рабочих программ дисциплин, которые оформляются протоколами. Форма протокола утверждена Положением о структуре, содержании и оформлении рабочих программ дисциплин, по образовательным программам, соответствующих ФГОС ВО с учетом профессиональных стандартов.

## Приложение 1

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Тверской государственный технический университет»

Направление подготовки бакалавров – 01.03.05. Статистика

Направленность (профиль) – Экономическая статистика и анализ данных

Кафедра «Информатики и прикладной математики»

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения»

Семестр 4

### ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ИТОГОВОГО КОНТРОЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ № 1

1. Вопрос для проверки уровня «ЗНАТЬ» – 0 или 1 балл:

Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

2. Задание для проверки уровня «ЗНАТЬ» – 0 или 1 балл:

Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Задание для проверки уровня «УМЕТЬ» – 0 или 1 балл:

Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию:

$$y' = (y-2)/(x+3), y(1) = 2$$

**Критерии итоговой оценки за зачет:**

«зачтено» - при сумме баллов 2 или 3;

«не зачтено» - при сумме баллов 0, или 1.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ М.А. Смирнова

Заведующий кафедрой: к.т.н., доцент \_\_\_\_\_ Е.Е. Фомина